

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

الصف الثانى الثانوى القسم العلمى

منهج البحتة فرع الجبر

الدوال الحقيقية

الوحدة الأولى

رقم الدرس	اسم الدرس	الصفحة
١	الدوال الحقيقية	٢
٢	العمليات على الدوال – تركيب دالتين	١١
٣	بعض خواص الدوال	٢٢
٤	أطراف الدوال	٣١
٥	التمثيل البياني	٣٤
٦	حل معادلات و متباينات	٥١

الدرس الأول الدوال الحقيقية

يعني إيه دالة ؟

إذا كانت S ، V مجموعتين غير خاليتين فإن العلاقة من S إلى V تسمى دالة إذا ارتبط كل عنصر من S بعنصر واحد فقط من V .

متي تكون العلاقة دالة ؟

٣ من علاقة مكتوبة

إذا كان الأس بتاع V فردي تكون العلاقة دالة وإذا كان زوجي تكون العلاقة ليست دالة .

٤ من إختبار الخط الرأسي

إذا وجد خط رأسي (موازي لمحور الصادات) يقطع الشكل البياني في أكثر من نقطة فإن العلاقة لا تمثل دالة .

١ من بيان E

إذا ظهر كل عنصر من S كمسقط أول مرة واحدة فقط .

٢ من المخطط السهمي

إذا خرج من كل عنصر من S سهم واحد فقط إلى V .

٣ من علاقة مكتوبة

إذا كان الأس بتاع ص فردي تكون العلاقة دالة وإذا كان زوجي تكون العلاقة ليست دالة .

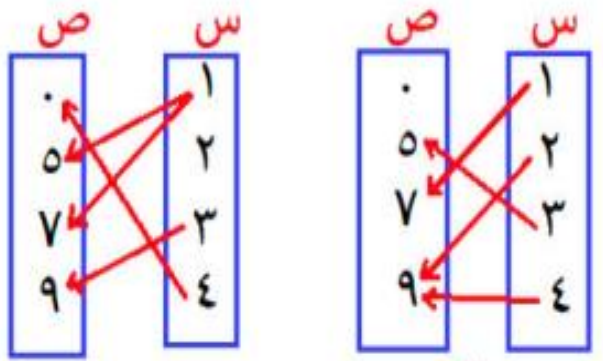
دالة

مثال: ٢

$$\begin{aligned} \text{ص} &= \text{س} + ١ \\ \text{ص}^٢ &= \text{س}^٢ + ٧ \\ \text{ص}^٥ &= ٣ \end{aligned}$$

٢ من المخطط السهمي

إذا خرج من كل عنصر من س سهم واحد فقط إلى ص.



ليست دالة

دالة

مثال: ٣

$$\begin{aligned} \text{ص}^٢ &= \text{س} - ٢ \\ \text{ص}^٤ &= \text{س}^٣ + ٥ \\ \text{ص}^٢ &= \text{س}^٣ - ٥ \end{aligned}$$

ليست دالة

المجال = { ٤ ، ٣ ، ٢ ، ١ }
 المجال المقابل = { ٩ ، ٧ ، ٥ ، ٠ }
 المدى = { ٩ ، ٧ ، ٥ } مجموعة صور عناصر المجال

١ من بيان ع

إذا ظهر كل عنصر من س كمسقط أول مرة واحدة فقط .

مثال: ١

بيان ع = { (٢، ١) ، (٥، ٣) ، (٧، ٤) }
 دي دالة { (٥، ٧) ، (٢، ٥) }

لكن بيان ع = { (٢، ١) ، (٣، ١) ، (٤، ٥) }
 ليست دالة عرفت ليه

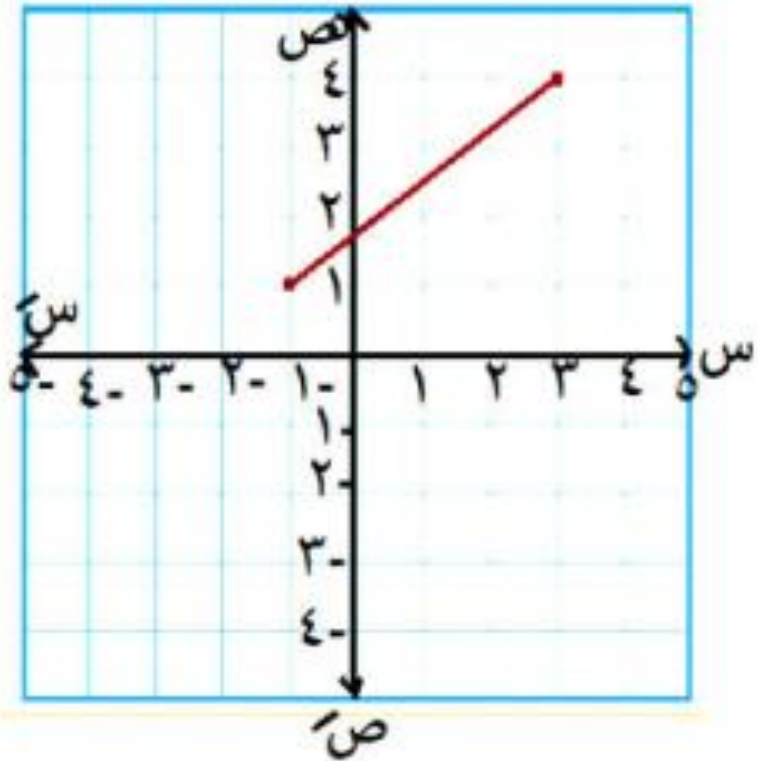
كيفية تعيين المجال والمدى من الرسم

- ١ المجال من محور السينات
٢ المدى من محور الصادات

أكمل:

- ١ تسمى مجموعة الإحداثيات السينية
ب..... مجال الدالة
٢ تسمى مجموعة الإحداثيات الصادية
ب..... مدى الدالة

