

في الشكل المقابل :



أ ب ح د مستطيل فيه : أ ب = 6 سم ، أ ح = 12 سم

أوجد :  أ و  ب (د أ ح د)

٢ مساحة المستطيل أ ب ح د لأقرب رقم عشري واحد.

? = أ ح د ح د

$$\begin{aligned} (ن ح) &= (أ ب) = (أ ح) \\ 6 - 12 &= \\ 11,5 &= 12 \times 6 \end{aligned}$$

$$11,5 = 12 \times 6$$

Shift sm

$$11,5 = 12 \times 6$$

$$11,5 = 12 \times 6$$

$$11,5 = 12 \times 6$$

← الحل →

∴ أ ب ح د مستطيل

$$90^\circ = (ب ح)$$

$$\frac{7}{12} = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}$$

من  $\Delta$  أ ب ح د :  $\widehat{أ ب ح} =$  حاد

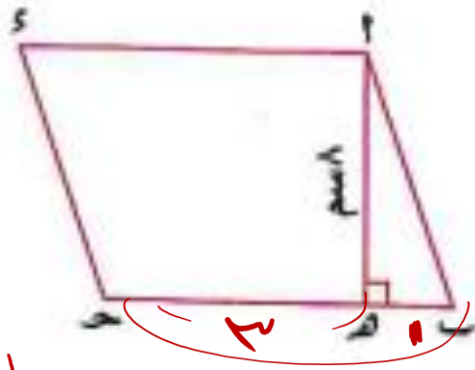
$$\frac{7}{12} = \text{حاد}$$

$$س \times ح = أ ب \times ح = 6 \times 12 = 72$$

$$\underline{\underline{س \times ح = 72}} = \frac{72}{6} = 12 \text{ ح د} \checkmark$$



في الشكل المقابل :



أب ح د متوازي أضلاع مساحته 96 سم<sup>2</sup>

، ب ه : ه ح = 1 : 2 ،  $\overline{أه} \perp \overline{ب ح}$  ،  $ه أ = 8$  سم

أوجد : 1 طول  $\overline{أه}$  2  $\overline{ب ح}$  و 3  $\overline{أب}$

2 طول  $\overline{أب}$  لأقرب رقم عشري واحد. (استخدم أكثر من طريقة)

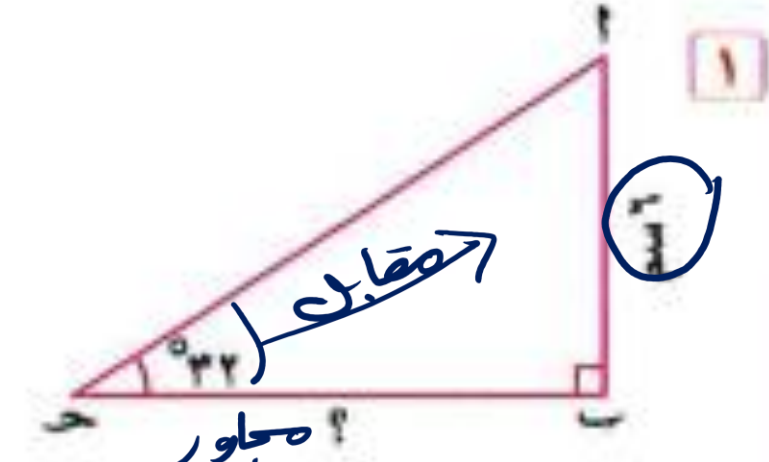
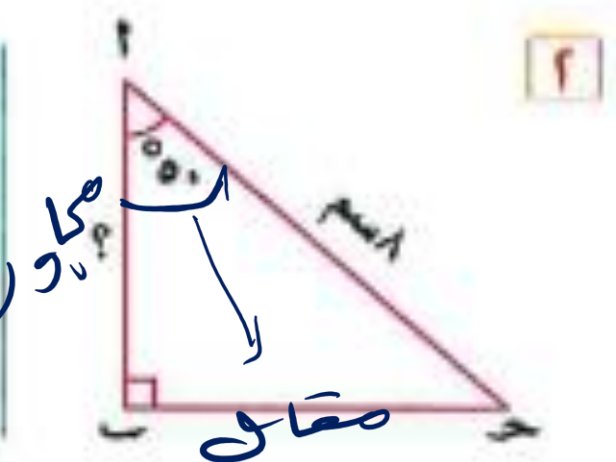
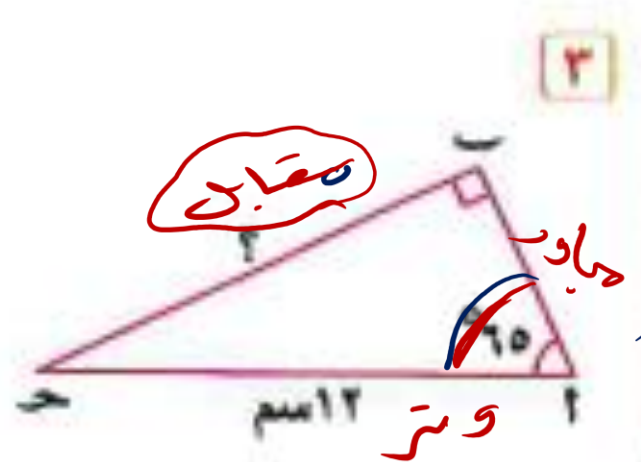
$$A \times 8 = 96$$

$$8 = \frac{96}{A}$$

$$A = \frac{96}{8} = 12$$

$$B \times 12 = 96$$

أوجد طول الضلع المشار إليه بالعلامة ( ؟ ) في كل من الأشكال الآتية مقربًا الناتج لرقمين عشريين :



$$\frac{p}{12} = \sin 60^\circ$$

$$\frac{p}{12} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$p = 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$p = 6\sqrt{3} = 10.3923$$

$$\frac{p}{8} = \sin 30^\circ$$

$$\frac{p}{8} = \frac{1}{2}$$

$$p = 8 \times \frac{1}{2}$$

$$p = 4$$

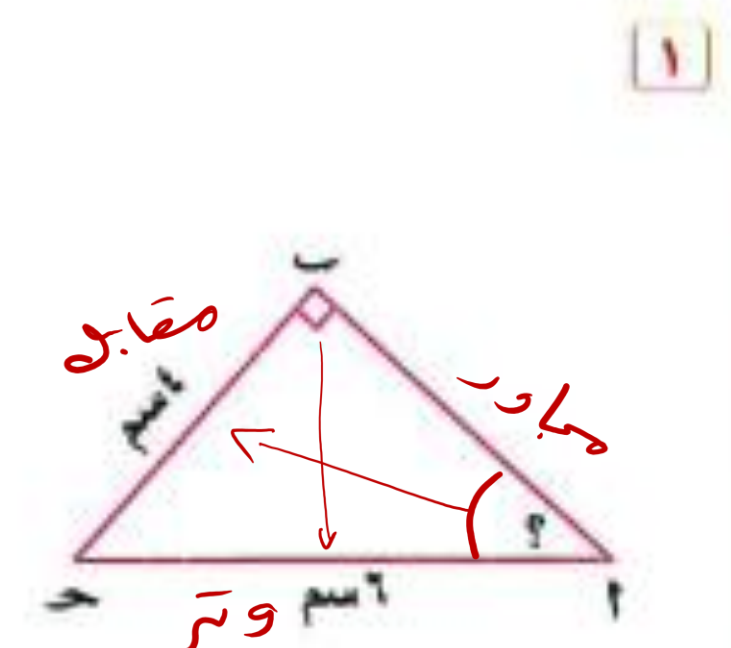
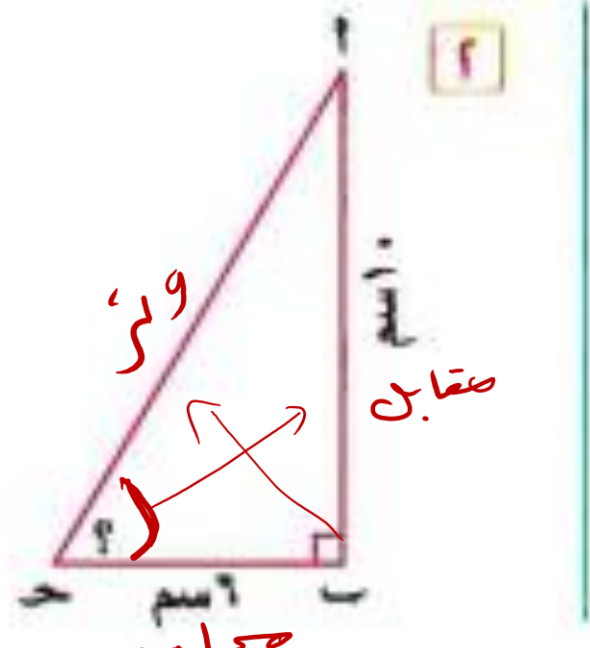
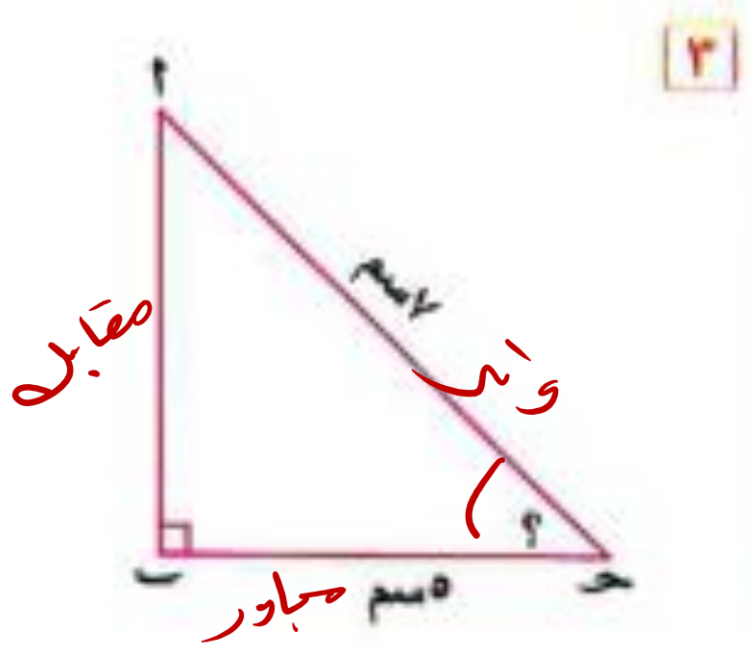
$$\frac{p}{10} = \sin 32^\circ$$

$$\frac{p}{10} = 0.5299$$

$$p = 10 \times 0.5299$$

$$p = 5.299$$

في كل من الأشكال الآتية أوجد قياس الزاوية المشار إليها بالعلامة (?) بالدرجات والدقائق والثواني :



$$\frac{3}{4} = \sin \theta$$

$$\frac{5}{7} = \cos \theta$$

دود Shift  $\cos \frac{5}{7}$

$$= 44^{\circ} 24' 50''$$

$$\frac{3}{4} = \sin \theta$$

$$\frac{1}{6} = \cos \theta$$

دود Shift  $\tan \frac{10}{6}$

$$= 59^{\circ} 11''$$

$$\frac{4}{6} = \sin \theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}$$

دود Shift  $\sin \frac{4}{6}$

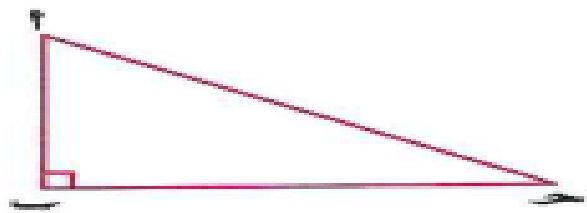
$$= 41^{\circ} 41' 37''$$

في الشكل المقابل :

$\Delta$   $\alpha$  ح قائم الزاوية في  $\beta$

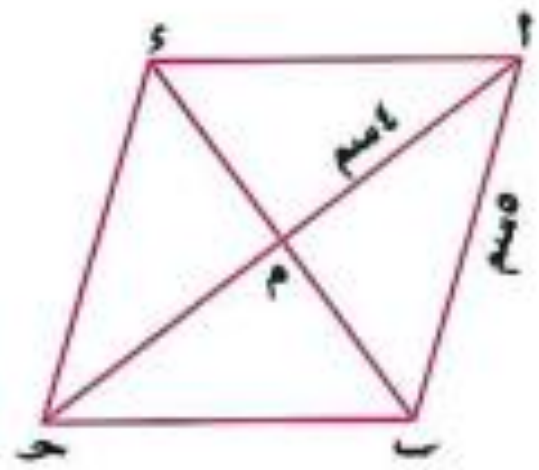
$\sin(\alpha) = \frac{\beta}{\alpha}$

أوجد قيمة المقدار :  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$



(الفرقية ١٣)  $\frac{\sqrt{3}}{12}$

**حاول بنفسك ٦**



في الشكل المقابل :

أ ب ح د معين قطراه متقاطعان في ٥  
 فإذا كان : أ ب = ٥ سم ، أ د = ٦ سم

فأوجد : **١** و (د ب د)

**٢** مساحة المعين أ ب ح د

حـ الحل ضرب القطرين  $\times \frac{1}{2}$

**حاول بنفسك ٥**

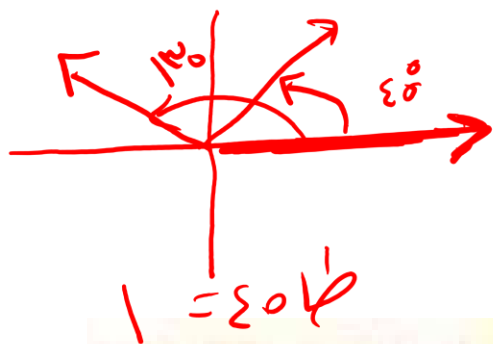
باستخدام حاسبة الجيب أوجد  $\theta$  حيث  $\theta$  قياس زاوية حادة :

**١**  $\cos \theta = 0.3945$

**٢**  $\sin \theta = 0.3824$

# ميل الخط المستقيم

$$(3, 4) \text{ و } (5, 4)$$



أي أن: ميل الخط المستقيم = ط هـ

$$\text{خط } 135^\circ = 1 -$$

فإن: ميل المستقيم  $\overline{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

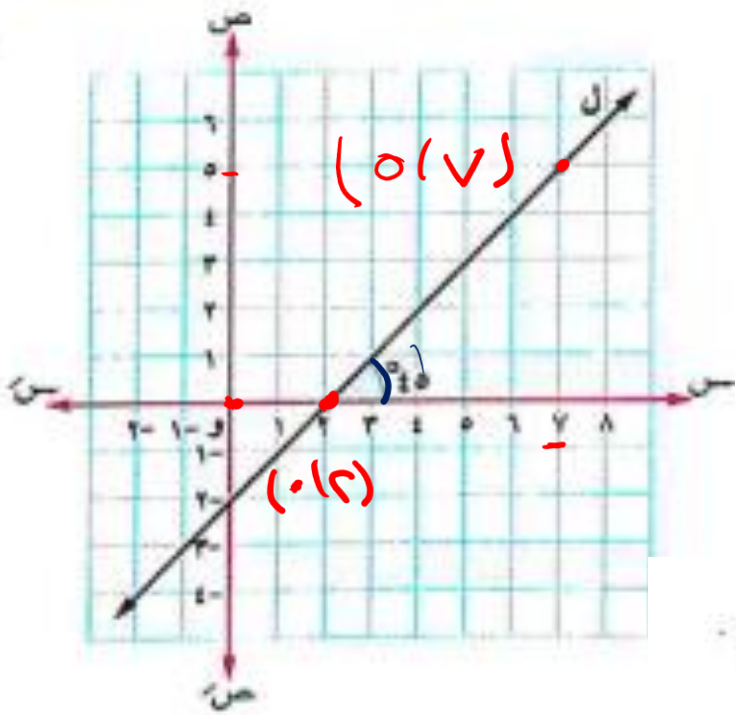
حرف السينات  
حرف الجائزات

## تعريف

ميل الخط المستقيم هو ظل الزاوية الموجبة التي يصنعها هذا المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

أي أن: ميل الخط المستقيم = ط هـ

حيث هـ قياس الزاوية الموجبة التي يصنعها المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.



$$L = \frac{0}{5} = \frac{0 - 7}{5 - 0} = \frac{-7}{5} = -\frac{7}{5}$$

$$\theta = 0 = \theta = 0$$

ملاحظة: الزاوية التي يصنعها المستقيم ل مع الاتجاه الموجب لمحور السينات تأخذ إحدى الحالات الآتية:

<p>٤ قائمة</p>	<p>٢ صفرية</p>	<p>٢ منفرجة</p>	<p>١ حادة</p>
<p>فيكون الميل غير معرف</p>	<p>فيكون الميل صفرًا</p>	<p>فيكون الميل سالبًا</p>	<p>فيكون الميل موجبًا</p>

أوجد قياس الزاوية الموجبة (θ) التي يصنعها المستقيم ل مع الاتجاه الموجب لمحور السينات إذا كان

المستقيم ل يمر بالنقطتين :

1  $(-2, 2), (-4, 1)$

2  $(-2, 2), (-4, -3)$

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \text{ميل}$$

$$\frac{\sqrt{3} - 2}{-2 - (-4)} = \frac{\sqrt{3} - 2}{(-) - 1} =$$

$$\sqrt{3} = \text{ميل}$$

$$\text{ط} \theta = \text{ميل}$$

$$\sqrt{3} = \text{ط} \theta$$

$$\text{Shift Tan } \sqrt{3} = 60^\circ$$

زاوية حادة

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \text{ميل}$$

$$\frac{2 - (-3)}{-2 - (-4)} = \frac{5}{(-) - 2} =$$

$$\text{ط} \theta = \text{ميل} = -\frac{5}{2}$$

$$\text{Shift Tan } -1 = -30^\circ$$

$$135^\circ = 90^\circ - 45^\circ$$



لاحظ أن

الميل سالب وبالتالي تكون الزاوية منفرجة.

١ أوجد ميل المستقيم الذي يصنع زاوية موجبة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياسها :

- ١. ٣٠°
- ٢. ٦٠° ٤٥'
- ٣. ١٢٠°

٢ أوجد قياس الزاوية الموجبة التي يصنعها المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات

إذا كان ميل المستقيم ٦,٢

٣ أوجد قياس الزاوية الموجبة (هـ) التي يصنعها المستقيم (ل) مع الاتجاه الموجب لمحور السينات

إذا كان المستقيم ل يمر بالنقطتين : (١-، ٤) ، (٣-، ٥)

٣ ميل =  $\frac{١٧ - ١٤}{٣ - ١} = ٣$

$\frac{٢-}{١} = \frac{(١-) + (٣-)}{٤ - ٥} =$

٢- =

ميل = ظا هـ

Shift Tan -2 = ظا هـ = ٢-

$٦٣٥^\circ ٢٦' - = \theta$

$٦٣٥^\circ ٢٦' - ١٨٠ = \theta$

$١١٦^\circ ٣٤''$



٥ ميل ٦,٢  
 ميل = ظا هـ  
 ظا هـ = ٦,٢  
 Shift Tan ٦,٢ =  
 ١.٠٥.١٦'' = هـ

ميل = ظا هـ = ظا ٣١ =  $\frac{\sqrt{١٠}}{٣}$

ميل = ظا ٣١ =  $٥٤^\circ ٣١' ٦''$  = ١, ٤

ميل = ظا ١٩.١ =  $\frac{\sqrt{٣}}{٣} -$

إذا كان  $\overline{AB}$  قطراً في دائرة حيث  $A(3, -5)$  ،  $B(5, 1)$  فأوجد إحداثي نقطة مركز الدائرة .



مركز الدائرة = إحداثي نقطته =  $(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2})$

$$\left( \frac{3 + 5}{2}, \frac{-5 + 1}{2} \right) =$$

$$\left( \frac{1 + 5}{2}, \frac{0 + 2}{2} \right) =$$

$$(3, 1) = M \quad \checkmark$$

١) إذا كان  $(\Lambda, 8) = (3, 5 + P)$  أوجد قيمة  $P$  ،  $B$  .

$$8 = 1 - P$$

$$1 + P = 8$$

$$P = 7$$

$$P = 3$$

$$8 = 0 + P$$

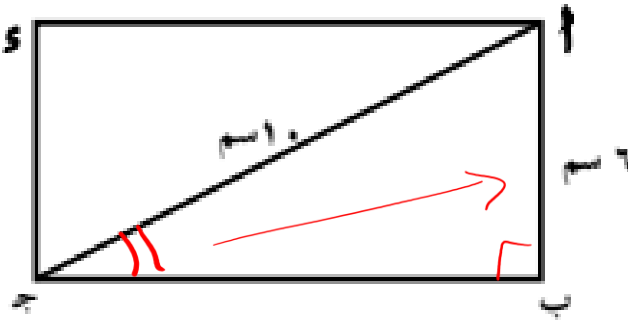
$$P = 8 - 0 = 8$$

٤) في الشكل المقابل:

م ب ج د مستطيل فيه م ب = ٦ سم ،  
 م ج د = ١٠ سم أوجد :

١) ق (م ج ب) <sup>١</sup>

٢) مساحة المستطيل م ب ج د



① حاجه =  $\frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{٦}{١٠}$

Shift  $\sin^{-1} \frac{٦}{١٠} = 36.87^\circ$

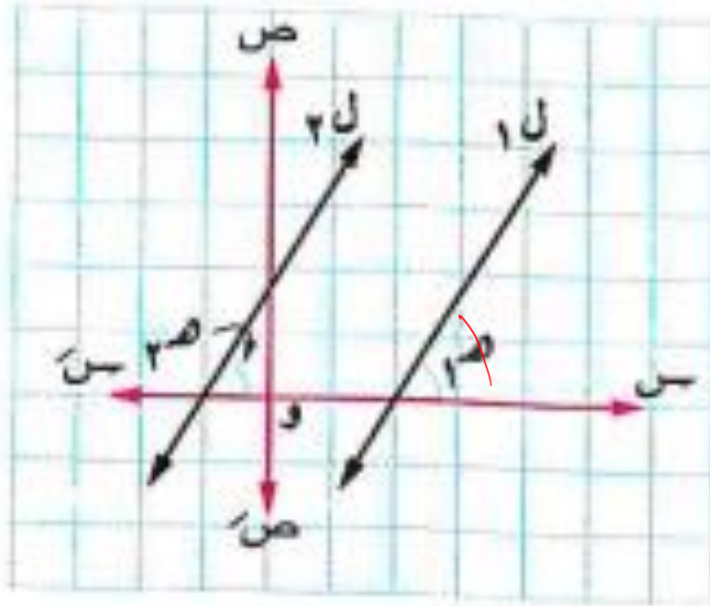
②  $\frac{١٠}{١٠} = \frac{١٠}{١٠}$

١٠ = ١٠ × ١ = ١٠

$(١٠) - (٦) = ٤$   
 $\sqrt{٤} = ٢$   
 $\sqrt{٦٤} = ٨$   
 $\sqrt{٤٨} = ٨ \times ٦ = ٤٨$

# العلاقة بين ميلى المستقيمين المتوازيين

فى الشكل المقابل :



إذا كان  $L_1$  ،  $L_2$  مستقيمين متوازيين ميلاهما  $m_1$  ،  $m_2$  على الترتيب  
ويصنعان زاويتين موجبتين مع الاتجاه الموجب لمحور السينات  
قياساهما  $m_1$  ،  $m_2$  على الترتيب فإن :

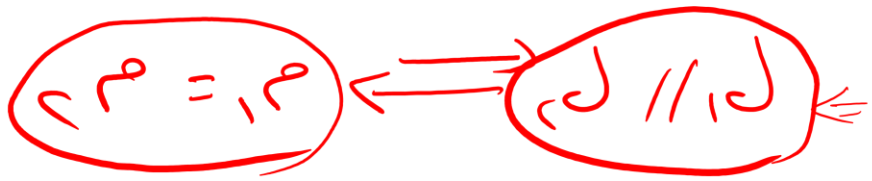
$\therefore m_1 = m_2$  بالتناظر

$\therefore \underline{L_1} // \underline{L_2} = m_1 = m_2$

$\therefore m_1 = m_2$

$\therefore \underline{m_1} = \underline{m_2}$

وبالتالى نستنتج ما يلى :



إذا كان :  $L_1 // L_2$  فإن :  $m_1 = m_2$

أى أنه : إذا توازى مستقيمان فإن ميليهما يكونان متساويين.

ويمكن أيضا استنتاج العكس :

إذا كان :  $m_1 = m_2$  فإن :  $L_1 // L_2$

أى أنه : إذا تساوى ميلا مستقيمين فى المستوى كان المستقيمان متوازيين.

## مثال ٤

أثبت أن المستقيم الذي يمر بالنقطتين  $(2, 3)$  ،  $(-1, 6)$  يوازي المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها  $135^\circ$

$$\therefore \text{ميل المستقيم الأول } m_1 = \frac{3-6}{2-(-1)} = \frac{3}{-3} = -1$$

$$\text{، ميل المستقيم الثاني } m_2 = \tan 135^\circ = -1 \therefore m_1 = m_2$$

$\therefore$  المستقيمان متوازيان.

## مثال ٥

إذا كانت  $A(-1, 2)$  ،  $B(2, 3)$  ،  $C(-4, 1)$  ،  $D(s, 2)$  أربع نقاط في مستوى

إحداثي متعامد وكان  $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$  فأوجد قيمة  $s$

$$\therefore \text{ميل المستقيم المار بالنقطتين } A(-1, 2) \text{ ، } B(2, 3) \text{ : } \overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$$

يساوي ميل المستقيم المار بالنقطتين  $C(-4, 1)$  ،  $D(s, 2)$

$$\therefore \frac{1}{s+4} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore s = -1$$

$$\therefore \frac{1-2}{(-4)-s} = \frac{2-3}{(1)-2}$$

$$\therefore 3 = -4 + s$$

# مثال 6

في المستوى الإحداثي المتعامد أثبت أن النقط :

أ (1-، 6) ، ب (3-، 4-) ، ج (2-، 1-) تقع على استقامة واحدة.

$$\therefore \text{ميل } \overrightarrow{AB} = \frac{6-4-}{(1-)-3-} = \frac{2-}{-4-} = \frac{1-}{2-}$$

$$\text{ميل } \overrightarrow{BC} = \frac{(4-)-1-}{3-2-} = \frac{3-}{1-} = 3 = 2 \cdot \frac{1-}{2-}$$

$$\therefore \text{ميل } \overrightarrow{AB} = \text{ميل } \overrightarrow{BC} \quad \therefore \overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{BC}$$

∴ ب نقطة مشتركة بين المستقيمين  $\overrightarrow{AB}$  ،  $\overrightarrow{BC}$

∴ أ ، ب ، ج تقع على استقامة واحدة.

**لاحظ أنه**  
 إذا كان : ميل  $\overrightarrow{AB}$  = ميل  $\overrightarrow{BC}$   
 فإن : أ ، ب ، ج تكون على استقامة واحدة.

## حاول بنفسك 2

1 أثبت أن : المستقيم ل<sub>1</sub> المار بالنقطتين : (1-، 5) ، (2-، 1-) يوازي المستقيم ل<sub>2</sub> المار بالنقطتين : (0-، 1-) ، (5-، 9) ∴ ل<sub>1</sub> ∥ ل<sub>2</sub>

2 إذا كان المستقيم  $\overrightarrow{AB}$  // محور السينات حيث : أ (5-، 4-) ، ب (2-، ص) فأوجد قيمة : ص

ل<sub>1</sub> :  $\frac{y-1-}{x-2-} = \frac{5-1-}{1--2-} = \frac{4-}{-3-}$   
 ل<sub>2</sub> :  $\frac{y-9-}{x-5-} = \frac{1--9-}{0--5-} = \frac{-8-}{-5-} = \frac{8-}{5-}$

ص = 4 + 2 = 6  
 $\frac{y-9-}{x-5-} = \frac{6--9-}{6--5-} = \frac{-3-}{1-} = 3 = \frac{8-}{5-} \cdot \frac{5-}{4-} = \frac{4-}{1-}$   
 ص = 6

# العلاقة بين ميلَي المستقيمين المتعامدين

إذا كان:  $l_1$  ،  $l_2$  مستقيمين ميلاهما  $m_1$  ،  $m_2$  على الترتيب

وكان:  $l_1 \perp l_2$  فإن:  $m_1 \times m_2 = -1$  (ما لم يوازي أحدهما أحد المحورين)

أي أن: حاصل ضرب ميلَي المستقيمين المتعامدين يساوي -1

والعكس صحيح: إذا كان:  $l_1$  ،  $l_2$  مستقيمين ميلاهما  $m_1$  ،  $m_2$

$l_1 \perp l_2$   
 $m_1 = m_2$   
 $m_1 = m_2$   
 $m_1 \times m_2 = -1$

$l_1 \perp l_2 \iff m_1 \times m_2 = -1$

وكان:  $m_1 \times m_2 = -1$  فإن:  $l_1 \perp l_2$

أي أنه: إذا كان حاصل ضرب ميلَي مستقيمين يساوي -1 فإن المستقيمين يكونان متعامدين.

$l_1 \parallel l_2 \iff m_1 = m_2$

## مثال ٧

أثبت أن المستقيم  $ل١$  المار بالنقطتين :  $(١- ، ٤)$  ،  $(٣- ، ٤)$   
 والمستقيم  $ل٢$  المار بالنقطتين :  $(٧ ، ٣)$  ،  $(٤ ، ١-)$  يكون عموديًا على المستقيم  $ل٢$  المار

$$\therefore \text{ميل } ل١ = \frac{٤ - ٣-}{(١-) - ٤} = \frac{٣}{٤} \quad ، \quad \text{ميل } ل٢ = \frac{١- - ٤}{٣ - ٤} = \frac{٤-}{٣}$$

$$\therefore \text{ميل } ل١ \times \text{ميل } ل٢ = \frac{٣}{٤} \times \frac{٤-}{٣} = ١- \quad \therefore ل١ \perp ل٢$$

## مثال ٨

في المستوى الإحداثي المتعامد إذا كانت النقط :  $أ(٧ ، ١)$  ،  $ب(٤ ، ٢)$  ،  $ج(٥ ، ص)$   
 تمثل رؤوس مثلث قائم الزاوية في  $ب$  فأوجد قيمة :  $ص$

$$\therefore \text{ميل } أ ب = \frac{٧ - ٤}{١ - ٢} = ٣- \quad ، \quad \text{ميل } ب ج = \frac{٤ - ص}{٢ - ٥} = \frac{٤ - ص}{٣}$$

$$\therefore أ ب \perp ب ج \quad ، \quad \therefore \text{ميل } أ ب \times \text{ميل } ب ج = ١-$$

$$\therefore ١- = \frac{٤ - ص}{٣} \times ٣- \quad \therefore ١ = ٤ - ص \quad \therefore ص = ٥$$



حاول بنفسك ٣

حل الأنة من الإحلال

١ إذا كانت:  $A(-2, 5)$  ،  $B(1, 2)$  ،  $C(2, 4)$  ثلاث نقط في مستوى إحداثى متعامد فاثبت أن:  $\vec{AB} \perp \vec{BC}$

٢ أثبت أن: المستقيم المار بالنقطتين:  $(1, 7)$  ،  $(-2, 5)$  عمودي على المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها  $135^\circ$

محل:

$$\tan \theta = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 7}{-2 - 1} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$$

نظا  $135^\circ = 180^\circ - 45^\circ$

$\tan 135^\circ = \tan(180^\circ - 45^\circ) = -\tan 45^\circ = -1$

$\frac{2}{3} \neq -1$

محل:

$$\tan \theta = \frac{5 - 2}{-2 - 1} = \frac{3}{-3} = -1$$

محل:

$$\tan \theta = \frac{7 - 5}{1 - (-2)} = \frac{2}{3}$$

محل:

$$\tan \theta = \frac{7 - 5}{1 - (-2)} = \frac{2}{3}$$

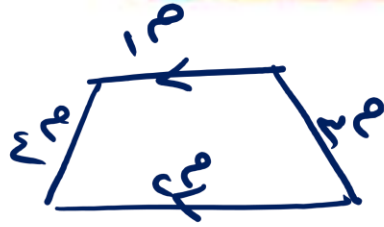
محل:

$$\tan \theta = \frac{7 - 5}{1 - (-2)} = \frac{2}{3}$$

## ملاحظات لحل مسائل الأشكال الرباعية

لإثبات أن الشكل الرباعي شبه منحرف نثبت أن :

ضلعين متقابلين فيه متوازيان والضلعان الآخران غير متوازيين.



$$a \neq b$$

$$c = d$$

لإثبات أن الشكل الرباعي متوازي أضلاع نثبت إحدى الخواص الآتية :

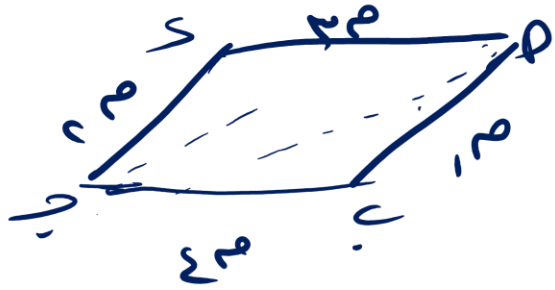
① كل ضلعين متقابلين متوازيان.

② كل ضلعين متقابلين متساويان في الطول.

③ ضلعان متقابلان متوازيان ومتساويان في الطول.

④ القطران ينصف كل منهما الآخر.