مثال ٦ : عين المجال والمدى

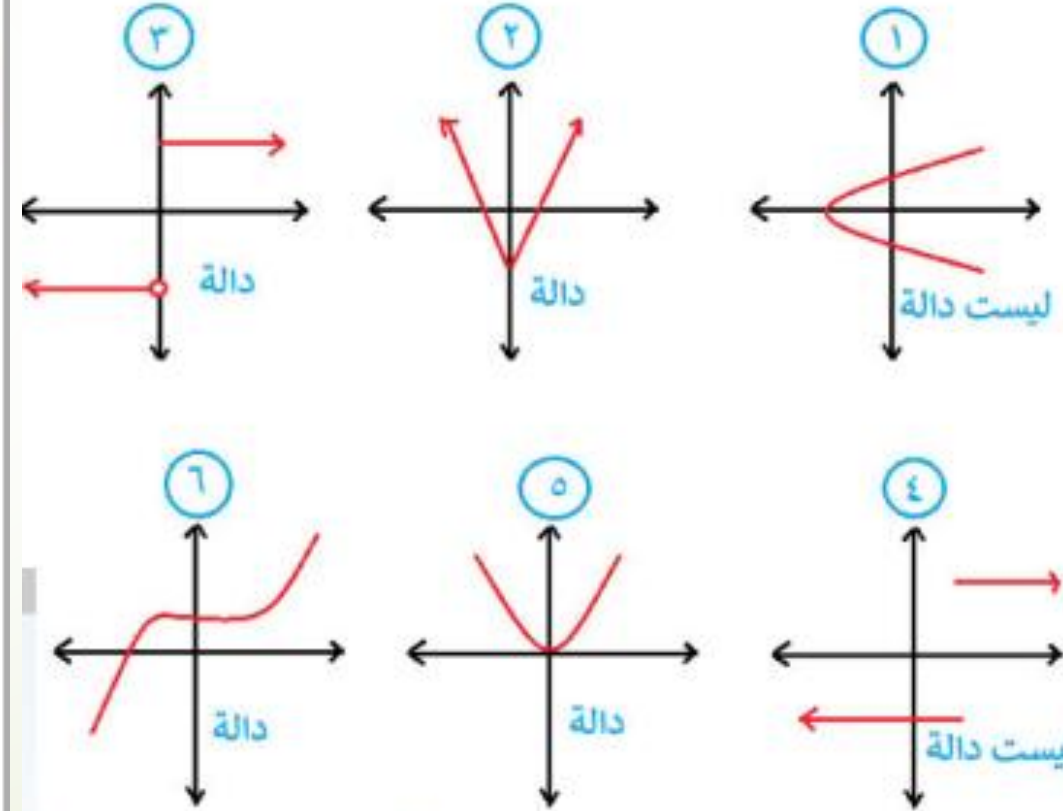


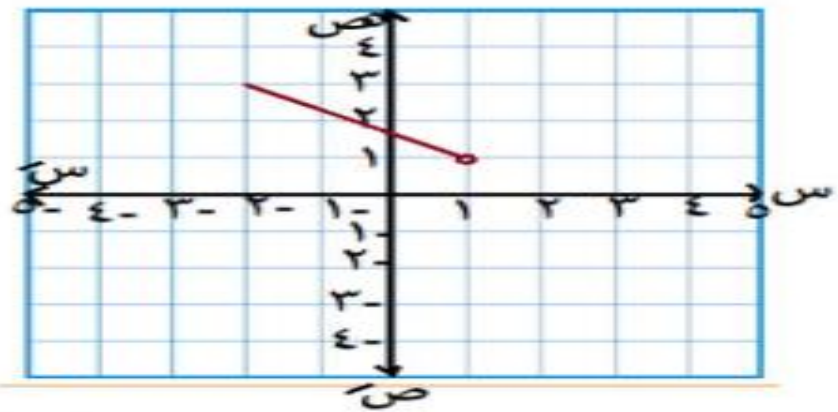
المجال
| -١ ، ٣ |
المدى
| ١ ، ٤ |

٤ من إختبار الخط الرأسي

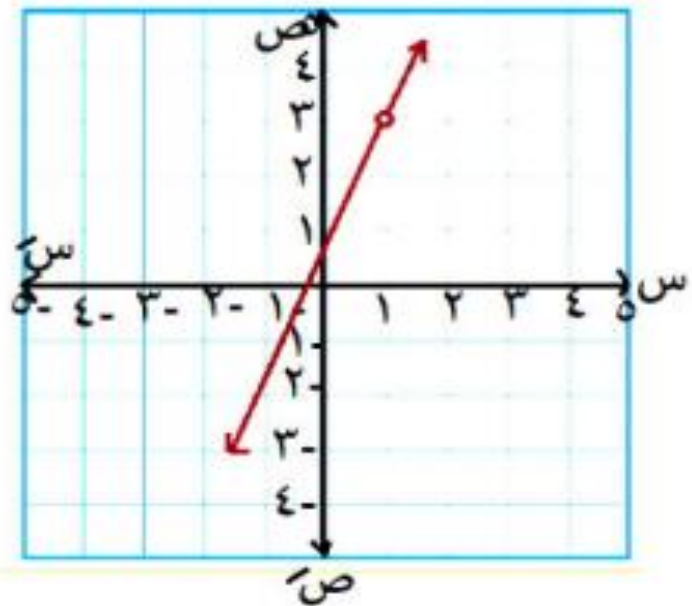
إذا وجد خط رأسي (موازي لمحور الصادات)
يقطع الشكل البياني في أكثر من نقطة فإن
العلاقة لا تمثل دالة .

مثال ١ : بين أي من الأشكال الآتية دالة :

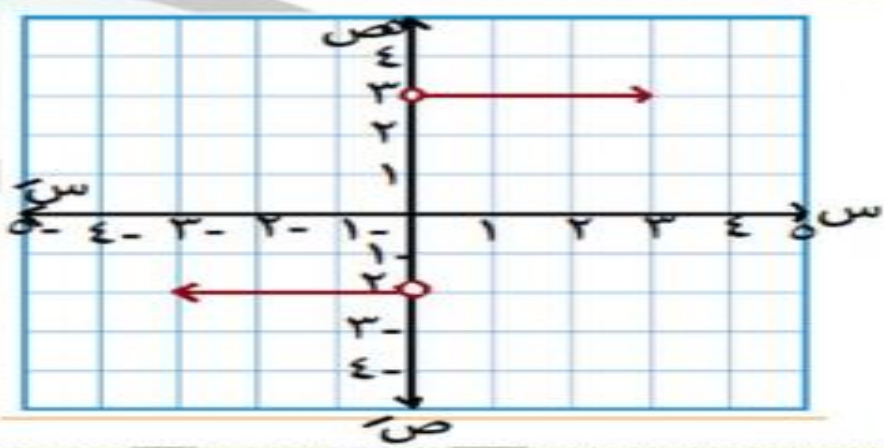




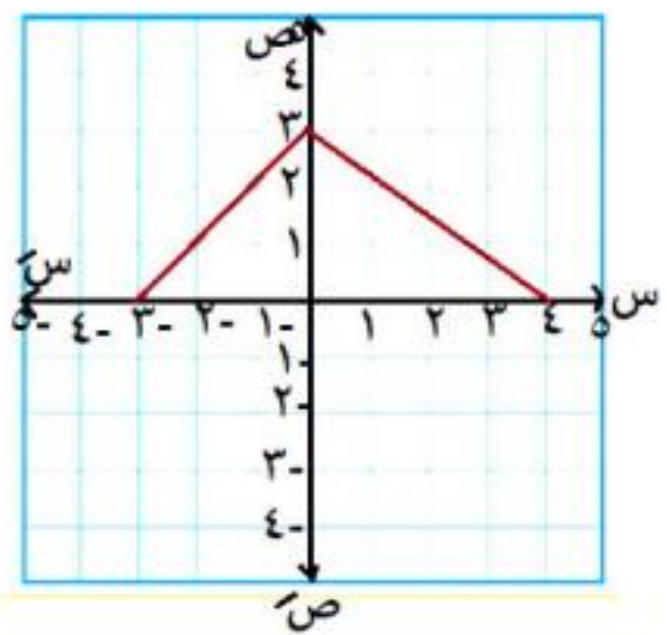
المجال
 $[-1, 1]$
 المدى
 $[1, 2]$



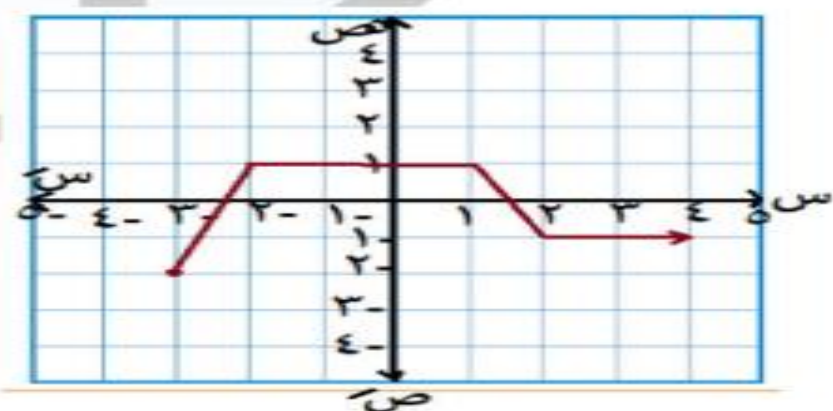
المجال
 ح - $\{1\}$
 المدى
 ح - $\{3\}$



المجال
 ح - $\{0\}$
 المدى
 $\{-3, 2\}$



المجال
 $[-3, 4]$
 المدى
 $[0, 3]$



المجال
 $[-3, \infty]$
 المدى
 $[-2, 2]$

مثال ٧ : ارسم الشكل البياني واستنتج المجال والمدى :

$$\left. \begin{array}{l} 2 > s \geq 2 - 3 \\ 5 \geq s \geq 2 \end{array} \right\} = (s) \text{ د}$$

مثال ٨ :

$$\left. \begin{array}{l} 0 > s \geq 2 - 3 \\ 4 \geq s \geq 0 \end{array} \right\} = (s) \text{ د}$$

مثال ٧ : ارسم الشكل البياني واستنتج المجال والمدى :

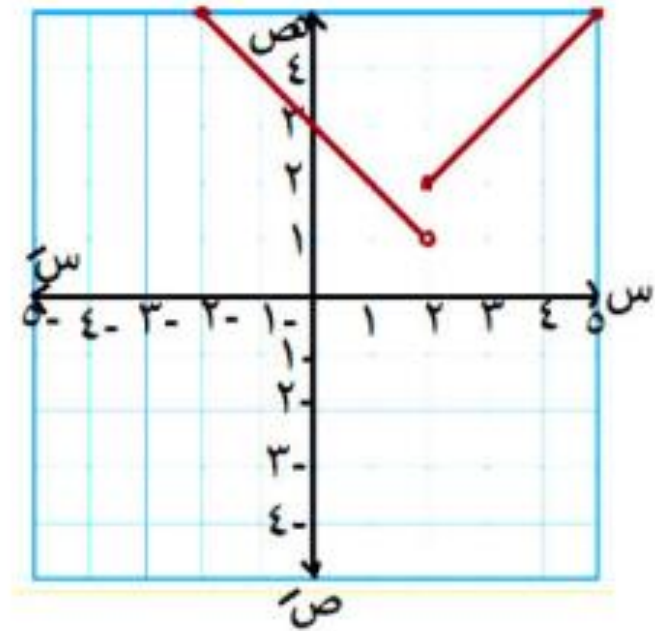
$$\left. \begin{array}{l} 2 > s \geq 2 - 0, 3 \\ s \geq 2 \end{array} \right\} = (s) =$$

مثال ٨ :

$$\left. \begin{array}{l} 2s + 3 \geq 0, 3 \\ s > 0 \end{array} \right\} = (s) =$$