∴ الشكل شبه منحرف



$$a = c$$

$$b = d$$

إثبات أن الشكل الرباعي مستطيل أو معين أو مربع فإننا نثبت أولاً أن هذا الشكل متوازي أضلاع كما سبق ، ثم :

• إثبات أن متوازي الأضلاع هو مستطيل نثبت إحدى الخاصيتين الآتيتين :

① ضلعان متجاوران فيه متعامدان.

② القطران متساويان في الطول. مستطيل

• إثبات أن متوازي الأضلاع هو معين نثبت إحدى الخاصيتين الآتيتين :

① ضلعان متجاوران فيه متساويان في الطول.

② القطران متعامدان.

• إثبات أن متوازي الأضلاع هو مربع نثبت إحدى الخواص الآتية :

① ضلعان متجاوران فيه متعامدان ومتساويان في الطول.

② ضلعان متجاوران فيه متعامدان ، والقطران متعامدان.

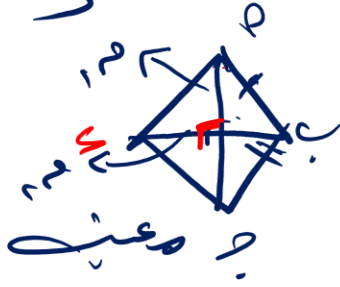
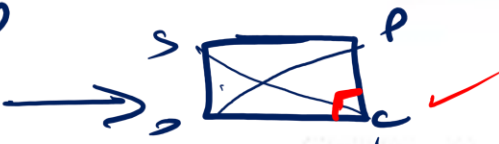
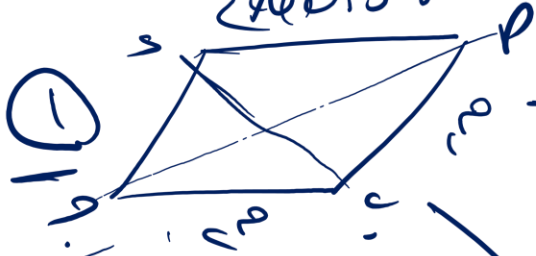
③ القطران متساويان في الطول ، ومتعامدان.

④ ضلعان متجاوران فيه متساويان في الطول وقطراه متساويان في الطول.

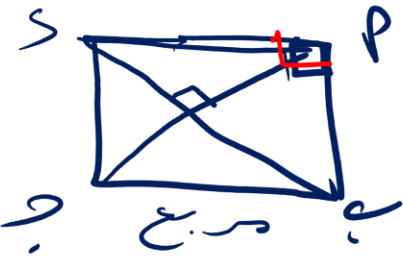
$$1 - 1 = 1 \times 1$$

دسكس الرباعي

متوازي الأضلاع



$$1 - 1 = 1 \times 1$$



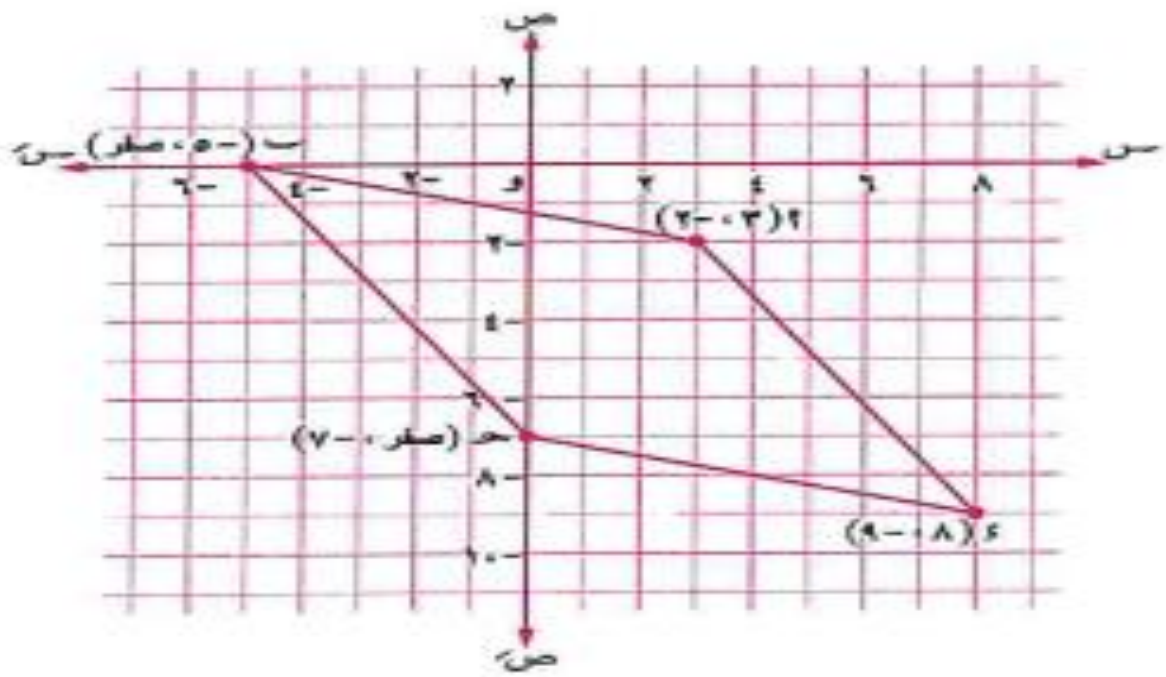
# مثال ١٠

على مستوى إحداثي متعامد مثل النقط : أ (٣ ، ٢-) ، ب (٥- ، ٠) ، ج (٧- ، ٠) ، د (٩- ، ٨) ثم أثبت أن الشكل أ ب ج د متوازي أضلاع.



، ج (٧- ، ٠) ، د (٩- ، ٨) ، ج (٧- ، ٠) ، د (٩- ، ٨) ثم أثبت أن الشكل أ ب ج د متوازي أضلاع.

## الحل



$$\therefore \text{ميل } \overrightarrow{AB} = \frac{(2-) - 0}{3- - 5-} = \frac{1}{4}$$

$$\text{، ميل } \overrightarrow{BC} = \frac{(7-) - 9-}{0- - 8} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \text{ميل } \overrightarrow{AB} = \text{ميل } \overrightarrow{BC}$$

$$\therefore \overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{BC} \quad (١)$$

$$\text{، } \therefore \text{ميل } \overrightarrow{AD} = \frac{(2-) - 9-}{3- - 8} = \frac{5}{5}$$

$$\text{، ميل } \overrightarrow{BC} = \frac{0- - 7-}{(5-) - 0-} = \frac{5}{5}$$

$$\therefore \text{ميل } \overrightarrow{AD} = \text{ميل } \overrightarrow{BC}$$

(٢)

$$\therefore \overrightarrow{AD} \parallel \overrightarrow{BC}$$

من (١) ، (٢) :  $\therefore$  الشكل أ ب ج د متوازي أضلاع.

أثبت أن النقط :  $أ(٢-، ٢)$  ،  $ب(٤، ٨)$  ،  $ج(٧، ٥)$  ،  $د(١-، ١-)$  هي رؤس المستطيل  $أبج د$

$$\therefore \text{ميل } \overline{أب} = \frac{٤-٢-}{٨-٢} = \frac{٢-}{٦-} = \frac{١}{٣} \quad ، \quad \text{ميل } \overline{ج د} = \frac{١-٧}{(١-)-٥} = \frac{١-٧}{-٤} = \frac{١}{٣}$$

$$\therefore \text{ميل } \overline{أب} = \text{ميل } \overline{ج د} \quad \therefore \overline{أب} // \overline{ج د}$$

$$\therefore \text{ميل } \overline{أ د} = \frac{١-٢-}{(١-)-٢} = \frac{١-٢-}{-١} = ٢- \quad ، \quad \text{ميل } \overline{ب ج} = \frac{٧-٤}{٥-٨} = \frac{٣}{-٣} = -١$$

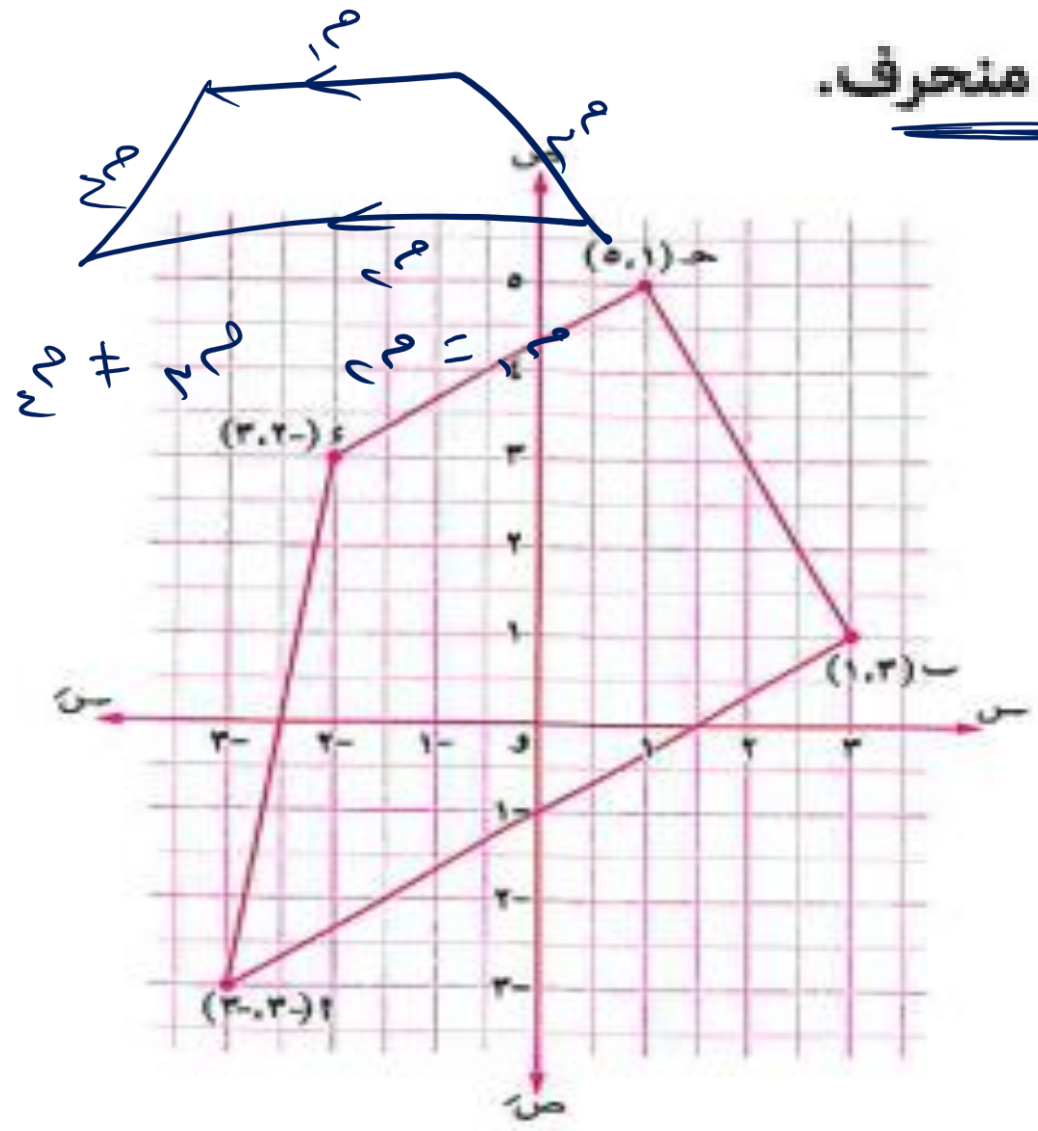
$$\therefore \text{ميل } \overline{أ د} = \text{ميل } \overline{ب ج} \quad \therefore \overline{أ د} // \overline{ب ج}$$

من (١) ، (٢) ينتج أن : الشكل  $أ ب ح د$  متوازي أضلاع

$$، \quad \therefore \text{ميل } \overrightarrow{أ ب} \times \text{ميل } \overrightarrow{ب ح} = 1 - 1 = 0$$

$\therefore \overrightarrow{أ ب} \perp \overrightarrow{ب ح}$  .  
 $\therefore$  الشكل  $أ ب ح د$  مستطيل.

على مستوى إحداثي متعامد مثل النقط : أ (٢- ، ٢- ) ، ب (١ ، ٣) ، ج (٥ ، ١) ، د (٣ ، ٢- ) ، ثم أثبت أن الشكل أ ب ج د شبه منحرف.



$$\begin{aligned} \therefore \text{ ميل ج د} &= \frac{2-0}{(2-)-1} = \frac{2}{3} \\ \text{ميل أ ب} &= \frac{4}{1} = \frac{(2-)-1}{(2-)-2} = \frac{2}{3} \\ \therefore \text{ ميل ج د} &= \text{ميل أ ب} \\ \therefore \text{ ج د} &\parallel \text{ أ ب} \\ \text{ميل ب ح} &= \frac{1-0}{3-1} = \frac{1}{2} \\ \text{ميل د أ} &= \frac{(2-)-2}{(2-)-2-} = \frac{1}{6} \\ \therefore \text{ ميل ب ح} &\neq \text{ميل د أ} \\ \therefore \text{ ب ح} &\text{ لا يوازي د أ} \end{aligned}$$

من (١) ، (٢) :  $\therefore$  الشكل أ ب ج د شبه منحرف.

٧ ميل المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها هـ

(المنيا ٢٥، الجيزة ١٧)

يساوى .....

- (١) ما هـ
- (ب) ما هـ
- (ج)  $\frac{ما هـ}{ما هـ}$
- (د) ما هـ + ما هـ

٨ إذا كان ميل خط مستقيم أكبر من الصفر فإن الزاوية الموجبة التي يصنعها المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات تكون .....

(دهياط ١١)

- (١) صفرية.
- (ب) حادة.
- (ج) قائمة.
- (د) منفرجة.

(قنا ١٢)

٩ إذا كان :  $١٣$  ،  $٢٣$  ميلى مستقيمين متعامدين فإن .....

- (١)  $١٣ = ٢٣$
- (ب)  $١٣ - ٢٣ = ١$
- (ج)  $١٣ \cdot ٢٣ = ١$
- (د)  $١٣ = ٢٣$

(الفيوم ٢٥، بوسعيد ٢٤، قنا ٢٣)

١٠ إذا كان :  $١٣$  ،  $٢٣$  ميلى مستقيمين متوازيين فإن .....

- (١)  $١٣ - ٢٣ = ٠$
- (ب)  $١٣ + ٢٣ = ٠$
- (ج)  $١٣ \cdot ٢٣ = ٠$
- (د)  $١٣ - ٢٣ \neq ٠$

(بوسعيد ١٨)

١١ ميل المستقيم الموازى للمستقيم المار بالنقطتين  $(٢، ٢)$  ،  $(٢، -٢)$  يساوى .....

- (١) غير معرف
- (ب) صفر
- (ج) -٤
- (د) -١

١٢ إذا كان المستقيم ل عمودياً على المستقيم المار بالنقطتين  $(٢، ١)$  ،  $(٥، ٠)$  فإن ميل المستقيم ل = .....

- (١) ٢
- (ب) -٢
- (ج)  $\frac{١}{٢}$
- (د)  $-\frac{١}{٢}$

(الشرقية ١٢)

١٣ إذا كان :  $١٣$  ،  $٢٣$  ميلى مستقيمين متعامدين ،  $٧٥ = ١٣ \cdot ٢٣$  فإن :  $٢٣ =$  .....

- (١)  $-\frac{٢}{٤}$
- (ب)  $\frac{٤}{٢}$
- (ج)  $-\frac{٤}{٢}$
- (د)  $\frac{٢}{٤}$

١٤ إذا كان المستقيمان اللذان ميلاهما  $\frac{٢}{٣}$  ،  $\frac{٤}{٢}$  متوازيين

(الإسكندرية ٢٥، الوادى الجديد ٢٤، مطوح ١٩)

فإن : ل = .....

- (١)  $\frac{٢}{٤}$
- (ب)  $\frac{١}{٢}$
- (ج) ٢
- (د)  $-\frac{٤}{٢}$

١٥ إذا كان المستقيمان اللذان ميلاهما  $\frac{٢}{٣}$  ،  $\frac{٦}{٤}$  متعامدين

(المنيا ٢٤، كفر الشيخ ١٩)

فإن : ل = .....

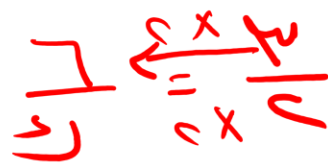
- (١) ٤
- (ب) -٩
- (ج) -٤
- (د) ٩

~~$\frac{١٢}{٢} = \frac{٦}{١}$~~

~~$\frac{١٢}{٢} = \frac{٦}{١}$~~   
 $\frac{١٢}{٢} = \frac{٦}{١}$



$\frac{١}{٢} = \frac{١}{٢}$   
 $\frac{١}{٢} = \frac{١}{٢}$   
 $\frac{١}{٢} = \frac{١}{٢}$



٦ أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين :  $أ (٣- ، ٤)$  ،  $ح (٢- ، ٣)$  عمودى على المستقيم المار

بالنقطتين :  $ب (٢ ، ١)$  ،  $د (٢- ، ٣)$  (الفيوم ٢٥ ، أسوان ٢٢)

٧ أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين :  $(٢ ، ١-)$  ،  $(٦ ، ٢)$  يوازى المستقيم الذى يصنع زاوية موجبة

قياسها  $٤٥^\circ$  مع الاتجاه الموجب لمحور السينات. (دمياط ٢٥ ، الفيوم ٢٣ ، السويس ٢٠ ، اطنابا ١٨)

٨ أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين :  $(٤ ، ٣\sqrt{٣})$  ،  $(٥ ، ٢\sqrt{٣})$  عمودى على المستقيم الذى يصنع

مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها  $٣٠^\circ$  (القليوبية ٢٤ ، الإسماعيلية ٢٣ ، الإسكندرية ٢٢)

٩ فى المستوى الإحداثى المتعامد إذا كانت :  $أ (١ ، ٥)$  ،  $ب (١- ، ٣)$  ،  $ح (٤ ، ٧)$

،  $د (١ ، ٢)$  أربع نقاط تحقق أن  $أد // ب ح$  فأوجد قيمة :  $س$

١٠ إذا كان المثلث الذي رؤوسه النقط ص (٢ ، ٤) ، ج (٥ ، ٣) ، ع (-٥ ، ٢)

قائم الزاوية في ص أوجد قيمة : ١  
(الغريبة ٢٥ ، الفيوم ٢٢ ، أسيوط ٢٠ ، المنوفية ١٧ ، دمياط ١٧) « ١ »

١١ إذا كان المستقيم  $\overleftrightarrow{AB}$  // محور الصادات حيث : ١ (-٧ ، ٧) ، ب (٣ ، ٥)

فأوجد قيمة : ج  
(أسيوط ٢٥ ، الأقصر ١٩) « ٢ »

١٢ إذا كان المستقيم  $\overleftrightarrow{DE}$  // محور السينات حيث : ح (٤ ، ٢) ، د (-٥ ، ص)

فأوجد قيمة : ص  
(الإسكندرية ٢٤ ، دمياط ٢٢) « ٢ »

١٣ إذا كان المستقيم  $l_1$  يمر بالنقطتين (٣ ، ١) ، (٢ ، ل) والمستقيم  $l_2$  يصنع مع الاتجاه الموجب

لمحور السينات زاوية موجبة قياسها  $45^\circ$  فأوجد قيمة ل إذا كان المستقيمان  $l_1$  ،  $l_2$  :

١ متوازيين. ٢ متعامدين.  
(الجيزة ٢٢ ، أسوان ٢٠ ، الإسكندرية ١٨) « صفر ، ٢ »

١٤ أوجد قياس الزاوية الموجبة التي يصنعها المستقيم  $l$  مع الاتجاه الموجب لمحور السينات إذا كان

المستقيم  $l$  يمر بالنقطتين : (٤ ، ٣) ، (٢ ، -٥) « ٧٥ ، ٥٧ ، ٥٠ »

14 أوجد قياس الزاوية الموجبة التي يصنعها المستقيم ل مع الاتجاه الموجب لمحور السينات إذا كان

« ٧٥ ٥٧ ٥٠ »

المستقيم ل يمر بالنقطتين : (٣ ، ٤) ، (٥- ، ٢)   
 ٢١٤ ، ١٤٣ ، ٢١٤

الدرس الثالث : ميل الخط المستقيم | ٢٣٩

٧٢/٢٤٠

$$\text{ميل ل} = \frac{٤ - ٢}{٣ - ٥} = \frac{٢}{-٢} = -١$$

$$\boxed{3} = \frac{٢ - ٥}{٤ - ٢} = \frac{-٣}{٢} = -\frac{٣}{٢}$$

$$\text{ظا ه} = \text{ميل ل} = -١$$

$$\text{Shift Tan } \alpha =$$

15 أوجد قياس الزاوية الموجبة التي يصنعها المستقيم ل مع الاتجاه الموجب لمحور السينات إذا كان

« ١٣٥ »

المستقيم ل يمر بالنقطتين : (٢- ، ٢) ، (٠ ، ٠)

$$١٣٥^\circ = ١٨٠^\circ + ٤٥^\circ$$

16 أوجد قياس الزاوية الموجبة التي يصنعها المستقيم ل مع الاتجاه الموجب لمحور السينات إذا كان

« ٤٥ » (القيوية ٢٥)

المستقيم ل عمودياً على المستقيم المار بالنقطتين : (٥ ، ٢-) ، (١- ، ٤)

$$\text{ميل} = \frac{٥ - ٢}{١ - ٥} = \frac{٣}{-٤} = -\frac{٣}{٤}$$

$$\text{ظا ه} = ١ \quad \text{ظا ه} = ٤٥^\circ$$

$$\text{ميل العمودي} = \text{نفسه} = \frac{١}{١} = ١$$

أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين :  $A(-2, 4)$  و  $B(-3, 2)$  عمودي على المستقيم المار

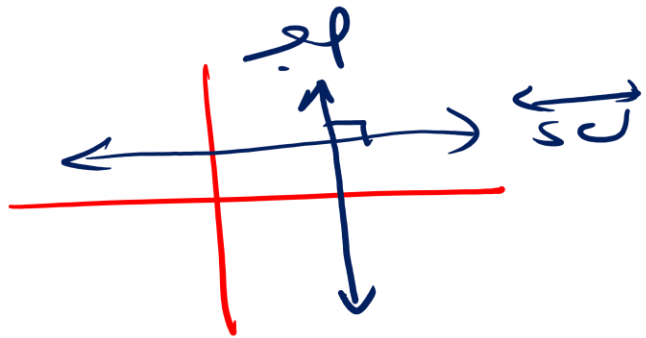
(القيوم ٢٥، أسواق ٢٢)

بالنقطتين :  $C(1, 2)$  و  $D(-2, 2)$

غير معروف

$$\text{ميل } P \text{ ج} = \frac{2 - 4}{1 - (-2)} = \frac{-2}{3} = -\frac{2}{3} \Rightarrow \text{يوأزى محور الـ } x \text{ الـ } P \text{ الـ } C$$

$$\text{ميل } Q \text{ د} = \frac{2 - 2}{-2 - (-2)} = \frac{0}{0} \Rightarrow \text{يوأزى محور الـ } y \text{ الـ } Q \text{ الـ } D$$



$$P \perp Q$$

أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين : ( ٢ ، ١- ) ، ( ٦ ، ٣ ) يوازي المستقيم الذي يصنع زاوية موجبة

(ديماط ٢٥، الفيوم ٢٢، السويح ٢٠، المنيا ١٨)

قياسها ٤٥° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

$$1 = \frac{2}{2} = \frac{(1-1) - 3}{2 - 6} = \frac{1 - 1 - 3}{2 - 6} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$$

$$1 = \tan 45^\circ = \frac{3}{4}$$

$$\therefore m_1 = m_2 \\ \therefore l_1 \parallel l_2$$

~~Q.E.D.~~

أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين:  $(\sqrt{2}, 0)$ ،  $(\sqrt{3}, 4)$  عمودي على المستقيم الذي يصنع

مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها  $30^\circ$  (القليوبية ٢٤، الإسماعيلية ٢٣، الإسكندرية ٢٢)

$$\frac{4 - 0}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{4 - 0}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{4 - 0}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = m_1$$

$$\frac{1}{m_1} = \frac{1}{4} = m_2$$

$$1 = \cancel{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \times \frac{1}{\cancel{\sqrt{3} - \sqrt{2}}} = m_1 \times m_2$$

$$1 = 1 \times 1$$

~~X~~

في المستوى الإحداثي المتعامد إذا كانت:  $A(1, 0)$  ،  $B(-1, 3)$  ،  $C(4, 7)$

$E(2, 1)$  أربع نقاط تحقق أن  $\vec{AE} \parallel \vec{BC}$  فأوجد قيمة:  $\lambda$

٦٠

صحيح

$$\lambda = \frac{2-1}{1-0} = \frac{0-1}{3-1} = \frac{1-0}{1-3} = \frac{1}{2}$$

صحيح

$$\lambda = \frac{2-1}{1-0} = \frac{3-1}{(1-1)-4} = \frac{2-1}{(1-1)-4} = \frac{1}{-4}$$

$$\begin{aligned} 1 - \lambda &= (1 - \lambda) - 4 \\ 1 - \lambda &= 1 + \sqrt{17} - 4 \\ 1 - \lambda - 1 &= \sqrt{17} - 3 \\ -\lambda &= \sqrt{17} - 3 \\ \lambda &= 3 - \sqrt{17} \end{aligned}$$

$\lambda = 3$

$$\frac{1}{1} = \frac{1}{(1-\lambda)-4}$$

$$\begin{aligned} 1 - \lambda - 4 &= \sqrt{17} - 3 \\ 17 + \lambda + 4 &= \sqrt{17} \\ \frac{21}{2} &= \sqrt{\frac{17}{2}} \\ \lambda &= 7 \end{aligned}$$

إذا كان المثلث الذي رؤوسه النقط ص (٢، ٤) ، ج (٥، ٣) ، ع (-٥، ٢)



قائم الزاوية في ص أوجد قيمة  $\theta$  :

(الغربية ٢٥، الفيوم ٢٢، أسيوط ٢٠، المنوفية ١٧، دمياط ١٧) « ١-١ »

إذا كان المستقيم  $\overleftrightarrow{AB}$  // محور الصادات حيث :  $A(7, 5)$  ،  $B(2, 5)$

فأوجد قيمة :  $s$

(أسبوط ٢٥، الأقصر ١٩، ٢٠)

$$\frac{5-5}{7-2} = \frac{s-5}{2-7}$$

$$0 = \frac{s-5}{-5}$$

$$0 = \frac{s-5}{-5}$$

$$s = 5$$



إذا كان المستقيم  $d$  // محور السينات حيث :  $d(4, 2)$  ،  $d(-5, 0)$  (ص)

فأوجد قيمة : ص

صفر

(الإسكندرية ٢٤ ، دمياط ٢٢) «٢»

إذا كان المستقيم  $l_1$  يمر بالنقطتين  $(1, 3)$  ،  $(2, 4)$  والمستقيم  $l_2$  يصنع مع الاتجاه الموجب

لمحور السينات زاوية موجبة قياسها  $45^\circ$  فأوجد قيمة  $k$  إذا كان المستقيمان  $l_1$  ،  $l_2$  :

- ١ متوازيين.      ٢ متعامدين.      (الجيزة ٢٢، أسوان ٢٠، الإسكندرية ١٨) «صفر» ٢

متعامدين

$$m_1 = \frac{3-4}{1-2} = \frac{-1}{-1} = 1$$

$$m_2 = \tan 45^\circ = 1$$

$$m_1 \times m_2 = 1 \times 1 = 1 \neq -1$$

$$m_1 \neq -\frac{1}{m_2} \Rightarrow 1 \neq -\frac{1}{1}$$



$$m_1 = \frac{3-4}{1-2} = \frac{-1}{-1} = 1$$

$$m_2 = \tan 45^\circ = 1$$

$$m_1 \times m_2 = 1 \times 1 = 1 \neq -1$$

$$m_1 \neq -\frac{1}{m_2} \Rightarrow 1 \neq -\frac{1}{1}$$

$$m_1 \neq -\frac{1}{m_2} \Rightarrow 1 \neq -1$$

أوجد قياس الزاوية الموجبة التي يصنعها المستقيم  $l$  مع الاتجاه الموجب لمحور السينات إذا كان

$$« ٧٥^\circ \text{ } ٥٧^\circ \text{ } ٥٠^\circ »$$

المستقيم  $l$  يمر بالنقطتين :  $(٣ ، ٤) ، (٢ ، ٥-)$

أوجد قياس الزاوية الموجبة التي يصنعها المستقيم ل مع الاتجاه الموجب لمحور السينات إذا كان

المستقيم ل يمر بالنقطتين : ( 0 ، 0 ) ، ( 2 ، -2 )

135°

$$\text{ميل ل} = \frac{-2 - 0}{2 - 0} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$\text{ميل ل} = -1$$

$$\text{Shift Tan}^{-1} = 20^\circ +$$

$$135^\circ = (20^\circ) + 115^\circ$$

أوجد قياس الزاوية الموجبة التي يصنعها المستقيم  $l$  مع الاتجاه الموجب لمحور السينات إذا كان

القيوية ٢٥ ٤٥

المستقيم  $l$  عمودياً على المستقيم المار بالنقطتين:  $(-2, 5)$  ،  $(4, -1)$

ظاهر  $\Rightarrow$  لـ  $l$   $\perp$  لـ  $l_1 \leftarrow$  ميل  $l_1 =$  ظاهر

$$-1 = \frac{7-}{7} = \frac{5-1}{(-1)-(-2)} = \frac{4-}{-1-1} = \frac{4-}{-2}$$

$$\frac{1-}{1} = \frac{2 \times 2}{2} \quad \checkmark$$
  
$$\frac{1-}{2} = \frac{2}{2}$$

$$1 = \frac{1}{1} = \frac{1}{1}$$

$$\text{Shift Tan } 1 = 45^\circ$$

ظاهر = 1



أثبت أن النقط: أ (١ ، ١) ، ب (٤ ، ٢) ، ج (٧ ، ٣) تقع على استقامة واحدة. (القاهرة ٢٥)

إذا كانت النقط : (0, 2) ، (1, 0) ، (3, 1) تقع على استقامة واحدة

فاوجد قيمة  $a$

(المنوية ٢٤، أسبوط ٢٣، القفلية ٢٢، القاهرة ٢٠، دمياط ١٩، سوهاج ١٨، قنا ١٦) ١٠

$$\frac{c}{p} = \frac{1 - a}{-p} = \frac{14 - c}{17 - c} = \text{صحيح}$$

$$\frac{c}{p - c} = \frac{a - 0}{p - c}$$

∴ النقط على استقامة واحدة

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{p - c} \Rightarrow \frac{c}{p} = \frac{c}{(p - c)} \times \frac{1}{c}$$

$$p - c = p$$

$$c = p + p$$

$$\frac{c}{p} = \frac{p + p}{p}$$

$$\boxed{1 = 2}$$

إذا كانت:  $A(-1, -1)$  ،  $B(2, 2)$  ،  $C(6, 0)$

أثبت أن: المثلث  $ABC$  قائم الزاوية في  $B$

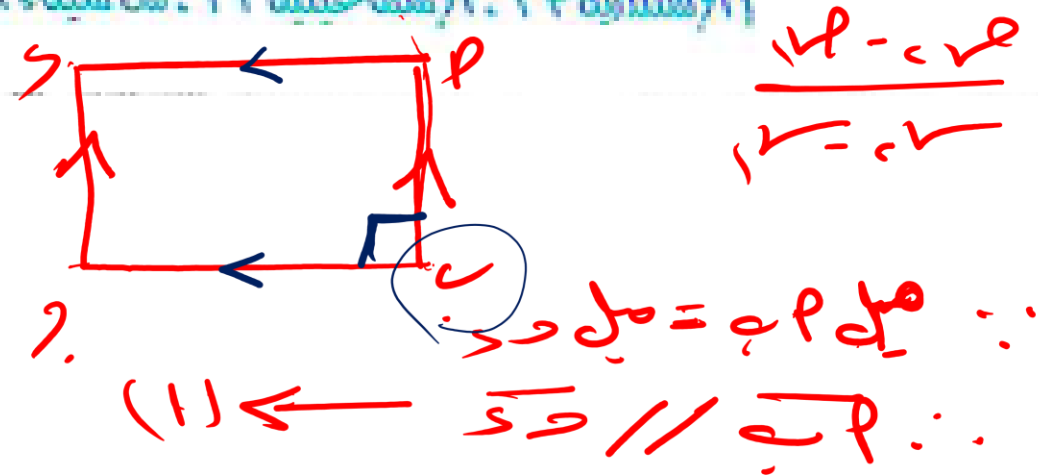


(الإسماعيلية ٢٤، مطبوع ٢٢، أسواق ١٩، كفر الشيخ ١٧)

أثبت باستخدام الميل أن النقط : ١ (٢ ، ١) ، ب (١ ، ٥) ، ج (٦ ، ٤) ، د (٦ ، ٠) هي رؤوس المستطيل ؟

س (٦ ، ٠) هي رؤوس المستطيل ؟ ب ج د

(الإسكندرية ٢٣ ، الإسماعيلية ٢٢ ، شبراخيت ١٨)