الحل

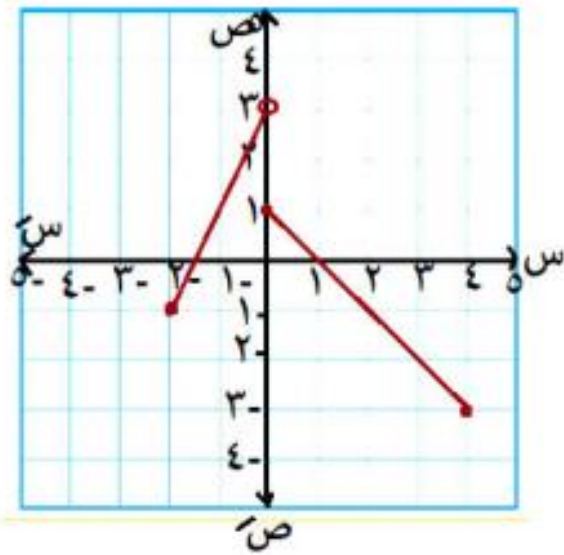
س	٢ -	٠	٢	٥
ص	٢	٤	٥	٥



المجال
 $(2, 5]$
 المدى
 $[5, 1]$

الحل

س	٢ -	٠	٢	٤
ص	٢	٤	٥	٥



المجال
 $(2, 4]$
 المدى
 $[3, 3-]$

مثل بيانيا الدوال الآتية مبينا المجال والمدى

$$(1) \quad \text{د(س) = } 2s - 3 \quad \text{حيث } 1 \leq s < 4$$

$$(2) \quad \text{د(س) = } 3 - s \quad \text{حيث } s \in]2, \infty[$$

$$(3) \quad \text{د(س) = } 1 + s^3 \quad \text{حيث } s > 0$$

$$(4) \quad \text{مثل بيانيا الدالة د(س) = } \left. \begin{array}{l} 1 + s \\ 2 - s \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{عندما } s \leq 2 \\ \text{عندما } s > 2 \end{array}$$

$$(5) \quad \text{مثل بيانيا الدالة د(س) = } \left. \begin{array}{l} 3 - s \\ 1 + s \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{عندما } s > 1 \\ \text{عندما } s < 1 \end{array}$$

كيفية تعيين المجال من قاعدة الدالة

مثال ٢ : عين مجال كلاً مما يأتي :

$$(١) \text{ د(س) = س}^٦ + ٢س$$

$$(٢) \text{ د(س) = س}^٥ - ٤$$

$$(٣) \text{ د(س) = ٧}$$

$$(٤) \text{ د(س) = } \frac{\text{س}^٢ - ٥س}{٣}$$

الاجابة

الدالة الكسرية مجالها
= ح - { أصفار المقام }

٢

$$\frac{٥س + ١}{١٢٥ - س^٢} = \text{د(س)} \quad \text{٣}$$

بوضع $س = ١٢٥ - س^٢$
 $١٢٥ = س^٢$

$س = \sqrt{١٢٥}$
 المجال = ح - {٥}

$$\frac{س - س^٣}{س^٢ - ٤} = \text{د(س)} \quad \text{٢}$$

بوضع $س = ٤ - س^٢$
 $٤ = س^٢$

$س = \sqrt{٤} = \pm ٢$
 المجال = ح - { ± ٢ }

$$\frac{٣س^٢ - ٣}{س + ٥} = \text{د(س)} \quad \text{١}$$

بوضع $س + ٥ = ٠$
 $س = -٥$

المجال = ح - { -٥ }

متنساش

(١) **مجموع المربعين** : دائماً مجاله ح سواء تحت الكسر أو تحت الجذر أو في الشارع
مثل : $s^4 + 5$ ، $s^2 + 3$
 $s^2 + 9$ ، $s^2 + 4$

(٢) **إذا كان ما تحت الجذر دالة تربيعية** :
 فيجب عليك بحث إشارة الدالة التي كانت في أولي ثانوي. (كانت في أولي أول)

مجال الجذر

دليل الجذر فردي

في البسط

المجال = ح

في المقام

ح - { اصفار المقام }

دليل الجذر زوجي

في البسط

• ما تحت الجذر ≥ 0

في المقام

• ما تحت الجذر < 0

مثال ٤ : عين مجال كلاً من الدوال التالية :

١ د(س) = $\sqrt{س - ٢}$

الحل

بوضع $س - ٢ \geq ٠$

$س \geq ٢$: المجال = $][٢, \infty[$

٢ د(س) = $\sqrt{س٢ + ٦}$

الحل

بوضع $س٢ + ٦ \geq ٠$

$س٢ \geq -٦$ $س \geq -٣$

: المجال = $]-٣, \infty[$

٣ د(س) = $\sqrt{٥ - س}$

الحل

بوضع $٥ - س \geq ٠$

$س \leq ٥$ $س \geq ٥$

: المجال = $]-\infty, ٥]$

٤ د(س) = $\frac{١}{\sqrt{س + ٤}}$

الحل

بوضع $س + ٤ < ٠$

$س < -٤$

: المجال = $]-\infty, -٤[$

٥ د(س) = $\frac{١}{\sqrt{س - ٧}}$

الحل

بوضع $س - ٧ < ٠$

$س < ٧$ $س > ٧$

: المجال = $]-\infty, ٧[$

٦ د(س) = $\frac{١}{\sqrt{س٢ + ٩}}$

: المجال = \mathbb{R} (مجموع مربعين)

$$\sqrt[3]{3 + x^2} = (x) \quad \text{٧} \quad \sqrt[3]{2 + x} = (x) \quad \text{٨} \quad \sqrt[3]{5 - x^2} = (x) \quad \text{٩}$$

∴ المجال = ح

∴ المجال = ح (مجموع مربعين) ∴ المجال = ح (دليل الجذر فردي)
 ح + ٢ أي عدد

$$\frac{2}{\sqrt[3]{3-x}} = (x) \quad \text{١١}$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{2-x}} = (x) \quad \text{١٠}$$

$$3 - x = 0 \quad x = 3$$

∴ المجال = ح - { ٣ }

$$2 - x = 0 \quad x = 2$$

∴ المجال = ح - { ٢ }

**فكرة بسيطة هتمساعدك في بحث اشارة
الدوال التربيعية التي تحت الجذور الزوجية**

هتحلل المقدار وتفرض مثلاً طلع جذرين له وهما

ل ، م

شوف الشرط اللي أنت كنت كاتبه :

هل $\cdot \geq$ أو $\cdot <$

أو $\cdot \leq$ أو $\cdot >$

إذا كان معامل x^2 موجب

في البسط ح - [ل ، م]

في المقام ح - [ل ، م]

إذا كان معامل x^2 سالب

في البسط [ل ، م]

في المقام [ل ، م]

مثال 5: عين مجال كل من الدوال التالية :

1 د(س) = $\sqrt{5س - 6}$

الحل

2 د(س) = $\sqrt{4 - 2س}$

س $5 - 6 \leq 0$

$0 \leq (س - 3)(س - 2)$

س = 2 س = 3

∴ المجال = ح -] 2 ، 3]

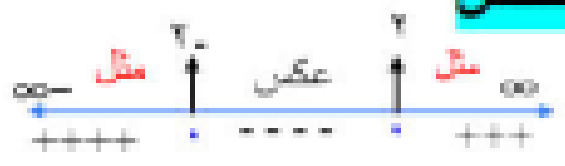


س $4 - 2 \leq 0$

$0 \leq (س - 2)(س + 2)$

س = -2 س = 2

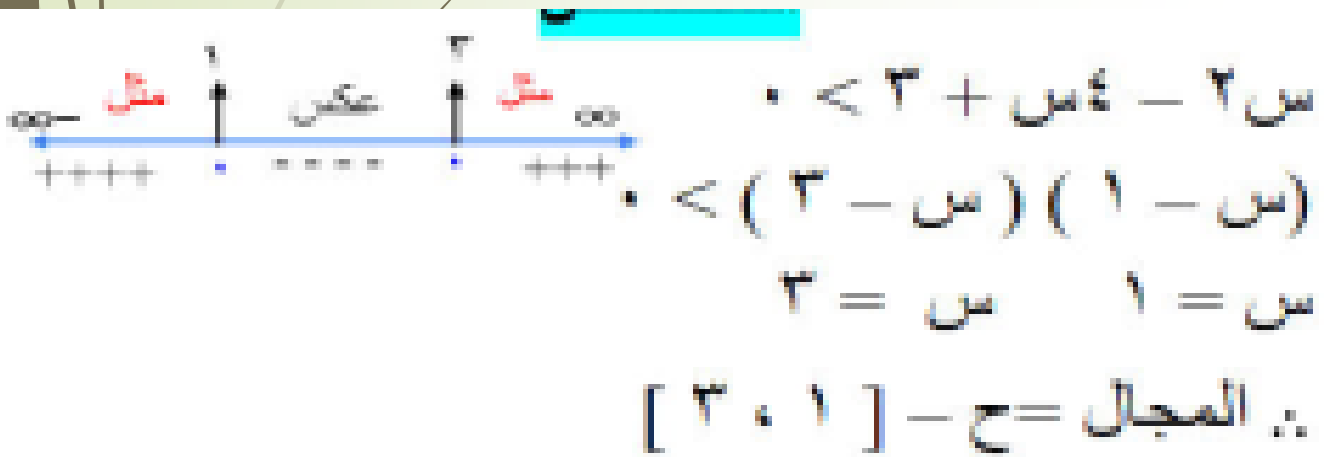
∴ المجال = ح -] -2 ، 2]