ميل P =  $\frac{1-5}{6-1} = \frac{-4}{5}$

ميل Q =  $\frac{5-1}{1-6} = \frac{4}{-5} = -\frac{4}{5}$

ميل R =  $\frac{0-1}{6-1} = \frac{-1}{5}$

ميل S =  $\frac{0-5}{6-1} = \frac{-5}{5} = -1$

∴ ميل P = ميل Q = ميل R = ميل S = -1

∴ ميل P × ميل Q = 1 × 1 = 1

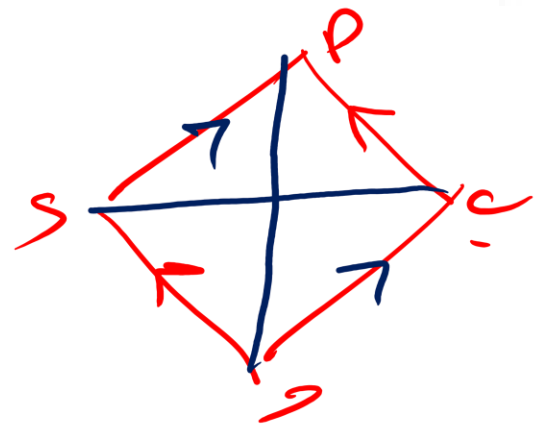
∴ ميل P = ميل Q = ميل R = ميل S

∴ P // Q // R // S ← (س)

من (١) (س) ينتج الشكل متوازي أضلاع

∴ ميل P ⊥ ميل Q = 90°

أثبت أن النقط:  $A(1, 2)$  ،  $B(6, 4)$  ،  $C(7, 9)$  ،  $D(2, 8)$  هي رؤوس المعين  $ABCD$



مبني =  $\frac{1 \cdot 2 - 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 - 2 \cdot 1}$

هي رؤوس المعين  $ABCD$

مبني  $AB = \frac{1 \cdot 2 - 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 - 2 \cdot 1} = 0$

مبني  $BC = \frac{6 \cdot 4 - 4 \cdot 7}{6 \cdot 4 - 4 \cdot 7} = 0$

مبني  $CD = \frac{7 \cdot 9 - 9 \cdot 2}{7 \cdot 9 - 9 \cdot 2} = 0$

مبني  $DA = \frac{2 \cdot 8 - 8 \cdot 1}{2 \cdot 8 - 8 \cdot 1} = 0$

منه 1 و 2 ينتج انه  $ABCD$  متوازي الاضلاع

مبني  $AB = \frac{1 \cdot 2 - 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 - 2 \cdot 1} = 0$

مبني  $BC = \frac{6 \cdot 4 - 4 \cdot 7}{6 \cdot 4 - 4 \cdot 7} = 0$

مبني  $CD = \frac{7 \cdot 9 - 9 \cdot 2}{7 \cdot 9 - 9 \cdot 2} = 0$

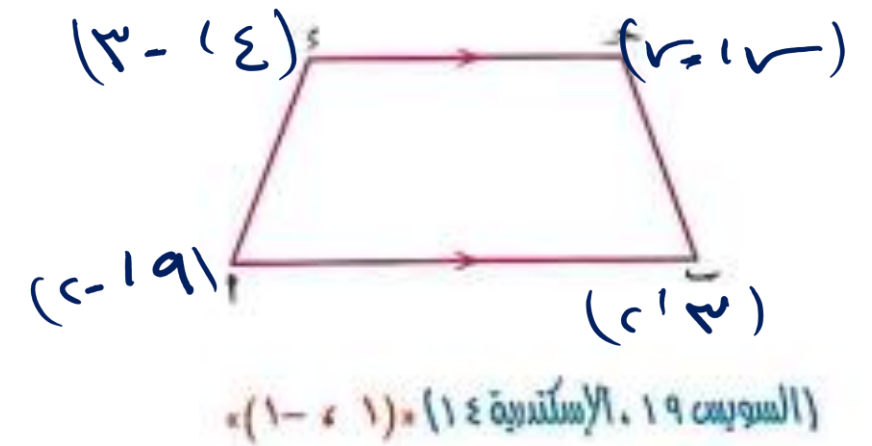
مبني  $DA = \frac{2 \cdot 8 - 8 \cdot 1}{2 \cdot 8 - 8 \cdot 1} = 0$

مبني  $AB = 0$

مبني  $BC = 0$

أثبت أن النقط : ١  $(-1, -1)$  ، ٢  $(2, 2)$  ، ٣  $(0, 6)$  ، ٤  $(-2, -4)$

هي رؤوس مربع.



أب ح د شبه منحرف فيه :  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$   
 أ (٢، ٩) ، ب (٢، ٣) ، ج (٥، ٥) ، د (٥، ١)  
 ع (٣، ٤) أوجد إحداثي نقطة ح

∴ الشكل أ ب ح د شبه منحرف

$$\frac{2 + \sqrt{3}}{4 - \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{1}$$

$$\frac{2\sqrt{3} - \sqrt{3}}{4\sqrt{3} - \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{1}$$

أ ب ح د

∴ ميل أ ب = ميل ح د

$$\text{ميل أ ب} = \frac{3 - 9}{2 - 2} = \frac{1 - 3}{5 - 2}$$

$$\text{ميل ح د} = \frac{1 - 3}{5 - 2} = \frac{2 + \sqrt{3}}{4 - \sqrt{3}}$$

$(2 + \sqrt{3}) \cdot 3 = (4 - \sqrt{3}) \cdot 1$   
 $6 + 3\sqrt{3} = 4 - \sqrt{3}$   
 $3\sqrt{3} + \sqrt{3} = 4 - 6$   
 $4\sqrt{3} = -2$   
 $\sqrt{3} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$   
 $\sqrt{3} = 1$

١ إذا كان المستقيم :  $4x - 3y + 2 = 0$  يصنع مع محوري الإحداثيات في الربع الأول مثلثًا متساوي الساقين فإن قيمة  $k = \dots$

- (أ)  $\frac{2}{3}$  (ب)  $\frac{4}{3}$  (ج)  $4$  (د)  $4 -$

٢ المستقيم الذي يمر بالنقطة  $(4, 5)$  ويوازي محور الصادات معادلته هي .....

- (أ)  $5 = x$  (ب)  $4 = x$  (ج)  $5 = y$  (د)  $4 = y$

٣ النقطة التي تقع على المستقيم المار بالنقطتين  $(2, 3)$  ،  $(4, 4)$  هي .....

- (أ)  $(1, 1)$  (ب)  $(4, 2)$  (ج)  $(6, 5)$  (د)  $(3, 6)$

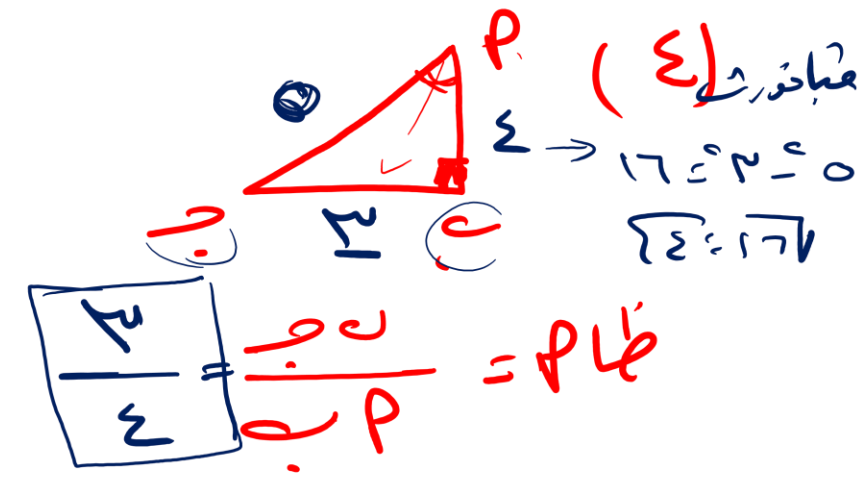
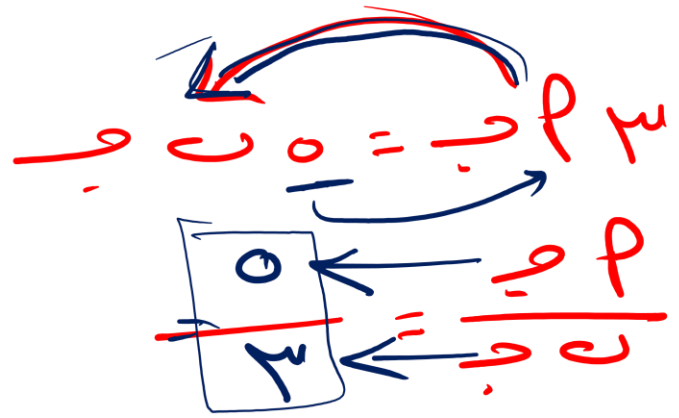
٤  $\angle A = \angle B$  مثلث قائم الزاوية في  $C$  ،  $\angle C = 90^\circ$  ، فإن  $\sin A = \dots$

- (أ)  $\frac{2}{5}$  (ب)  $\frac{5}{4}$  (ج)  $\frac{3}{4}$  (د)  $\frac{1}{3}$

٥  $\sin \theta$  و  $\cos \theta$  قائم الزاوية في  $W$  ، فإذا كانت  $\sin \theta = \frac{1}{2}$  فإن  $\cos \theta = \dots$

- (أ)  $\sin \theta = \cos \theta$  (ب)  $\sin \theta = \cos \theta$   
 (ج)  $\sin \theta = \cos \theta$  (د)  $\sin \theta = \cos \theta$

(٥)



٦ صورة النقطة (-٢ ، ١) بالانعكاس في محور الصادات تقع في الربع .....

(أ) الأول. (ب) الثاني. (ج) الثالث. (د) الرابع.

٧  $\sqrt{2}$  ما  $45^\circ$  ما  $30^\circ$  = .....

(أ) ما  $60^\circ$  (ب) ما  $30^\circ$  (ج) ما  $30^\circ$  (د) ما  $2^\circ$

٨ أ ب ح د مربع فيه أ (-١ ، ٤) ، ح (١ ، ٦) فإن مساحته = ..... وحدة مربعة.

(أ) ٨ (ب) ١٦ (ج) ٤ (د)  $\sqrt{2}$

٩ أ ب ح د شكل رباعي فيه : ما  $4 =$  ما  $2$  ، و (د ب) =  $150^\circ$  ، و (د ح) =  $50^\circ$

فإن : و (د) = .....

(أ)  $120^\circ$  (ب)  $100^\circ$  (ج)  $130^\circ$  (د)  $150^\circ$

# معادلة الخط المستقيم

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$P = \text{ميل}$$

ح = جزء المقطوع  
مت محاور الاطوار

$$m = \frac{\text{التغير الرأسى}}{\text{التغير الأفقى}} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

حيث  $(x_1, y_1)$  ،  $(x_2, y_2)$

أى نقطتين عليه.

$$y - 3 = m(x - 2)$$

ميل المستقيم

$$m = \text{طاه}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

ميل

إى انه :  
إذا كانت معادلة الخط المستقيم على الصورة :  $y - y_1 = m(x - x_1)$  :  
• ميل الخط المستقيم =  $m$   
• طول الجزء المقطوع من محور الصادات بالمستقيم =  $-y_1$  والمستقيم يمر بالنقطة  $(x_1, y_1)$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

ميل = ؟

أوجد ميل الخط المستقيم :  $٢س + ٥ص - ١٥ = ٠$  وأوجد طول الجزء المقطوع من محور الصادات.

الحل

$$٢س + ٥ص = ١٥$$

$$\frac{-١٥}{٥} = \frac{-٢س}{٥} = \frac{-٢س}{٥}$$

حزب  
من محور الصادات =  $\left| \frac{-١٥}{٥} \right| = \left| \frac{-١٥}{٥} \right| = ٣$

ملاحظة!

في المثال السابق وبملاحظة المعادلة على الصورة :  $٢س + ٥ص - ١٥ = ٠$  نجد أن :

• ميل الخط المستقيم =  $\frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل ص}} = \frac{-٢}{٥}$

• المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة  $(٠, \frac{-\text{الحد المطلق}}{\text{معامل ص}})$  أي  $(٠, ٣)$

أي أن : المستقيم يقطع من محور الصادات جزءاً طوله  $٣ = \left| \frac{-\text{الحد المطلق}}{\text{معامل ص}} \right| = ٣$  وحدات طولية.

إذا كانت معادلة المستقيم على الصورة :  $ax + by + c = 0$  فإن :

• ميل المستقيم =  $\frac{-\text{معامل } x}{\text{معامل } y} = \frac{-a}{b}$

• المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة  $(0, \frac{-c}{b})$

أي أن : طول الجزء المقطوع من محور الصادات =  $|\frac{-c}{b}|$

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :  $\vec{a} = (2, -1)$  و  $\vec{b} = (3, -2)$   $\vec{a} + \vec{b}$   $\vec{a} - \vec{b}$   $2\vec{a}$   $2\vec{b}$

١)  $\vec{a} + \vec{b} = (5, -3)$   $\vec{a} - \vec{b} = (-1, 1)$   $2\vec{a} = (4, -2)$   $2\vec{b} = (6, -4)$

٢) إذا كانت :  $\vec{a} = (1, 2)$  و  $\vec{b} = (2, 1)$  فإن  $\vec{a} + \vec{b}$   $\vec{a} - \vec{b}$   $2\vec{a}$   $2\vec{b}$

٣) البعد بين النقطتين  $(0, 3)$  و  $(4, 0)$  يساوي ..... وحدات طول.

٤) إذا كان المستقيمان :  $3x + 5y = 0$  و  $2x + 3y = 0$  متعامدين فإن :  $\vec{a} = (1, 2)$   $\vec{b} = (2, 1)$   $\vec{c} = (3, 2)$   $\vec{d} = (4, 3)$

٥) إذا كانت :  $\vec{a} = (7, 5)$  و  $\vec{b} = (1, 1)$  فإن نقطة منتصف  $\vec{ab}$  هي .....

٦) معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة  $(3, -5)$  و يوازي محور الصادات هي .....

١) بدون استخدام الآلة الحاسبة أثبت أن :  $2 \sin 30^\circ = \sin 60^\circ$

٢) أثبت أن النقط :  $\vec{a} = (3, -1)$  و  $\vec{b} = (6, 5)$  و  $\vec{c} = (3, 3)$  تقع على استقامة واحدة.

٣) إذا كانت :  $\vec{a} = (6, 30^\circ)$  و  $\vec{b} = (3, 30^\circ)$  فإن  $\vec{a} + \vec{b}$   $\vec{a} - \vec{b}$   $2\vec{a}$   $2\vec{b}$

٤) إذا كانت :  $\vec{a} = (6, -4)$  هي منتصف  $\vec{ab}$  حيث  $\vec{a} = (3, -5)$  فأوجد إحداثي النقطة  $\vec{b}$

مما نلاحظه  
مشابهة  
مستقيمة

$$\vec{a} = (6, 30^\circ)$$

$$\vec{b} = (3, 30^\circ)$$

$$\vec{a} + \vec{b} = (9, 30^\circ)$$

$$\vec{a} - \vec{b} = (3, 0^\circ)$$

$$2\vec{a} = (12, 60^\circ)$$

$$2\vec{b} = (6, 60^\circ)$$

$$\vec{a} = (6, -4)$$

$$\vec{b} = (3, -5)$$

$$\vec{a} + \vec{b} = (9, -9)$$

$$\vec{a} - \vec{b} = (3, 1)$$

$$2\vec{a} = (12, -8)$$

$$2\vec{b} = (6, -10)$$

(أ) إذا كان المستقيم  $l$  يمر بالنقطتين  $(1, 3)$  ،  $(2, 4)$  ، والمستقيم  $l_1$  يصنع مع

الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها  $45^\circ$

فأوجد: قيمة  $k$  إذا كان  $l_1 \parallel l$

(ب)  $2$   $3$   $4$   $5$   $6$   $7$   $8$  سم ،  $2$   $3$   $4$   $5$  سم

أوجد:  $1$   $2$   $3$   $4$   $5$   $6$   $7$   $8$   $9$   $10$   $11$   $12$   $13$   $14$   $15$   $16$   $17$   $18$   $19$   $20$   $21$   $22$   $23$   $24$   $25$   $26$   $27$   $28$   $29$   $30$   $31$   $32$   $33$   $34$   $35$   $36$   $37$   $38$   $39$   $40$   $41$   $42$   $43$   $44$   $45$   $46$   $47$   $48$   $49$   $50$   $51$   $52$   $53$   $54$   $55$   $56$   $57$   $58$   $59$   $60$   $61$   $62$   $63$   $64$   $65$   $66$   $67$   $68$   $69$   $70$   $71$   $72$   $73$   $74$   $75$   $76$   $77$   $78$   $79$   $80$   $81$   $82$   $83$   $84$   $85$   $86$   $87$   $88$   $89$   $90$   $91$   $92$   $93$   $94$   $95$   $96$   $97$   $98$   $99$   $100$