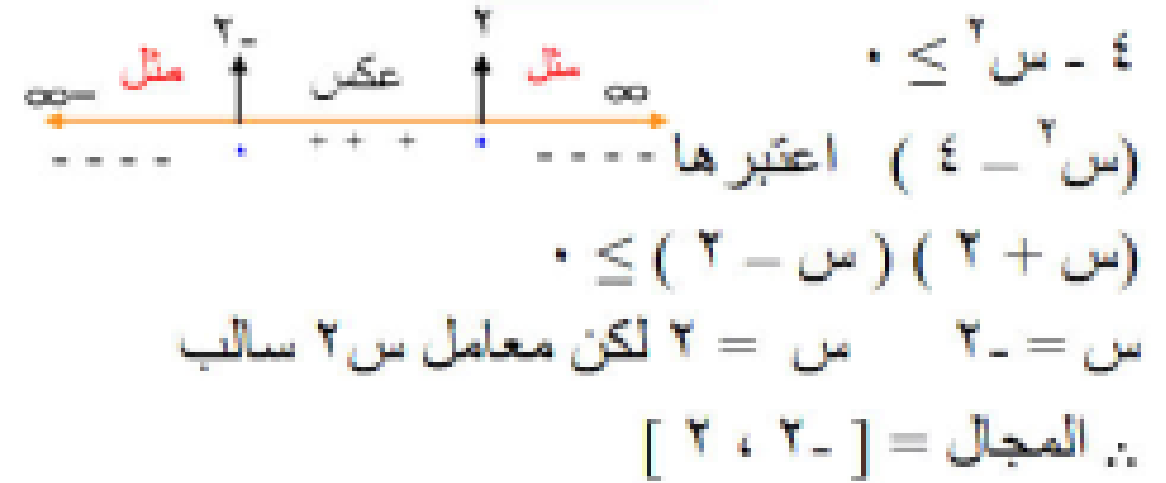
الحل

حل انت

$$\frac{1}{\sqrt{3 + 4s - 2s^2}} = \text{د(س)} \quad \text{٤}$$



$$\frac{1}{\sqrt{4 - s^2}} = \text{د(س)} \quad \text{٣}$$



1 عین مجال کلاً مما يلي :

① د (س) = 5س - 7

② ر (س) = 11

③ ر (س) = $\frac{2}{س - 5}$

④ د (س) = $\frac{5}{س^2 - 7س + 12}$

⑤ د (س) = $\frac{4}{س + 3}$

⑥ د (س) = $\frac{1}{س - 5}$

⑦ د (س) = $\frac{1}{س^2 - 25}$

⑧ د (س) = $\frac{1}{س - 3}$

⑨ د (س) = $\frac{7}{س^2 - 6}$

⑩ د (س) = $\frac{1}{س^7 - 4}$

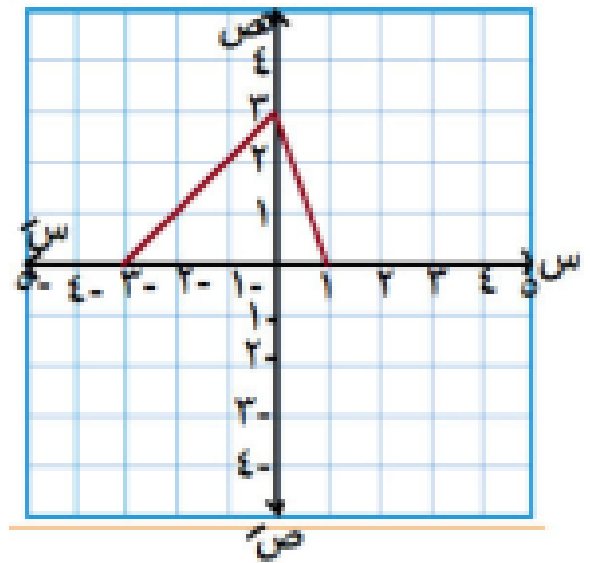
⑪ د (س) = $\frac{1}{س^2 - 9}$

⑫ د (س) = $\frac{1}{س^4 - 7س + 1}$

عين مجال ومدى كلاً مما يلي

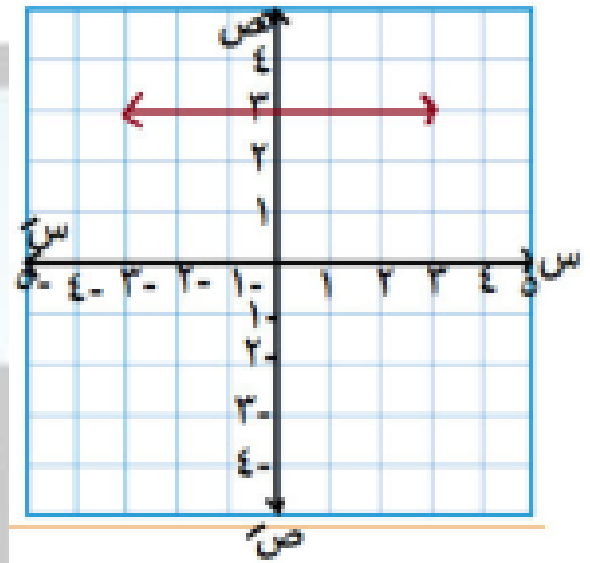
٢

٣



١

٤

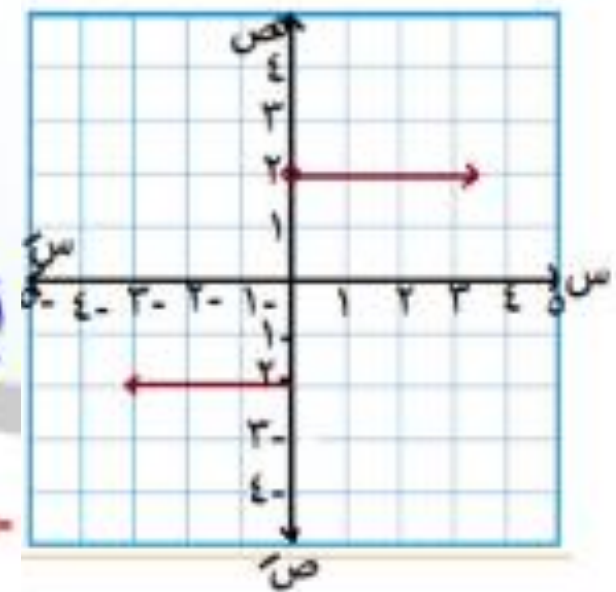


٢

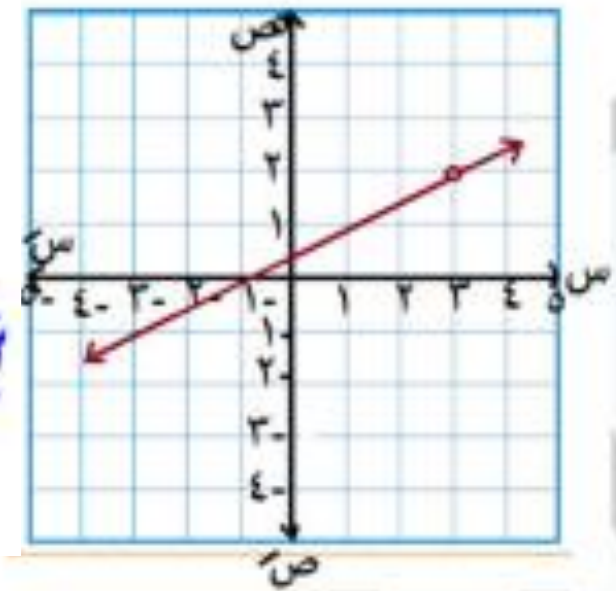
ارسم وعين المجال والمدى

٣

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} - 1, \quad 2 > \text{س} \geq 4 \\ \text{س} - 1, \quad 2 \geq \text{س} \geq 2 \end{array} \right\} \text{١) د (س) =}$$



$$\left. \begin{array}{l} \text{س} + 2, \quad 0 \geq \text{س} \geq 3 \\ \text{س} + 2, \quad 0 \geq \text{س} \geq 4 \end{array} \right\} \text{٢) د (س) =}$$



التقويم:

مثل بيانيا الدالة د مبينا المجال والمدى حيث :

$$(1) \quad \left. \begin{array}{l} \text{عندما } 1 < s < 2 \\ \text{عندما } s \leq 2 \end{array} \right\} = \text{د}(s) \quad \left. \begin{array}{l} s+3 \\ s-5 \end{array} \right\}$$

$$(2) \quad \left. \begin{array}{l} \text{عندما } s \in]2, 2[\\ \text{عندما } s \in [2, 5] \end{array} \right\} = \text{د}(s) \quad \left. \begin{array}{l} s+2 \\ 4 \end{array} \right\}$$

التقويم:

عين مجال الدوال الآتية :

$$(1) \quad \text{د}(s) = 3s^2 - s + 4$$

$$(2) \quad \left. \begin{array}{l} \text{عندما } 1 < s < 2 \\ \text{عندما } s < 2 \end{array} \right\} = \text{د}(s) \quad \left. \begin{array}{l} 1+s^2 \\ 1+s^2 \end{array} \right\}$$

$$(2) \quad \text{د}(s) = \frac{1+s}{1+s^2+s^2}$$

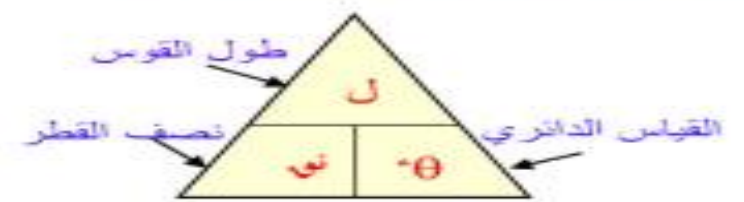
$$(4) \quad \text{د}(s) = \frac{s-2}{9+s^2}$$

الوحدة الرابعة

حساب المثلثات

الصفحة	اسم الدرس	رقم الدرس
١٥٨	قاعدة الجيب	١
١٦٧	قاعدة جيب التمام	٢
١٧٥	حل المثلث	٣

مراجعة علي ما سبق



1 $\frac{l}{r} = \theta$

2 $\theta = \frac{\pi}{180} \times \text{س}^\circ$

3 $\text{س}^\circ = \frac{180}{\pi} \times \theta$

4 $\text{جا}(\theta + 90) = -\text{جتا}\theta$

5 $\text{جا}(\theta - 90) = \text{جتا}\theta$

6 $\text{جا}(\theta - 180) = -\text{جا}\theta$

7 $\text{جتا}(\theta - 180) = -\text{جتا}\theta$

8 $\text{ظا}(\theta - 180) = -\text{ظا}\theta$

9 $\text{جا}^2\text{س} + \text{جتا}^2\text{س} = 1$

$\text{جا}^2\text{س} - 1 = -\text{جتا}^2\text{س}$

$\text{جتا}^2\text{س} - 1 = -\text{جا}^2\text{س}$

10 $1 + \text{ظا}^2\text{س} = \text{قا}^2\text{س}$

$\text{قا}^2\text{س} - \text{ظا}^2\text{س} = 1$

$$\text{قاس} - 1 = \text{ظاس}$$

$$1 + \text{ظناس} = \text{قناس}$$

$$\text{قاس} - \text{ظناس} = 1$$

$$\text{قاس} - 1 = \text{ظناس}$$

$$1 = \text{جاس} \text{قاس}$$

$$1 = \text{جاس} \text{قاس}$$

$$1 = \text{ظاس} \text{ظناس}$$

$$\frac{\text{جاس}}{\text{جاس}} = \text{ظاس}$$

17

$$\frac{\text{ظناس}}{\text{جاس}} = \text{ظاس}$$

17

$$\text{مساحة المضلع المنتظم} \frac{\pi}{4} \text{ س } \text{ظناس} \frac{\pi}{4}$$

18

$$\text{مساحة الدائرة} = \pi \text{ نو}$$

19

$$\text{محيط الدائرة} = 2\pi \text{ نو}$$

20

$$\text{مساحة المثلث} =$$

$$\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$\text{حيث } s = \text{نصف المحيط}$$

$$= \frac{1}{4} \sqrt{(a+b+c)(-a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)}$$

الدرس الأول: قاعدة الجيب

{ في أي مثلث تتناسب أطوال أضلاع المثلث
مع جيوب الزوايا المقابلة لها }

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

حيث a نصف قطر الدائرة الخارجة للمثلث

الفكرة الأولى مسائل مباشرة

مثال (١) Δ ب ج فيه $\hat{ب} = ٤٠^\circ$ سم ، و $\hat{ج} = ٨٠^\circ$

، و $\hat{ج} = ٨٠^\circ$ أوجد طول أكبر الأضلاع

طويلاً لأقرب سم

$$جأ = \frac{٤٠ \times جب \times جج}{٥٦} = \frac{٤٠ \times ٤ \times ٤}{٥٦} = ١١,٤٦ \text{ سم}$$

الحل

أكبر الأضلاع يقابل أكبر الزوايا

$$\hat{ب} = ٤٠^\circ \text{ و } \hat{ج} = ٨٠^\circ \Rightarrow \hat{أ} = ١٨٠^\circ - [٤٠^\circ + ٨٠^\circ] = ٦٠^\circ$$

$$\frac{جأ}{\hat{ج}} = \frac{جب}{\hat{ب}} = \frac{جج}{\hat{أ}}$$

$$\frac{جأ}{٨٠^\circ} = \frac{٤}{٦٠^\circ} = \frac{جج}{٤٠^\circ}$$

أكبر الأضلاع هو جأ

مثال (٢) د. ٢ ب ج فيه ج = ١٩ اسم ، و (٢) = ١١٢ ،

و (ب) = ٣٣ ، أوجد ب ، ثم أوجد طول نصف

قطر الدائرة الخارجة عن د. ٢ ب ج لأقرب

رقمين عشريين ومساحة ومحيط الدائرة

و (٢) = ١١٢ ، و (ب) = ٣٣

د. و (ج) = ١٨٠ = [٣٣ + ١١٢] - ٢٥٥

$$\frac{١}{جأ} = \frac{ب}{جأب} = \frac{٢}{جأب}$$

$$\frac{١}{جأ١١٢} = \frac{ب}{جأ٣٣} = \frac{٢}{جأ٢٥٥}$$

$$د. ب = \frac{١٩ جأ٣٣}{٢٣٥} = ١٩ ، ٨٧ ، ٨٥ اسم$$

$$١٩ ، ٢١٩ = \frac{١٩}{٢٣٥} ، ١٩ ، ٢١٩ = \frac{١٩}{٢٣٥}$$

١٩ ، ١٦٥٦ اسم

مساحة الدائرة = $\pi \times ١٦,٥٦$

$$= ٨٦١,٨٢ اسم$$

محيط الدائرة = $٢ \times \pi \times ١٦,٥٦$

$$= ٢١٠,٥٥ اسم$$

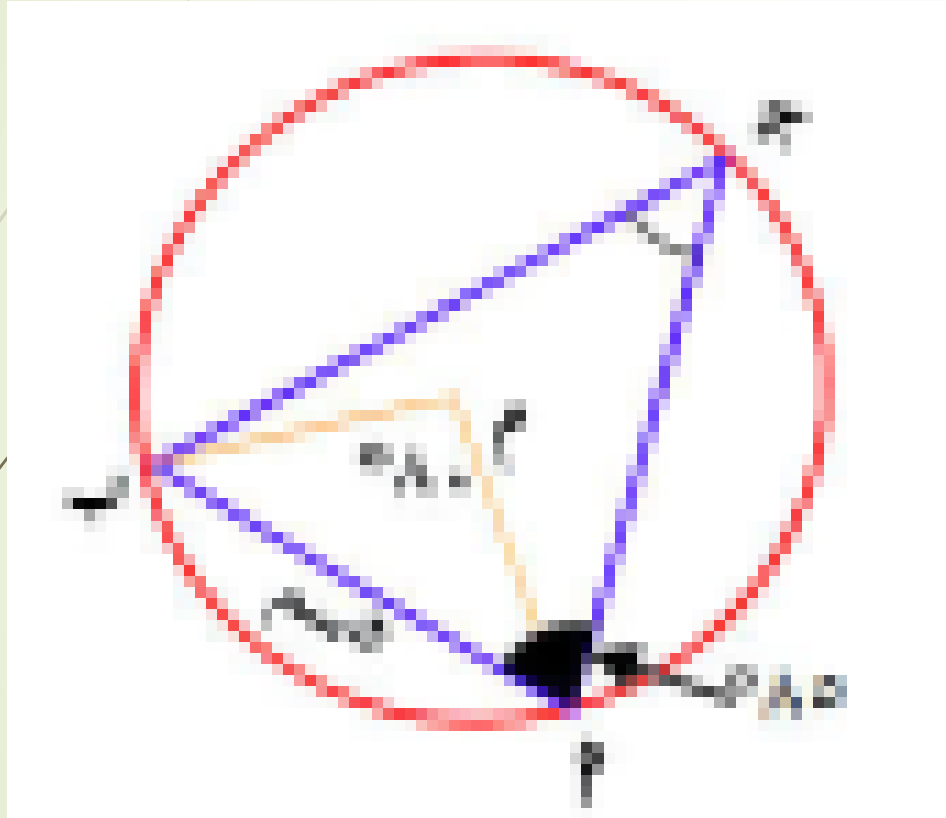
مثال (3) في الشكل المقابل م دائرة م ب =

قسم ق و (م ب) = 90° ، و (ج م ب) = 90°

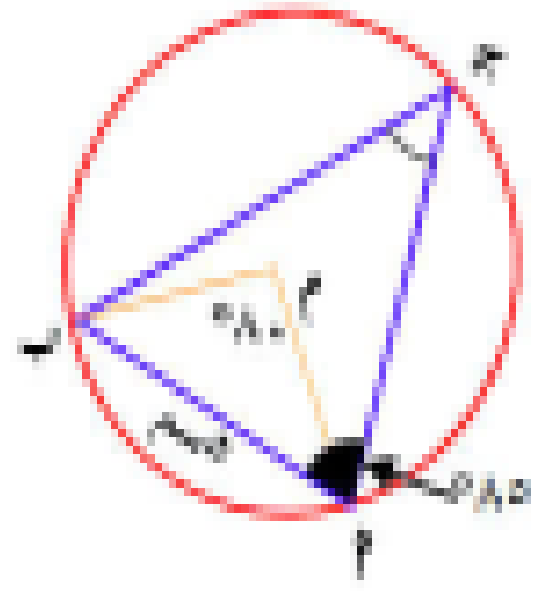
أوجد:

(أ) محيط Δ م ب ج

(ب) مساحة سطح الدائرة م



الحل



في $\Delta P B J$

$$\hat{P} = (\hat{J}) = 50^\circ$$

لأن قياس المحيطة = $\frac{1}{2}$ المركزية المشتركة معها في نفس القوس

$$\therefore \hat{J} = 50^\circ \quad \text{في } (\hat{P}) = 85^\circ \quad \text{في } (\hat{B}) = 50^\circ$$

$$\text{في } (\hat{B}) = 180 - (50 + 85) = 45^\circ$$

$$\hat{A} = \frac{P}{\hat{J}} = \frac{P}{B} = \frac{P}{\hat{A}}$$

$$\hat{A} = \frac{50}{45} = \frac{P}{85} = \frac{P}{50}$$

$$\therefore P = \frac{85 \times 50}{45} = 94,44$$

$$P = \frac{50 \times 85}{45} = 94,44$$

$$(4) \therefore \text{محيط } \Delta P B J = \hat{P} + \hat{B} + \hat{J}$$

$$9.12 \text{ سم} = 6.27 + 7.75 + 5 =$$

$$(ب) \text{ نو} = \frac{0}{0.4} = 2.89 \text{ سم}$$

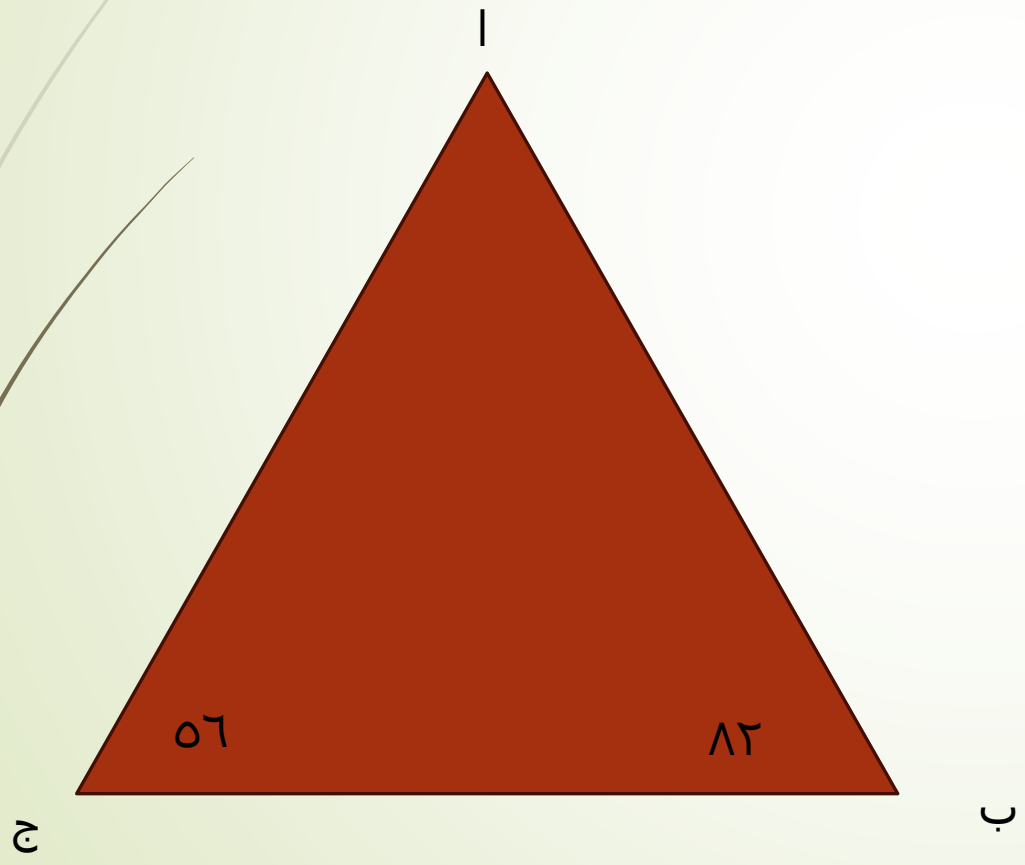
مساحة الدائرة = $\pi \text{ نو}^2$

$$7.5 \text{ سم}^2 = (2.89) \pi =$$

مثال (۱)

در یک مثلث = ۵۰ درجه

و $\hat{B} = ۸۲^\circ$ ، و $\hat{C} = ۵۶^\circ$ اوجد قيمة \hat{A}



مسئله = ۵۰ درجه

$$\frac{P_{\text{جاءت}}}{P_{\text{جاء}}} = \frac{P_{\text{جاءت}}}{P_{\text{جاء}}} = P_{\text{ب}}$$

$$P_{\text{ب}} = \frac{1}{4} P_{\text{جاءت}} = 400 \quad \text{بالتضرب} \times 2$$

$$900 = P_{\text{جاءت}} \times \frac{P_{\text{جاءت}}}{P_{\text{جاء}}} \times P_{\text{ب}}$$

$$900 = \frac{P_{\text{جاءت}}^2}{P_{\text{جاء}} \times P_{\text{ب}}} = P_{\text{ب}}$$

$$P_{\text{ب}} = \sqrt{900} = 30 \text{ نسج}$$

العل

$$P_{\text{ب}} = (P_{\text{ب}}) = 0.180 = [0.06 + 0.12] - 0.042$$

$$\text{مساحة} \Delta P_{\text{ب}} = P_{\text{ب}} = \frac{1}{4} P_{\text{جاءت}}$$

ولكن $P_{\text{ب}}$ مجهول، $P_{\text{ب}}$ مجهول

$$\frac{P_{\text{ب}}}{P_{\text{جاء}}} = \frac{1}{4}$$

الدرس الثاني العمليات على الدوال

ملاحظة

ح n أي فترة = نفس الفترة
لأنها جزئية من ح

إذا كانت D (س) مجالها M
، E (س) مجالها M'

فإن:

① $D \pm E$ (س) مجالها $M \cap M'$

② $D \times E$ (س) مجالها $M \cap M'$

③ $D \div E$ (س) مجالها $M \cap M' - \{اصطار E\}$

الفكرة الأولى مسائل مباشرة

مثال ١ : إذا كانت $d : c = 4 - c$

حيث $d (س)$ = $٢س٢ - ٤س + ٥$

ر : $| -٥٥٠ |$ = $| -٤ - c$

حيث $r (س)$ = $٢س - ٥$ فأوجد :

١ $\frac{(d + r) (س)}{(d + r) (٣)}$

٢ $\frac{(d - r) (س)}{(d - r) (٠)}$

٣ $\frac{(d \times r) (س)}{(d \times r) (٣-)}$

٤ $\frac{(r) (س)}{(r) (١)}$

طريقه الحل اولاً بنجيب مجال د ١ ثم مجال د ٢ ثم تقاطع د١ مع د ٢ ثم نجيب المطلوب

$$(2x^2 - 7x + 5) + (x^2 - 5x + 5)$$

$$2x^2 - 7x + 5 + x^2 - 5x + 5 =$$

$$3x^2 - 12x + 10 =$$

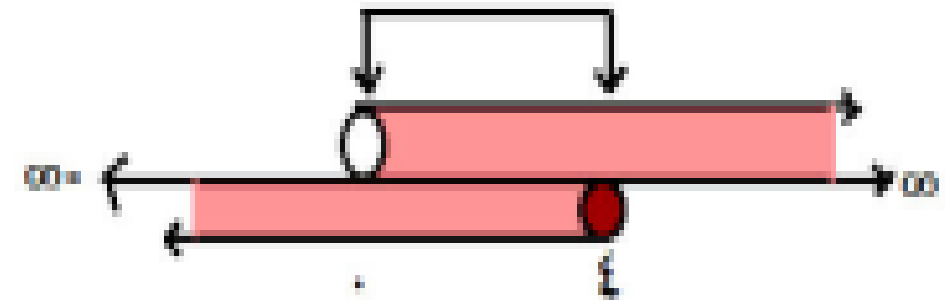
$$\text{المجال } [0, \infty)$$

القيمة العددية (د + ر) (٣)

$$٣ = ١٥ - ١٨ = (٣) ٥ - (٣) ٦ =$$

$$\text{مجال د} = ١٣ = \text{ح} = |0, \infty|$$

$$\text{مجال ر} = ١٣ = |-\infty, 0|$$



$$١٣ \cap ١٣ = |0, 13|$$

١ (د + ر) (س) فنجمعهم

٣ (د × ر) (س) هنضرب بهم

$$(٥س٢ - ٥) (٥س٧ - ٥س٢)$$

$$(٥س٢ - ٥) (٥س٧ - ٥س٢)$$

$$= ٥س٤ - ٥س١٤ + ٥س١٠ - ٥س١٠$$

$$+ ٥س٣٥ - ٢٥$$

$$= ٥س٤ - ٥س٢٤ + ٥س٤٥ - ٢٥$$

المجال [٤، ٥]

القيمة العددية (د × ر) (-٣)

∴ -٣ ∉ للمجال

∴ (د × ر) (-٣) غير معرفة

٢ (د - ر) (س) هنطرحهم

$$(٥س٢ - ٥س٧ + ٥) - (٥س٢ - ٥)$$

$$= ٥س٢ - ٥س٧ + ٥ - ٥س٢ + ٥$$

$$= ١٠ - ٥س٩ + ١٠$$

المجال [٤، ٥]

القيمة العددية (د - ر) (٥)