$1 = 2 = 3 = 4 = 5 = 6 = 7 = 8 = 9 = 10 = 11 = 12 = 13 = 14 = 15 = 16 = 17 = 18 = 19 = 20 = 21 = 22 = 23 = 24 = 25 = 26 = 27 = 28 = 29 = 30 = 31 = 32 = 33 = 34 = 35 = 36 = 37 = 38 = 39 = 40 = 41 = 42 = 43 = 44 = 45 = 46 = 47 = 48 = 49 = 50 = 51 = 52 = 53 = 54 = 55 = 56 = 57 = 58 = 59 = 60 = 61 = 62 = 63 = 64 = 65 = 66 = 67 = 68 = 69 = 70 = 71 = 72 = 73 = 74 = 75 = 76 = 77 = 78 = 79 = 80 = 81 = 82 = 83 = 84 = 85 = 86 = 87 = 88 = 89 = 90 = 91 = 92 = 93 = 94 = 95 = 96 = 97 = 98 = 99 = 100$

$1 = 2 = 3 = 4 = 5 = 6 = 7 = 8 = 9 = 10 = 11 = 12 = 13 = 14 = 15 = 16 = 17 = 18 = 19 = 20 = 21 = 22 = 23 = 24 = 25 = 26 = 27 = 28 = 29 = 30 = 31 = 32 = 33 = 34 = 35 = 36 = 37 = 38 = 39 = 40 = 41 = 42 = 43 = 44 = 45 = 46 = 47 = 48 = 49 = 50 = 51 = 52 = 53 = 54 = 55 = 56 = 57 = 58 = 59 = 60 = 61 = 62 = 63 = 64 = 65 = 66 = 67 = 68 = 69 = 70 = 71 = 72 = 73 = 74 = 75 = 76 = 77 = 78 = 79 = 80 = 81 = 82 = 83 = 84 = 85 = 86 = 87 = 88 = 89 = 90 = 91 = 92 = 93 = 94 = 95 = 96 = 97 = 98 = 99 = 100$

$1 = 2 = 3 = 4 = 5 = 6 = 7 = 8 = 9 = 10 = 11 = 12 = 13 = 14 = 15 = 16 = 17 = 18 = 19 = 20 = 21 = 22 = 23 = 24 = 25 = 26 = 27 = 28 = 29 = 30 = 31 = 32 = 33 = 34 = 35 = 36 = 37 = 38 = 39 = 40 = 41 = 42 = 43 = 44 = 45 = 46 = 47 = 48 = 49 = 50 = 51 = 52 = 53 = 54 = 55 = 56 = 57 = 58 = 59 = 60 = 61 = 62 = 63 = 64 = 65 = 66 = 67 = 68 = 69 = 70 = 71 = 72 = 73 = 74 = 75 = 76 = 77 = 78 = 79 = 80 = 81 = 82 = 83 = 84 = 85 = 86 = 87 = 88 = 89 = 90 = 91 = 92 = 93 = 94 = 95 = 96 = 97 = 98 = 99 = 100$

$1 = 2 = 3 = 4 = 5 = 6 = 7 = 8 = 9 = 10 = 11 = 12 = 13 = 14 = 15 = 16 = 17 = 18 = 19 = 20 = 21 = 22 = 23 = 24 = 25 = 26 = 27 = 28 = 29 = 30 = 31 = 32 = 33 = 34 = 35 = 36 = 37 = 38 = 39 = 40 = 41 = 42 = 43 = 44 = 45 = 46 = 47 = 48 = 49 = 50 = 51 = 52 = 53 = 54 = 55 = 56 = 57 = 58 = 59 = 60 = 61 = 62 = 63 = 64 = 65 = 66 = 67 = 68 = 69 = 70 = 71 = 72 = 73 = 74 = 75 = 76 = 77 = 78 = 79 = 80 = 81 = 82 = 83 = 84 = 85 = 86 = 87 = 88 = 89 = 90 = 91 = 92 = 93 = 94 = 95 = 96 = 97 = 98 = 99 = 100$

(أ) أوجد معادلة المستقيم الذي ميله  $2$  ويمر بالنقطة  $(0, 1)$

(ب) أثبت أن النقط:  $4(3, 1)$  ،  $5(4, -6)$  ،  $6(2, 2)$  الواقعة في

مستوى إحداثي متعامد تمر بها دائرة واحدة مركزها النقطة  $7(1, 2)$  ثم أوجد

محيط الدائرة.

$10\pi$

مبا عورت

$7^2 + 8^2 = 10^2$



$\frac{1}{10} = \sin \theta$

$\frac{7}{10} = \cos \theta$

$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta = 2 \times \frac{1}{10} \times \frac{7}{10} = \frac{14}{100} = \frac{7}{50}$

(ب)  $5 = 5$   $5 = 5$

مركز الدائرة =  $7(1, 2)$

محيط الدائرة =  $10\pi$

$10\pi \times 2 = 20\pi$

$$(1-1) \rightarrow (1,1) \rightarrow \text{میل} = 1$$

$$\frac{1-1}{1-1} = \text{میل}$$

$$1 + 1 = 2 \rightarrow 1 + 1 = 2$$

$$1 + 1 = 2$$

$$1 = 1$$

$$1 = 1$$

میل = 1

جزء المقطوع

$$1 + 1 = 2$$

میل = 1

$$\frac{1}{1} = 1$$

$$\frac{1}{1} = 1$$

$$1 + 1 = 2$$

$$1 + 1 = 2$$

$$1 + 1 = 2$$

جزء المقطوع = 1

میل = 1

## ملاحظة!

في المثال السابق وبملاحظة المعادلة على الصورة:  $2x + 5y - 10 = 0$  نجد أن:

• ميل الخط المستقيم =  $\frac{-\text{معامل } x}{\text{معامل } y} = \frac{-2}{5}$

• المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة  $(\frac{-\text{الحد المطلق}}{\text{معامل } y}, 0)$  أي  $(3, 0)$

أي أن: المستقيم يقطع من محور الصادات جزءاً طوله  $3 = |\frac{-\text{الحد المطلق}}{\text{معامل } y}|$  وحدات طولية.

## أي أنه:

إذا كانت معادلة المستقيم على الصورة:  $ax + by + c = 0$  فإن:

• ميل المستقيم =  $\frac{-\text{معامل } x}{\text{معامل } y} = \frac{-a}{b}$

• المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة  $(\frac{-c}{b}, 0)$

أي أن: طول الجزء المقطوع من محور الصادات =  $|\frac{-c}{b}|$

إذا كان المستقيم المار بالنقطتين  $(7, -1)$  ،  $(3, 9)$  عمودياً على المستقيم الذي معادلته :

$$x + y - 13 = 0 \text{ فأوجد قيمة } k$$

أوجد ميل الخط المستقيم :  $2x + 5y - 10 = 0$  وأوجد طول الجزء المقطوع من محور الصادات.

## الحل

نضع معادلة الخط المستقيم على الصورة :  $mx + n = 0$

$$\therefore 2x + 5y - 10 = 0 \quad \therefore x + \frac{2}{5} = 0$$

$\therefore$  ميل المستقيم  $= \frac{2}{5}$  وطول الجزء المقطوع من محور الصادات  $= 2$  وحدات طولية.

بفرض أن : ميل المستقيم المار بالنقطتين  $(7, -1)$  ،  $(3, 9)$  هو  $m_1$

$$\therefore m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 9}{7 - 3} = \frac{-10}{4} = -\frac{5}{2}$$

وبفرض أن : ميل المستقيم الذي معادلته :  $x + y - 13 = 0$  هو  $m_2$

$$\therefore m_2 = -1$$

،  $\therefore$  المستقيمان متعامدان

$$\therefore m_1 \times m_2 = -1$$

$$\therefore -\frac{5}{2} \times (-1) = -1$$

$$\therefore -\frac{5}{2} = -1$$

$$\therefore -\frac{5}{2} = -1 \times \frac{2}{5}$$

$$\therefore \frac{2}{5} = 1$$

- ١ إذا كان المستقيمان : ٢ ص + س - ٧ = ٠ ، ص = ٤ س + ٥ متعامدين فأوجد : قيمة لـ معامل س
- ٢ مستقيم معادلته : ٢ س - ٣ ص = ٥ ، أوجد قياس الزاوية الموجبة التي يصنعها هذا المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.
- ٣ أوجد طول الجزء المقطوع من محور الصادات بالمستقيم الذي معادلته : ٢ ص = ٣ س + ١٢

٢ =  $\frac{3}{-2} = \frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل ص}}$  = ميل

Shift Tan 1 =  $\frac{1}{\epsilon}$   $\frac{1}{\epsilon} = 1$   $\epsilon = 1$

١ ص = ٣ س + ٦

الجزء المقطوع =  $\frac{6}{-2} = -3$

$\frac{1}{2} = \frac{3}{-2} + \frac{5}{1}$

$\frac{1}{2} = \frac{3}{-2} + 5$

٣

**ثانياً** إيجاد معادلة الخط المستقيم إذا علم ميله وطول الجزء المقطوع من محور الصادات بهذا المستقيم

المستقيم الذي ميله =  $m$  ويقطع محور الصادات في النقطة  $(0, c)$  تكون معادلته على الصورة :  $y = mx + c$

$$y = mx + c$$

أوجد معادلة المستقيم :

- 1 الذي ميله =  $-\frac{2}{3}$  ويقطع من الجزء الموجب لمحور الصادات 3 وحدات طولية.
- 2 الذي ميله = 2 ويقطع من الجزء السالب لمحور الصادات 7 وحدات طولية.

$$y = mx + c$$

1 :  $m = -\frac{2}{3}$  ،  $c = 3$

2 :  $m = 2$  ،  $c = -7$

∴ معادلة المستقيم هي :  $y = -\frac{2}{3}x + 3$

∴ معادلة المستقيم هي :  $y = 2x - 7$

## مثال ٤

أوجد معادلة المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها  $١٣٥^\circ$  ويقطع من الجزء الموجب لمحور الصادات جزءاً مقداره  $٧$  وحدات طول.

### الحل

∴ الميل =  $\tan ١٣٥^\circ = -١$  ∴ معادلة المستقيم المطلوبة هي :  $ص - س = ٧$

### ملاحظات !

- ١ معادلة المستقيم الذي يمر بنقطة الأصل و  $(٠, ٠)$  هي  $ص = س$  حيث  $م$  ميل المستقيم.
  - ٢ معادلة محور السينات هي  $ص = ٠$
  - ٣ معادلة محور الصادات هي  $س = ٠$
  - ٤ معادلة المستقيم الذي يوازي محور السينات ويمر بالنقطة  $(٠, ل)$  هي  $ص = ل$
  - ٥ معادلة المستقيم الذي يوازي محور الصادات ويمر بالنقطة  $(ك, ٠)$  هي  $س = ك$
- $ل = ٧$   
 $ك = ٧$

أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين :  $(1, 1)$  و  $(2, 2)$

$$v_p = \frac{m}{1} + b = 1.0$$

صيغة  $\frac{\text{معرفة المراتب}}{\text{معرفة النقاط}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 1}{2 - 1} = \frac{1}{1} = 1$

نفرض أن معادلة المستقيم على الصورة :  $y = m \cdot x + b$

$$m = 1$$

العزود المعطوح الميل =  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 1}{2 - 1} = 1$

بالتعويض  $(1, 1)$

∴ معادلة المستقيم تصبح على الصورة :  $y = 1 \cdot x + b$

∴  $(1, 1)$  تنتمي للمستقيم  $y = x + b$

$$1 = 1 + b$$

∴  $1 - 1 = 1 + b - 1 \Rightarrow 0 = b$

∴ معادلة المستقيم هي :  $y = x$

أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة ( ١ ، ٢ ) موازيًا للمستقيم :  $٢ - ٣ + ٢ = ٦$  .

$$\therefore \text{ميل المستقيم المعطى} = \frac{- \text{معامل } ٣}{\text{معامل } ٢} = \frac{٢}{٣}$$

$$\therefore \text{ميل المستقيم المطلوب معادلته} = \frac{٢}{٣}$$

$$\therefore \text{معادلة المستقيم المطلوبة هي : } ٢ - ٣ + ح = ٦$$

،  $\therefore$  المستقيم يمر بالنقطة ( ١ ، ٢ )  $\therefore$  فهي تحقق معادلته

$$\therefore ٢ = ح + ١ \times \frac{٢}{٣} \quad \therefore ح = \frac{٤}{٣}$$

$$\therefore \text{معادلة المستقيم المطلوبة هي : } ٢ - ٣ + ح = \frac{٤}{٣}$$

أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢ ، ٣) عموديًا على الخط المستقيم المار بالنقطتين :

$$أ (٢ ، ٤) ، ب (٥ ، ٣)$$

$$\therefore \text{ ميل المستقيم المار بالنقطتين أ ، ب يساوي } \frac{٣-٤}{٣-٥} = \frac{١}{٢}$$

$$\therefore \text{ ميل المستقيم العمودي } = \frac{٢}{١} = ٢$$

$\therefore$  معادلة المستقيم المطلوبة هي :  $٢ = ٢ص + ح$

،  $\therefore$  المستقيم يمر بالنقطة (٢ ، ٣)  $\therefore$  فهي تحقق معادلته

$$\therefore ٢ = ٢ \times ٢ + ح \quad \therefore ح = ٢$$

$\therefore$  معادلة المستقيم المطلوبة هي :  $٢ = ٢ص + ح$

١ أوجد معادلة المستقيم الذي يقطع من محور الصادات جزءاً موجباً طوله ٥ وحدات طولية ويوازي

المستقيم المار بالنقطتين  $(-١, ٦)$  ،  $(٢, -٣)$

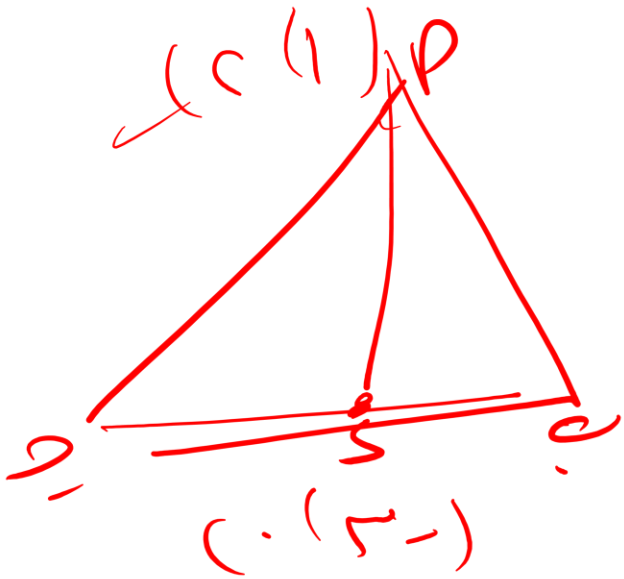
٢ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة  $(٣, ٤)$  عمودياً على  $\vec{AB}$  حيث :

$A(٤, ٥)$  ،  $B(٢, -٣)$

أ ب ح مثلث رءوسه النقط  $A(2, 1)$  ،  $B(-2, 3)$  ،  $C(-4, -2)$  ،  $\bar{A}$  متوسط فيه

أوجد : معادلة المستقيم المار بالمتوسط  $\bar{A}$

الحل



$\therefore S$  منتصف  $BC$

$\therefore \bar{A}$  متوسط في  $\Delta ABC$

$$\therefore S = \left( \frac{(-2) + (-4)}{2}, \frac{3 + (-2)}{2} \right) = (0, 2)$$

$(-2, 3)$   $(-4, -2)$

$\therefore$  ميل المستقيم المار بالنقطتين  $A$  ،  $S$  يساوي  $\frac{1}{2} = \frac{1 - 2}{2 - 0}$

$\therefore$  معادلة المستقيم المطلوبة هي :  $ص = \frac{1}{2} ح + ٢$

،  $\therefore$  المستقيم يمر بالنقطة  $A(2, 1)$   $\therefore$  فهي تحقق معادلتك

$$\therefore ح = \frac{2}{1}$$

$$\therefore ٢ = ١ \times \frac{1}{2} + ح$$

$\therefore$  معادلة المستقيم المطلوبة هي :  $ص = \frac{1}{2} ح + ٢$

$$\begin{aligned} \sqrt{2} + \sqrt{2} &= \sqrt{2} \\ \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2} &= 2 \\ \sqrt{2} + \sqrt{2} &= 2\sqrt{2} \\ \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} &= 2 \end{aligned}$$

باستخدام الميل والجزء المقطوع من محور الصادات مثل بيانياً المستقيم الذي معادلته :  $(11)$

$$(3-10)$$

$$ص = 2س - 3$$

هناك ٢ خطوات ←  
 ١- حساب الميل  
 ٢- حساب الجزء المقطوع

### الحل

$$\text{ميل المستقيم} = \frac{\text{التغير الرأسى}}{\text{التغير الأفقى}} = \frac{2}{1} = 2$$

المستقيم يمر بالنقطة  $(0, -3)$

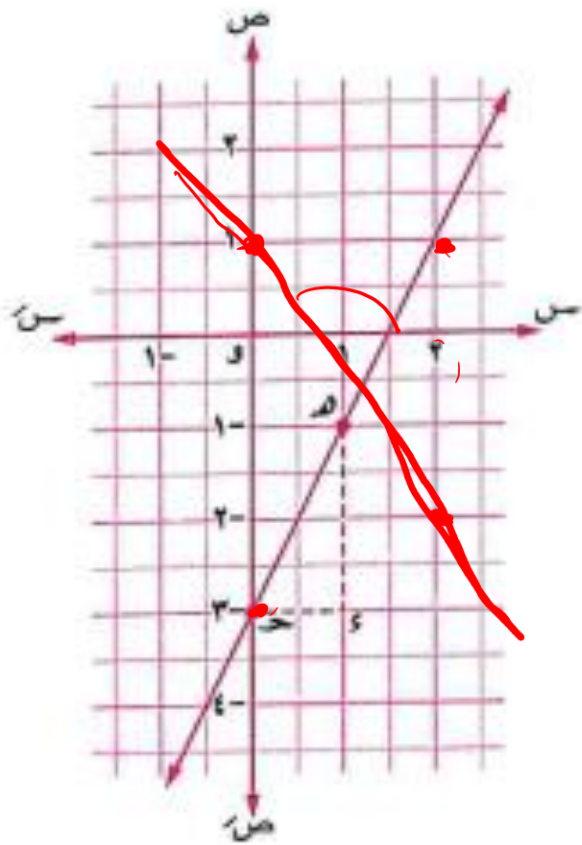
من النقطة  $(0, -3)$  نتحرك أفقياً نحو اليمين وحدة واحدة

(التغير الأفقى  $(+1)$ ) فنصل إلى النقطة  $(1, -3)$

ثم نتحرك رأسياً لأعلى وحدتين (التغير الرأسى  $(+2)$ )

فنصل إلى  $(1, -1)$  فيكون  $(1, -1)$  هو التمثيل البياني

لمعادلة المستقيم :  $ص = 2س - 3$



أوجد معادلة المستقيم الذي يقطع من محوري الإحداثيات السيني والصادي جزءين موجبين طولاهما ٣ ، ٤ وحدات طولية على الترتيب ثم أوجد مساحة المثلث المحصور بين المستقيم ومحوري الإحداثيات.