∴ ٥ ∉ للمجال

∴ (د - ر) (٥) غير معرفة

٤ $\left(\frac{s}{r}\right) (s) \left(\frac{s}{r}\right) (1)$

$$= \frac{s^2 - 5s + 5}{s^2 - 5} = \frac{(s-1)(s-5)}{(s-5)}$$

بوضع $s^2 - 5 = 0$

$$s^2 = 5 \quad \therefore s = \frac{5}{2}$$

$$\therefore \frac{s}{r} = s - 1$$

والمجال $\{ \frac{5}{2} \} - \{ 0, 5 \}$

القيمة العددية $\left(\frac{5}{2}\right) (1) = 1 - 1 = 0$ صفر

مثال ۲ : إذا كانت د ۱ = (س) ۲ + س

ومجال د ۱ = [۳- ، ۴] ،

د ۲ = (س) ۲ + ۲س

ومجال د ۲ = [۱- ، ۳]

$$\left(\frac{2d}{1d}\right) \left(\frac{2d}{1d}\right) \left(3-\right) \leftarrow (س) \left(\frac{2d}{1d}\right)$$

۴

أوجد :

۱ $\left(\frac{2d}{1d}\right) \left(\frac{2d}{1d}\right) \left(3-\right) \leftarrow \left(\frac{2d}{1d}\right) \left(\frac{2d}{1d}\right) \left(3-\right)$

۲ $\left(\frac{2d}{1d}\right) \left(\frac{2d}{1d}\right) \left(3-\right) \leftarrow \left(\frac{2d}{1d}\right) \left(\frac{2d}{1d}\right) \left(4-\right)$

۳ $\left(\frac{2d}{1d}\right) \left(\frac{2d}{1d}\right) \left(3-\right) \leftarrow \left(\frac{2d}{1d}\right) \left(\frac{2d}{1d}\right) \left(0-\right)$

الحل

$$[4, 3-] = 1م$$

$$[3, 1-] = 2م$$



$$[3, 1-] = 2م \cap 1م$$

١ (د + ١د) (س)

$$س + ٢ + س + ٢س$$

$$[3, 1-] \text{ المجال } ٢ + س + ٢س =$$

$$\text{القيمة العددية (د + ١د) (٣)}$$

$$٢٠ = ٢ + ٩ + ٩ = ٢ + (٣) ٣ + (٣) =$$

٢ (د - ١د) (س)

$$س + ٢ - (س + ٢س)$$

$$= س + ٢ - س - ٢س$$

$$= -س - ٢س + ٢ \text{ المجال } [3, 1-]$$

$$\text{القيمة العددية (د - ١د) (٤)}$$

∴ ٤ ∉ للمجال

∴ (د - ١د) (٤) غير معرفة

$$4 \quad \left(\frac{2d}{1d} \right) (s)$$

$$\frac{(s+2)s}{(s+2)} = \frac{s^2 + 2s}{s+2} =$$

أصفار المقام = $\{-2\}$

$$\therefore \left(\frac{2d}{1d} \right) (s) = s$$

والمجال $[-1, 3]$

هنا في الحالة دي مقلناش فرق $\{-2\}$ لأن $\{-2\}$ مش داخله في الفترة

القيمة العددية $\left(\frac{2d}{1d} \right) (-3)$ غير معرفة

لأن $-3 \notin$ للمجال

$$3 \quad (1d \times 2d) (s)$$

$$(s+2)(s^2+2s)$$

$$s^3 + 2s^2 + 2s^2 + 4s$$

$$= s^3 + 4s^2 + 4s$$

المجال $[-1, 3]$

$$(1d \times 2d) (0)$$

$$= 0 + 2(0) + 4(0) = 0$$

مثال ٣ : عين مجال كلاً من الدوال الآتية :

$$\frac{1+s}{9} + \frac{5}{7+s^2} + \frac{1}{s-2} = \text{د(س) } \mathbf{5} \quad \frac{2}{s^2-6} + s = \text{د(س) } \mathbf{3}$$

$$\frac{2}{s-5} + \frac{1}{s} = \text{د(س) } \mathbf{1}$$

$s-6=0$
 $s=6$
 $s=3$

$1 - \text{ح} = \{2\}$
 $2 - \text{ح} = \text{مجموع مربعين}$
 $3 - \text{ح} = \text{المقام مفهوش س}$
 $2 - \text{ح} = \{3\}$

\therefore المجال المشترك ح - $\{2\}$.
 المجال المشترك هو ح - $\{3\}$.

$1 - \text{ح} = \{0\}$
 $2 - \text{ح} = \{5\}$

\therefore المجال ح - $\{0, 5\}$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s-2} - \frac{1}{s^2+2s+5} = \text{د(س) } \mathbf{4} \quad \frac{5}{s-7} + \frac{1}{s^2-9} = \text{د(س) } \mathbf{2}$$

$1 - \text{ح} = \text{مجموع مربعين}$
 $2 - \text{ح} = \{1 \pm\}$ فرق بين مربعين
 $3 - \text{ح} = \{0\}$

\therefore المجال المشترك ح - $\{0, 1 \pm\}$

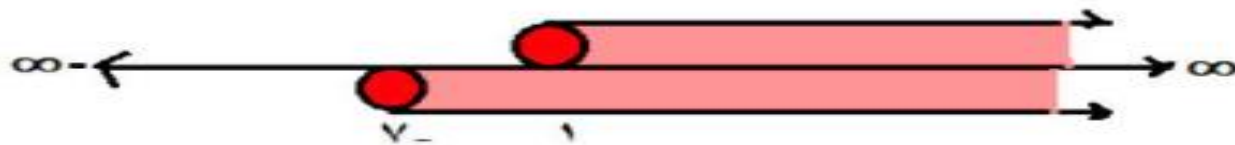
$1 - \text{ح} = \{3 \pm\}$
 $2 - \text{ح} = \{7\}$

\therefore المجال ح - $\{7, 3 \pm\}$

الفكرة الثانية مسائل الجذور

$$2 \quad \sqrt{s+2} + \sqrt{s-1} = (s) \quad \text{مثال ٤ : عين مجال كلاً مما يلي :}$$

$$\begin{aligned} \text{م ١} \quad & 0 \leq s-1 \quad \text{م ٢} \quad 0 \leq s+2 \\ \text{م ١} \quad & \therefore]-\infty, 1] = \text{م ٢} \quad \text{م ٢} \quad 0 \leq s+2 \\ \text{م ٢} \quad & 0 \leq s+2 \quad \text{م ١} \quad 0 \leq s-1 \\ \text{م ٢} \quad & \therefore]-\infty, -2] = \text{م ١} \end{aligned}$$



$$\therefore \text{المجال المشترك} =]-\infty, 1]$$

$$\begin{aligned} 0 &= (s+2)(s-1) \\ s &= -2 \quad \text{أو} \quad s = 1 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{م ١} \cap \text{م ٢} =]-\infty, -2] \cup]-\infty, 1]$$

$$1 \quad \sqrt{s-2} - \sqrt{s+1} = (s) \quad \text{مثال ٣ : عين مجال كلاً مما يلي :}$$

$$\text{م ١} \quad \text{" دليل الجذر فردي "}$$

$$\text{م ٢} \quad 0 \leq s-2 \quad \text{م ١} \quad 0 \leq s+1$$

$$\therefore \text{م ٢} =]-\infty, -1]$$

$$\therefore \text{م ١} \cap \text{م ٢} =]-\infty, -1]$$

$$3 \quad \frac{\sqrt{s+2}}{s-2} = (s) \quad \text{مثال ٢ : عين مجال كلاً مما يلي :}$$