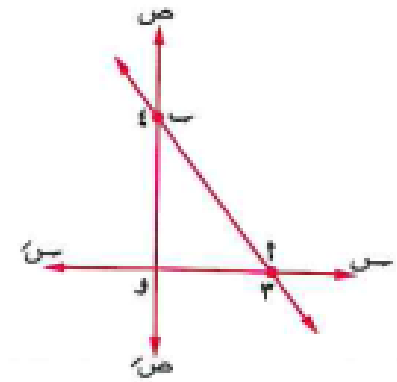
الحل

∴ المستقيم يقطع من الجزء الموجب لمحور السينات ٣ وحدات طولية

∴ المستقيم يمر بالنقطة أ (٣ ، ٠)

∴ المستقيم يقطع من الجزء الموجب لمحور الصادات ٤ وحدات طولية

∴ المستقيم يمر بالنقطة ب (٠ ، ٤)



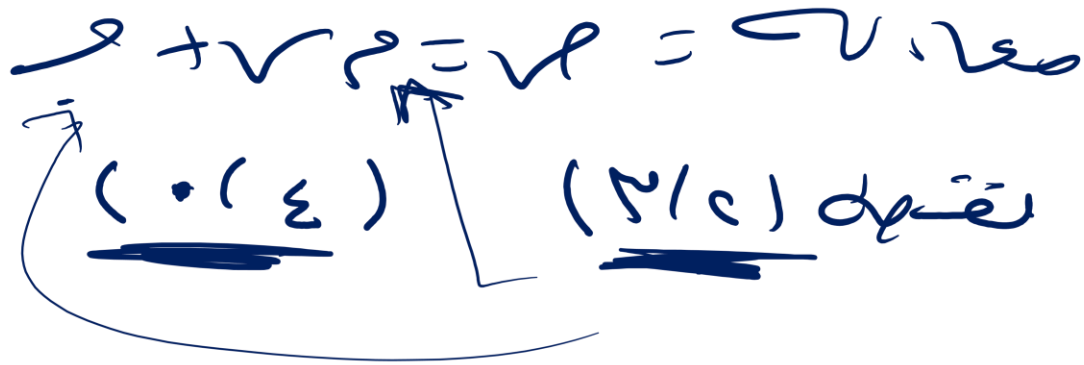
∴ المستقيم يمر بالنقطتين أ (٣ ، ٠) ، ب (٠ ، ٤)

وبفرض معادلة المستقيم : ص = م س + ح

حيث الميل :  $m = \frac{0 - 4}{3 - 0} = -\frac{4}{3}$  ∴ ص =  $-\frac{4}{3}س + ح$

∴ المعادلة هي : ص =  $-\frac{4}{3}س + ح$  ، ∴ ح = ٤

∴ مساحة  $\Delta$  أ ب و =  $\frac{1}{2} \times ٣ \times ٤ = ٦$  وحدات مربعة.



٥ الذي يقطع من محوري الإحداثيات السيني والصادي جزءين موجبين طولاهما

٤ ، ٩ على الترتيب.

(القليوبية ١٩، كفر الشيخ ١٨، الأقصر ١٧)

(القليوبية ١١)

٦ المار بالنقطة (٢ ، ١) وميله يساوي ٢

٧ المار بالنقطة (٢- ، ٣) عمودياً على المستقيم الذي معادلته :  $v = \frac{1}{3} - s = 0$

(الإسماعيلية ٢٥، الدقهلية ١٣)

٨ المار بالنقطة (٣ ، ٥) وبيوازي المستقيم :  $s + ٢ - v = 0$  . (المنيا ٢٥، البحيرة ٢٤، الجيزة ٢٣)

٩ الذي يمر بالنقطة (٣ ، ١) وبيوازي المستقيم المار بالنقطتين (٢- ، ١) ، (٥ ، ١) (الشرقية ٢٣)

١٠ المار بالنقطة (١ ، ٢) عمودياً على المستقيم المار بالنقطتين

٢ (٣- ، ٢) ، (٥ ، ٤) (أسوان ٢٤، بوسعيد ٢٠، السويس ١٩، الأقصر ١٨، الغربية ١٤)

١١ المار بالنقطة (٢ ، ٢) عمودياً على المستقيم الذي يصنع زاوية موجبة قياسها  $٤٥^\circ$  مع الاتجاه

(الأقصر ١١)

الموجب لمحور السينات.

١٢ المار بالنقطتين : (١- ، ٢) ، (١ ، ١) (البحر الأحمر ٢٥، الغربية ٢٤، الأقصر ٢٣، البحيرة ٢٢، القليوبية ١٦)

١٣ المار بالنقطتين : (٢ ، ٤) ، (١- ، ٢-) ثم أثبت أنه يمر بنقطة الأصل.

(الفيوم ٢٥، بوسعيد ٢٢، القاهرة ١٩)

١٤ الذي ميله يساوي ميل الخط المستقيم :  $v = \frac{1-s}{3}$  ويقطع جزءاً سالباً من محور

(السويس ١٩، دمياط ١٨)

الصادات مقداره ٣ وحدات.

١٥ العمودي على  $\overline{AB}$  من نقطة  $P$  حيث :  $P(٣- ، ٦)$  ،  $B(٢ ، ١)$

١٦ العمودي على  $\overline{AB}$  من نقطة منتصفها حيث :  $P(١ ، ٣)$  ،  $B(٣ ، ٥)$  (سوهاج ٢٥، قنا ١٨)

١٧ المار بمنتصف القطعة المستقيمة  $\overline{AB}$  حيث :  $P(٤ ، ٨)$  ،  $B(٢- ، ٤)$  وبيوازي المستقيم

الذي معادلته :  $v = ٢ - ٤ = s = ٥$

١٨ الذي يمر بمنتصف القطعة  $\overline{AB}$  حيث :  $P(٣ ، ٦)$  ،  $B(١- ، ٤)$  عمودياً على المستقيم

(القاهرة ٠٩)

الذي معادلته :  $v = ٢ - ٤ = s + ١١ = 0$

١٩ المار بالنقطة (٢ ، ٣) ويقطع من الجزء الموجب لمحور السينات ٤ وحدات. (الشرقية ١٨)

- ١ المستقيم الذي معادلته :  $2x = 3y - 6$  ، ميله يساوي .....  
 (١) ٢ (ب)  $\frac{2}{3}$  (ج) ٦
- ٢ ميل المستقيم العمودي على المستقيم الذي معادلته :  $3x - 4y = 10$  هو .....  
 (١)  $\frac{3}{4}$  (ب)  $\frac{4}{3}$  (ج)  $\frac{4}{3}$  (د)  $\frac{3}{4}$
- ٣ ميل المستقيم :  $5x - 5 = 0$  هو .....  
 (١) ٥ (ب)  $\frac{1}{5}$  (ج) غير معرف. (د) صفر
- ٤ المستقيم الذي معادلته :  $3x = 2y + 5$  ، ميله = .....  
 (١) ٣ (ب) ٢ (ج) صفر (د) غير معرف
- ٥ المستقيم الذي معادلته :  $3x - 2y + 5 = 0$  يصنع زاوية موجبة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياسها .....  
 (١)  $30^\circ$  (ب)  $45^\circ$  (ج)  $60^\circ$  (د)  $90^\circ$
- ٦ المستقيم الذي معادلته :  $2x - 3y - 6 = 0$  يقطع من الجزء السالب لمحور الصادات جزءاً طوله ..... وحدة طول.  
 (١) ٦- (ب) ٢- (ج)  $\frac{2}{3}$  (د) ٢
- ٧ المستقيم الذي معادلته :  $2x + 5y - 10 = 0$  يقطع من الجزء الموجب لمحور السينات جزءاً طوله يساوي ..... وحدة طول.  
 (١)  $\frac{2}{5}$  (ب) ٢ (ج)  $\frac{5}{2}$  (د) ٥
- ٨ معادلة الخط المستقيم المار بنقطة الأصل وميله = ١ هي .....  
 (١)  $x = 3y$  (ب)  $x = -3y$  (ج)  $x = 2y$  (د)  $x = -2y$
- ٩ معادلة الخط المستقيم المار بنقطة الأصل ويميل على الاتجاه الموجب لمحور السينات بزواية قياسها  $60^\circ$  هي .....  
 (١)  $x = 3\sqrt{3}y$  (ب)  $x = \sqrt{3}y + 2$  (ج)  $x = 3y$  (د)  $x = 3\sqrt{3}y$

$$\frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}} = \frac{2}{1} = 2$$

مساوي من  
معاملها

(الشرقية ١٩)

(اليوم ٢٢، صياح ١٩)

(قناة ٢٥)

(الشرقية ١١)

(القليبية ١٨، قناة ١٧، القاهرة ١٤، الفيوم ١٢)

(القطبية ١١)

(مطوح ٢٤، القليبية ١٩)

(الشرقية ١٩)

١٠ المستقيم الذي ميله  $\frac{1}{4}$  ويقطع محور الصادات عند النقطة (صفر ، ٣) تكون معادلته

هي .....  
(المنوفية ١٩)

$$(1) \text{ ص } 2 = \frac{1}{4} \text{ س } + 6$$
$$(2) \text{ ص } 2 = \frac{1}{4} \text{ س } + 3$$
$$(3) \text{ ص } 2 = \frac{1}{4} \text{ س } + 3$$
$$(4) \text{ ص } 2 = \frac{1}{4} \text{ س } + 3$$

١١ معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة (٢ ، -٣) ويوازي محور السينات هي .....

(المنيا ٢٢، كهر الشيخ ١٩)

$$(1) \text{ س } = 2$$
$$(2) \text{ ص } = 3$$
$$(3) \text{ س } = -2$$
$$(4) \text{ ص } = -3$$

١٢ معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة (-٥ ، ٣) ويوازي محور الصادات هي ..... (بني سويف ١٩)

$$(1) \text{ س } = -5$$
$$(2) \text{ ص } = -5$$
$$(3) \text{ ص } = 3$$
$$(4) \text{ س } = 3$$

١٣ معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة (٥ ، -٤) وعمودي على محور الصادات هي .....

(سوهاج ٢٥)

$$(1) \text{ ص } = -4$$
$$(2) \text{ س } = 5$$
$$(3) \text{ ص } = 4$$
$$(4) \text{ س } = -5$$

١٤ معادلة المستقيم الذي يقطع جزءاً طوله ٤ وحدات من الاتجاه الموجب لمحور الصادات ويوازي

المستقيم : ص = ٣س + ٥ هي .....

$$(1) \text{ ص } = 3\text{س} + 4$$
$$(2) \text{ ص } = 4\text{س} + 3$$

$$(3) \text{ ص } = 3\text{س} - 4$$
$$(4) \text{ ص } = -3\text{س} + 4$$

١٥ المستقيمان : ص = ٣س - ٥ ، ص = ٦س + ٥ هما مستقيمان ..... (الجيزة ٠٩)

(١) متوازيان.

(٢) منطبقان.

(٣) متقاطعان وغير متعامدين.

(٤) متعامدان.

١٦ إذا كان المستقيمان : ص = ٣س - ٤ ، ص = ٤س - ٨ متعامدين

فإن : ل = .....  
(الإسكندرية ٢٣، البحر الأحمر ١٩، الجيزة ١٦)

$$(1) \text{ ل } = -4$$
$$(2) \text{ ل } = -3$$
$$(3) \text{ ل } = 3$$
$$(4) \text{ ل } = 4$$

١٧ إذا كان المستقيمان : ص + ٥ = ٥ ، ل = ٣س + ٢ ص = ٠ متوازيين

فإن : ل = .....  
(الجيزة ٢٣، المنيا ١٩، قنا ١٧، سوهاج ١٦، الدقهلية ١٥)

$$(1) \text{ ل } = -2$$
$$(2) \text{ ل } = -1$$
$$(3) \text{ ل } = 1$$
$$(4) \text{ ل } = 2$$

٥ أثبت أن : المستقيم المار بالنقطتين  $أ(٣ ، ١)$  ،  $ب(١ ، ٢)$

(الشرقية ١٧)

يكون موازيًا للمستقيم :  $٢س + ٤ص - ٣ = ٠$ .

٦ أثبت أن المستقيم الذى معادلته :  $٣س + ٥ص = ٥$  يكون عمودياً على المستقيم الذى يصنع زاوية

(بن سويف ٢٢)

موجبة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياسها  $٣٠^\circ$ .

٧ أوجد معادلتى المستقيمين اللذين يمران بالنقطة  $(٣- ، ٢)$  ويوازيان المحورين.

٨ أوجد قياس الزاوية الموجبة التى يصنعها الخط المستقيم :  $٣س - ٢ص + ٦ = ٠$  مع الاتجاه الموجب لمحور السينات ثم أوجد إحداثى نقطة تقاطعه مع محور الصادات.

٩ إذا كان المستقيم ل :  $٢س - ٣ص - ٦ = ٠$  يقطع محور السينات عند النقطة  $أ$  ومحور الصادات عند النقطة  $ب$  أوجد :

١) إحداثى كل من النقطتين  $أ$  ،  $ب$

(الشرقية ١٢)

٢) معادلة الخط المستقيم المار بنقطة منتصف  $أب$  ويوازي محور الصادات.

١٠ إذا كان المستقيم الذي يمر بالنقطتين (٢، -١) ، (٥، ١) يوازي المستقيم الذي معادلته :

٢-٠ (الغريبة ١٨)  $s + 3v = 5 = 0$  أوجد قيمة  $s$  :

١١ إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (٥، ٢) ، (٦، -٣) عمودياً على المستقيم الذي معادلته :

١-٠  $s - 4v = 2 = 0$  فأوجد قيمة  $s$  :

١٢ إذا كانت  $s(2, -3)$  ،  $v(5, 0)$  فأوجد قيمة  $s$  إذا كان المستقيم  $\overleftrightarrow{AB}$

١-٠ يوازي المستقيم  $l: 3v - 4s = 1 = 0$

١٣ إذا كان المستقيم  $s - (2) = 1 - s$  ، المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور

السينات زاوية موجبة قياسها  $45^\circ$  متوازيين فأوجد قيمة  $s$  (الشرقية ١٦٦) ١-٠

١٤ أوجد معادلة محور تماثل القطعة المستقيمة  $s$  -  $v$  حيث  $s(3, -2)$  ،  $v(-5, 6)$

(البحيرة ٣٤، يوسف ١٤٤، الدقطنية ١٢٣) ١٤

١٥  $s(5, -6)$  ،  $v(3, 7)$  ،  $h(1, -3)$  ، فأوجد معادلة الخط المستقيم الذي يمر

بالنقطة  $s$  وينقطة منتصف  $h$  (اليوم ٢٠، يوسف ١٩) ١٥

١٦  $s$  مثلث رؤوسه النقط  $s(6, 0)$  ،  $v(5, -1)$  ،  $h(-2, 1)$

أوجد معادلة المستقيم المار بالرأس  $s$  عمودياً على  $h$

١٧  $s$  مثلث فيه  $s(1, 2)$  ،  $v(5, -2)$  ،  $h(3, 4)$

،  $s$  منتصف  $h$  ، رسم  $h$  //  $\overleftrightarrow{h}$  ويقطع  $h$  في  $h$  ، أوجد :

١ طول  $h$  ، ٢ معادلة  $h$  (المنوفية ٢٢، مطر ١٨٤، الإسكندرية ١٥) ١٧

١٨  $s$   $h$  مربع فيه  $s(5, 4)$  ،  $h(-1, 6)$

فأوجد معادلة  $s$

(الغريبة ٢٢، المنوفية ١٥) ١٨

١٩  $s$   $h$  معين ،  $m$  نقطة تقاطع قطريه حيث  $s(1, 3)$  ،  $h(6, 0)$

أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين  $s$  ،  $h$

(أسوان ٠٩) ١٩





يقال إن الكميات  $أ$  ،  $ب$  ،  $ح$  في تناسب متسلسل إذا كان :

$$\boxed{\frac{ب}{أ} = \frac{ح}{ب}} \text{ أو } \boxed{ب^2 = أ ح}$$

في هذا التناسب يسمى  $أ$  بالأول المتناسب ،  $ح$  بالثالث المتناسب.

أما  $ب$  فتسمى بالوسط المتناسب بين  $أ$  ،  $ح$

فمثلاً : الأعداد  $٤$  ،  $٦$  ،  $٩$  تكون تناسباً متسلسلاً

$$\text{لأن : } \frac{٤}{٦} = \frac{٦}{٩} \text{ أو لأن : } ٦^2 = ٤ \times ٩$$

حيث  $٦$  هو الوسط المتناسب ،  $٤$  الأول المتناسب ،  $٩$  الثالث المتناسب.

### لاحظ أنه

• إذا كان :  $أ$  ،  $ب$  ،  $ح$  في تناسب متسلسل فإن :  $ب^2 = أ ح$  أي  $ب = \pm \sqrt{أ ح}$

والكمتان  $أ$  ،  $ح$  إما أن تكونا موجبتين معاً أو سالبتين معاً.

• لأي عددين  $ص$  ،  $ع$  موجبين معاً أو سالبين معاً يوجد وسطان متناسبان هما :

$$\sqrt{\frac{ص}{ع}} ص ، -\sqrt{\frac{ص}{ع}} ص$$

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

$$c \times \sqrt{p} = 5$$

$$c \times p = 5$$

١ الوسط المتناسب بين : ٥ ، ٢٠ هو .....

(د) ١٠٠

(ج) ١٠ ±

(ب) ١٠

(ا) ١٠ -

٢ الوسط المتناسب بين : ٣ ،  $\frac{1}{3}$  هو .....

(د) ٩ ±

(ج)  $\frac{1}{9}$

(ب) ٩

(ا) ١ ±

$$\sqrt[4]{81} \pm = \sqrt[4]{27 \times 3} \pm$$

٣ الوسط المتناسب بين : ٣ ، ٢٧ هو .....

(د) ٩ ±

(ج) ٩

(ب) ٩ ±

(ا) ٩

$$c \times p = 18$$

$$\frac{144}{18} = p$$

٤ الأول المتناسب للعددين ١٢ ، ١٨ هو .....

(د) ٢٧

(ج) ١٢

(ب) ٨ ±

(ا) ٨

$$c - 3 = \frac{108}{7} = c$$

$$\frac{12}{18} = \frac{c}{12}$$

٥ الثالث المتناسب للعددين ٦ ، ١٢ هو .....

(د) ٧٢

(ج) ١٨

(ب) ٦

(ا) ٢٤ -

إذا كان : ٢ ، ب ، ح في تناسب متسلسل وفرضنا أن :  $\frac{٢}{ب} = \frac{١}{ح} = م$

فإن :  $\frac{٢}{ب} = م$

،  $\frac{١}{ح} = م$

∴ (ح م) = ٢

∴  $\frac{٢}{ب} = ح م$

∴  $٢ = ب ح م$  وبالتعويض عن ب من (١)

∴  $\frac{٢}{٢} = ح م$

$$\frac{٢}{٢} = ح م$$

$$\frac{٢}{٢} = ح م$$

أي أنه

إذا كان :  $\frac{١}{ب} = \frac{١}{ح} = م$

فإن :

$$\left. \begin{aligned} \frac{١}{ب} &= م \\ \frac{١}{ح} &= م \end{aligned} \right\}$$

$$٢ = ح م$$

$$٢ = ب م$$

ب (١) ح (٢) م (٣)

$$\frac{٢}{٢} = \frac{٢}{ب} = \frac{٢}{ح} = م$$

$$\frac{٢}{٢} = \frac{٢}{ب} = \frac{٢}{ح} = م$$

$$\frac{٢}{٢} = \frac{٢}{ب} = \frac{٢}{ح} = م$$

إذا كانت :  $a$  ،  $b$  ،  $c$  حفي تناسب متسلسل فثبت أن :  $\frac{a}{b} = \frac{a^2 - 2ab + b^2}{a^2 - 2ac + c^2}$

عوامل  
عدد  
رمز  
عددي

نفرض أن  $\frac{a}{b} = \frac{1}{c} = m$   $\therefore a = bm$  ،  $c = bm$

$$\frac{a^2 - 2ab + b^2}{a^2 - 2ac + c^2} = \frac{(bm)^2 - 2(bm)b + b^2}{(bm)^2 - 2(bm)(bm) + (bm)^2} = \frac{a^2 - 2ab + b^2}{a^2 - 2ac + c^2} \therefore$$

$$\frac{a}{b} = \frac{(a^2 - 2ab + b^2)}{(a^2 - 2ac + c^2)}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a}{b} = \frac{1}{c}$$

من (1) ، (2) ينتج أن :  $\frac{a}{b} = \frac{a^2 - 2ab + b^2}{a^2 - 2ac + c^2}$

### مثال ٣

إذا كانت  $b$  وسطاً متناسباً بين  $a$  ،  $c$  فأثبت أن :

$$\frac{c-a}{b+a} = \frac{b-a}{a} \quad (1)$$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) \quad (2)$$

∴  $b$  وسط متناسب بين  $a$  ،  $c$

∴  $a$  ،  $b$  ،  $c$  حفي تناسب متسلسل.

$$\text{نفرض أن : } m = \frac{c}{a} = \frac{a}{b}$$

$$\therefore \frac{c}{a} = m \quad , \quad \frac{a}{b} = m$$

$$\therefore \frac{1-m}{m} = \frac{(1-m)c}{a} = \frac{c-a}{a} = \frac{b-a}{a} \quad (1)$$

$$\frac{1-m}{m} = \frac{(1+m)(1-m)c}{(1+m)a} = \frac{(1-m^2)c}{(1+m)a} = \frac{c-a}{a+b} = \frac{b-a}{b+a} \quad ,$$

$$\therefore \text{من (1) ، (2) ينتج أن : } \frac{c-a}{b+a} = \frac{b-a}{a}$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) \quad (2)$$

$$(a-b)(a+b) = (a-b)(a+m^2a) = (a-b)a(1+m^2)$$

$$= (a-b)a(1+m^2)$$

$$(a-b)a(1+m^2) = (a-b)a(1+m^2)$$

$$\therefore \text{من (1) ، (2) ينتج أن : } (a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

إذا كانت :  $a, b, c$  ح في تناسب متسلسل

أثبت أن :  $\frac{a^2 - b^2 - c^2}{a} = \frac{b^2 - c^2 - a^2}{b}$

$a = b = c$

$a = b = c$

$\frac{a}{a} = \frac{b}{b} = \frac{c}{c}$

اليس  $\frac{a}{a} = \frac{b}{b} = \frac{c}{c}$

$\frac{a^2 - b^2 - c^2}{a} = \frac{b^2 - c^2 - a^2}{b}$

$\frac{a^2 - b^2 - c^2}{a} = \frac{b^2 - c^2 - a^2}{b}$

من (1) (2)

ينتج انه العزمه تساويه

$\frac{a^2 - b^2 - c^2}{a} = \frac{b^2 - c^2 - a^2}{b}$

$\frac{1}{a} = \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$

$\frac{a^2 - b^2 - c^2}{a} = \frac{b^2 - c^2 - a^2}{b}$

$\frac{1}{a} = \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$

## تعميم تعريف التناسب المتسلسل

الكميات  $a, b, c, d, \dots$  تكون في تناسب متسلسل إذا كان:  $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \dots$

فمثلاً: الأعداد 16، 24، 36، 54 في تناسب متسلسل.

$$\text{لأن } \frac{16}{24} = \frac{24}{36} = \frac{36}{54} \text{ (كل نسبة } = \frac{2}{3}\text{)}$$

### ملاحظة!

إذا كانت:  $a, b, c, d, \dots$  في تناسب متسلسل وفرضنا أن:  $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \dots = m$

(1)  $\frac{a}{b} = m$  فإن:  $a = mb$   $\therefore \underline{a = mb}$

$\frac{b}{c} = m$  ،  $\therefore b = mc$  وبالتعويض من (1)  $\therefore \underline{a = m^2 c}$

(2)  $\frac{c}{d} = m$   $\therefore c = md$   $\therefore \underline{a = m^2 md} = m^3 d$

$\therefore a = m^3 d$  وبالتعويض من (2)  $\therefore \underline{a = m^3 d}$

$\therefore \underline{a = m^3 d}$

أي أنه:

أي أنه:

إذا كان:  $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \dots = m$  فإن:

$$\begin{aligned} a &= mb \\ b &= mc \\ c &= md \end{aligned}$$



مثال ٤

إذا كانت  $a, b, c, d$  في تناسب متسلسل فأثبت أن:  $\frac{a-d}{b-c} = \frac{a+d}{b+c}$

الحل

$c = d \cdot m$        $b = c \cdot m$        $a = b \cdot m$

الطرف الأيسر =  $\frac{a-d}{b-c} = \frac{b \cdot m - c \cdot m}{c \cdot m - d \cdot m} = \frac{m(b-c)}{m(c-d)} = \frac{b-c}{c-d}$

من (1) و (2) ينتج أنه  $\frac{a-d}{b-c} = \frac{a+d}{b+c}$

إذا كانت :  $a, b, c, d$  في تناسب متسلسل فثبت أن :  $\frac{a+d}{b+c} = \frac{a+b}{c+d}$

مثال ٥

إذا كانت الكميات ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ في تناسب متسلسل

فأثبت أن : (٢ - ١) ، (٣ - ٢) ، (٤ - ٣) ، (٤ - ١)

نفرض أن :  $m = \frac{2}{3} = \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$

~~$2m = 1$  ،  $3m = 2$  ،  $4m = 3$~~

وإثبات أن : (٢ - ١) ، (٣ - ٢) ، (٤ - ٣) ، (٤ - ١)

~~يعنى إثبات أن :  $(2-1)(3-2) = (3-2)(4-3)$~~

~~$\Rightarrow (1-m)(2m-1) = (2m-1)(3m-2)$~~

~~$\frac{1-m}{1-m} \cdot \frac{2m-1}{2m-1} = \frac{2m-1}{1-m} \cdot \frac{3m-2}{2m-1}$~~

~~$(1-m)(2m-1) = (2m-1)(3m-2)$  ،~~

~~$\frac{1-m}{1-m} \cdot \frac{2m-1}{2m-1} = (1-m) \cdot \frac{2m-1}{2m-1} =$~~

من (١) ، (٢) ينتج أن :  $(2-1)(3-2) = (3-2)(4-3)$   
 ~~$(1-m)(2m-1) = (2m-1)(3m-2)$~~

### مثال ١

إذا كانت ب وسطاً متناسباً بين أ ، ج

$$\frac{1}{ج} = \frac{١ب + ١}{ب٢ + ج٢} \quad \text{فأثبت أن:}$$

$$\frac{1}{ب} = \frac{1}{ج} = \frac{1}{م}$$

$$\therefore ب = ج = م ، \quad أ = ج = م$$

$$\frac{١}{ج} = \frac{١ب + ١}{ب٢ + ج٢} = \frac{١}{ج٢} \quad \text{اليمين}$$

$$= \frac{١ + ١ب٢}{ب٢ + ج٢} = \frac{١}{ج٢}$$

$$\frac{١}{ج} = \frac{١}{ب} = \frac{١}{م} \quad \text{اليسار}$$

$\therefore$  اليمين = اليسار

إذا كانت  $a, b, c, d$  في تناسب متسلسل

$$\frac{b}{a} = \frac{c-b}{a-c} \quad \text{فاثبت أن:}$$

حل

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$$

$$\therefore \frac{a}{c} = \frac{b}{d}, \quad \frac{a}{d} = \frac{b}{c}, \quad \frac{a}{d} = \frac{c}{b}$$

$$\frac{\frac{a}{c} - \frac{a}{d}}{\frac{c}{b} - \frac{d}{b}} = \frac{\frac{a}{c} - \frac{a}{d}}{a - b} = \text{الأيمن}$$

$$\frac{\frac{a}{c}}{\frac{c}{b}} = \frac{\cancel{a} (\cancel{c})}{\cancel{c} (\cancel{b})} =$$

$$\frac{\frac{a}{c}}{\frac{c}{b}} = \frac{a \times b}{c \times c} = \frac{ab}{c} = \text{الأيسر}$$

$\therefore$  الأيمن = الأيسر

مثال ٣

إذا كانت أ ، ب ، ج ، د في تناسب متسلسل

$$\frac{ب}{د} = \frac{أ - ج}{ب - د}$$

فأثبت أن:

$$\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{ج} = \frac{ج}{د}$$

$$ج = د م ، ب = د م ، أ = د م$$

$$\frac{أ - ج}{ب - د} = \frac{أ - ج}{ب - د} = \text{الأيمن}$$

$$= \frac{أ - ج}{ب - د} =$$

$$= \frac{أ}{ب} = \frac{ب}{ج} = \text{الأيسر}$$

∴ الأيمن = الأيسر

$$\text{فأثبت أن: } \frac{a+b}{b} = \frac{a-b}{b-a}$$

## الحل

$$a = \frac{b}{c} = \frac{b}{a-b}$$

$$c = a-b, \quad b = a-b, \quad a = a-b$$

$$\frac{a-b}{a-b} = \frac{a-b}{a-b} = \frac{a-b}{a-b} \quad \text{الأيمن}$$

$$\frac{a-b}{a-b} = \frac{a-b}{a-b} = \frac{a-b}{a-b}$$

$$\frac{a-b}{a-b} = \frac{a-b}{a-b} = \frac{a-b}{a-b}$$

$$\frac{a-b}{a-b} = \frac{a-b}{a-b} = \frac{a-b}{a-b} \quad \text{الأيسر}$$

$$\text{∴ الأيمن} = \frac{a-b}{a-b} = \text{الأيسر}$$

مثال ٥

إذا كانت ب وسطا متناسبا بين أ ، ج

فأثبت أن:  $\frac{ب}{ب + ج} = \frac{أ - ب}{أ - ج}$

$\frac{ب}{ج} = \frac{أ}{ب} = م$

$ب = ج م$  ،  $أ = ج م'$

الأيمن =  $\frac{أ - ب}{أ - ج} = \frac{ج م - ج م'}{ج م - ج م'} = \frac{ج(م - م')}{ج(م - م')}$

$\frac{م}{م + ١} = \frac{ج(م - م')}{(م + ١)ج(م - م')} =$

الأيسر =  $\frac{ب}{ب + ج} = \frac{ج م}{ج م + ج} = \frac{ج م}{ج(م + ١)}$

$\frac{م}{م + ١} =$

∴ الأيمن = الأيسر

## مثال 6

إذا كانت ص وسطا متناسبا بين ع ، ح

فثبت أن: 
$$\frac{ص}{ص + ح} = \frac{ع}{ص + ع}$$

$$\frac{ص}{ح} = \frac{ع}{ص} = م$$

$$ص = ح \cdot م \quad , \quad ع = ص \cdot م$$

$$\frac{ص \cdot م}{ص \cdot م + ح \cdot م} = \frac{ع}{ص + ع} \quad \text{الأيمن}$$

$$\frac{م}{1 + م} = \frac{ع \cdot م}{ص \cdot م + ح \cdot م} = \frac{ع \cdot م}{ص + ح} =$$

$$\frac{ع \cdot م}{ص + ح} = \frac{ع \cdot م}{ص + ع} = \frac{ع}{ص + ع} \quad \text{الأيسر}$$

$$\frac{م}{1 + م} = \frac{ع}{ص + ع} \quad \therefore \text{الأيمن} = \text{الأيسر}$$