$$\text{م ١} \quad 0 \leq s+2 \quad \text{م ٢} \quad 0 \leq s-2$$

$$\therefore \text{م ١} =]-\infty, -2]$$

$$\text{م ٢} \quad 0 \leq s-2$$

$$\frac{1}{\sqrt{s^2 - 1}} + \frac{s^2 - 9}{s + 3} = (s) \quad \text{٥ د}$$

١م المقام الأول ← $s + 3 = 0$ $s = -3$

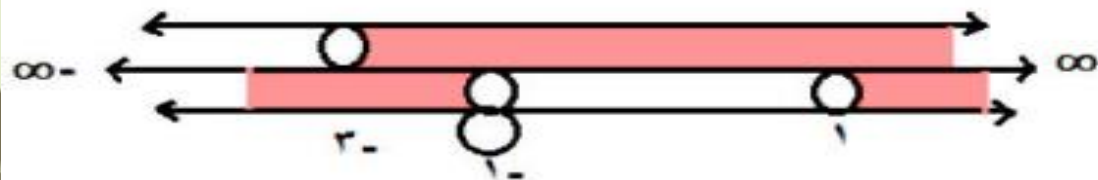
ح - $\{-3\}$

٢م الجذر ← $s^2 - 1 < 0$

$$0 < (s + 1)(s - 1)$$

ح - $[-1, 1]$

∴ المجال المشترك



$$[-1, -3) \cup \{-3\} \cup]\infty, 1[$$

$$\frac{s^2 + 2}{\sqrt{s^2 - 2 - 1}} = (s) \quad \text{٤ د}$$

علشان تكون فاهم

مينفحش ما تحت الجذر يبقي سالب
ومينفحش المقام = صفر صح

١م البسط ← ح مفهوش مشاكل

٢م الجذر ← $s - 2 \leq 0$

$s \leq 2$

∴ م ٢ = $]-\infty, 2]$

٣م للمقام كله ←

$$0 = \sqrt{s^2 - 2 - 1}$$

$$\text{بالتربيع} \quad 1 = \sqrt{s^2 - 2 - 1}$$

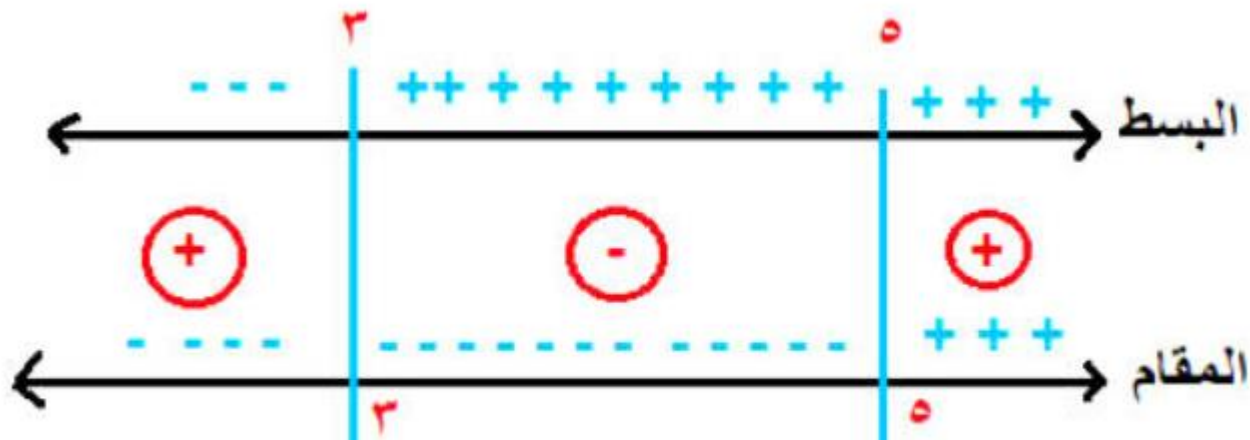
$$s - 2 = 1$$

$$s = 3$$

∴ المجال المشترك = $]-\infty, 2] \cup \{-3\}$

$$V = \frac{3-s}{5-s}$$

ركز في ده طريقة بحث الإشارة



الكسر هيكون موجب

في الفترتين اللي أنا موضحهم

∴ المجال $[-\infty, 3) \cup (5, \infty]$

متناساش في الفرق بنقل المفتوح

و نفتح المغلقة

أو ح - $[5, 3[$

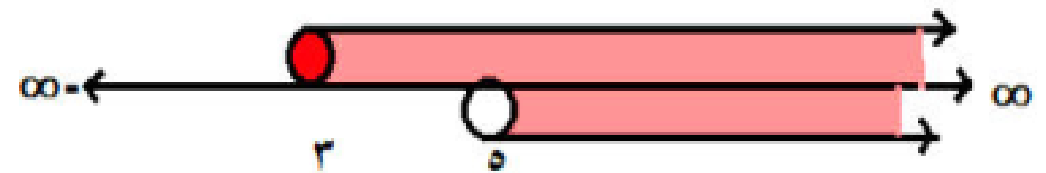
$$V = \frac{3-s}{5-s}$$

م ١ مجال البسط ← $s - 3 \leq 0$ $s \leq 3$

∴ م ١ $]= 3, \infty[$

م ٢ مجال المقام ← $s - 5 < 0$ $s < 5$

∴ م ٢ $]= 5, \infty[$



∴ م ١ ∩ م ٢ $]= 5, \infty[$

تركيب دالتين

أطباء ومهندسون فقط

علمي
فقط

(د 0 ر) (س)

تقرأ د تركيب ر
أو د بعد ر

تطبق قاعدة الدالة ر الأول وبعدين د

$$٤ \quad (٢) (٥٠ ر)$$

الحل
د $(٢) = (٢) = ٣$
 $٨ = ٣$

ر $(٨) = ١ + ٨ = ٩$

مثال ٢ : إذا كانت د(س) = ٣س + ١

ر (س) = ٥ - ٢س

فأوجد : (د ر) (س)

ثم أوجد : (د ر) (١)

$$(٥٠ ر) (س) = د (ر(س))$$

$$١ + (٥ - ٢س) ٣ = (٥ - ٢س) د =$$

$$١٤ - ٢س٣ = ١ + ١٥ - ٢س٣ =$$

$$١٤ - ٢(١) ٣ = (١) (٥٠ ر)$$

$$١١ = ١٤ - ١٣ =$$

مثال ١ : إذا كانت د(س) = ٣س ،

$$١ + س = ر(س)$$

فأوجد :

$$١ (١) (٥٠ ر)$$

الحل
ر $(١) = ١ + ١ = ٢$

د $(٢) = (٢) = ٣$
 $٨ = ٣$

$$٢ (٥٠ ر) (٠)$$

الحل
ر $(٠) = ١ + ٠ = ١$

د $(١) = (١) = ٣$
 $١ = ٣$

$$٣ (٥٠ ر) (-١)$$

الحل
د $(-١) = (-١) = ٣$
 $١ = ٣$

ر $(-١) = ١ + ١ = ٠$

$$\text{بوضع } ٤٢ = ٦ + ٩س^٢$$

$$\therefore ٦ - ٤٢ = ٩س^٢$$

$$٣٦ = ٩س^٢$$

$$\frac{٣٦}{٩} = س^٢$$

$$س^٢ = ٤ \therefore س = \pm \sqrt{٤}$$

$$\therefore س = \pm ٢$$

مثال ٣ : إذا كانت د(س) = س^٢ + ٦،

$$ر(س) = س^٣$$

١ أوجد : (د ٥ ر) (٣)

٢ حدد قيم س التي تجعل

$$٤٢ = (س) (د ٥ ر)$$

١ (د ٥ ر) (٣)

$$د(٩) = (٣ \times ٣) د = ((٣) ر) د =$$

$$٨٧ = ٦ + ٨١ = ٦ + ٩(٩) = (٩) د$$

$$(د ٥ ر) (س) = (د ٥ ر) (س)$$

$$د(٣س) = (٣س) د =$$

$$٦ + ٩س^٢ =$$

كيفية إيجاد مجال تركيب دالتين

لإيجاد مجال (د ٥ ر) (س)

١ م ١ ← مجال ر الأول

٢ هتعمل التركيب

وتجيب المجال الجديد م ٢

٣ وبعدين تجيب م ١ ∩ م ٢

هيكون هو مجال (د ٥ ر) (س)

مثال ٤ :

إذا كانت د(س) = $\sqrt{١ - ٢س}$ ،

ر(س) = $٣ - ٢س$

فأوجد : (د ٥ ر) (س) في أبسط صورة
موضحاً المجال .

ثم أوجد : (د ٥ ر) (٢)

١م ← مجال ر = ح كثيرة الحدود

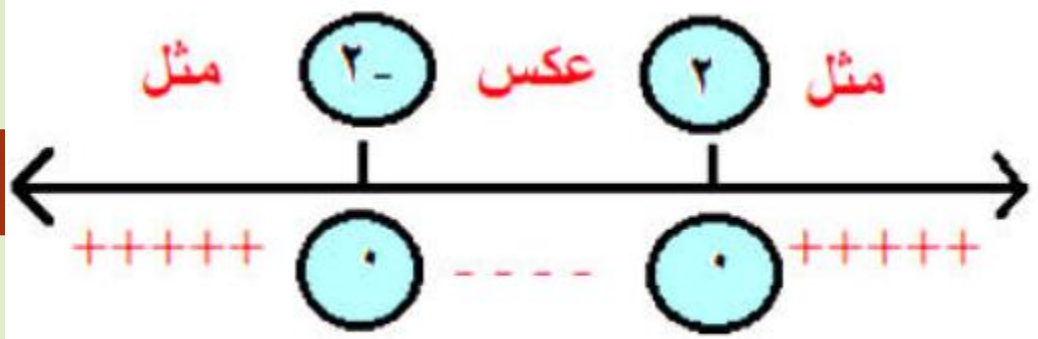
وبعدين (د ٥ ر) (س) = د (ر(س))

$$= د (٣ - ٢س) = \sqrt{١ - ٣ - ٢س} = \sqrt{٤ - ٢س}$$

٢م ← المجال $٠ \leq ٤ - ٢س$

$$٠ \leq (٢ - س) (٢ + س)$$

$$] ٢ - ٢ ، ٢ - [- ح = ٢م$$



∴ مجال (د ٥ ر) (س) = $١م \cap ٢م$

$$=] - ٢ ، ٢ - [- ح =$$

القيمة العددية (د ٥ ر) (٢)

$$= \sqrt{٤ - ٢ \cdot ٢} = \sqrt{٤ - ٤} = ٠$$

مثال ٥ : إذا كانت د(س) = $\frac{1}{س}$ ،

$$ر(س) = س + ٣$$

أوجد : (د ٥ ر) (س) موضحاً المجال .

ثم أوجد : (ر ٥ د) (س) موضحاً المجال .

١ م ← مجال $r = ح$ كثيرة الحدود

وبعدين (د ٥ ر) (س) = د (ر (س))

$$\frac{1}{س+٣} = د = (س+٣)$$

$$م = ٢ - ح - \{٣-\}$$

$$م = ٢ - ح - \{٣-\} \cap م = ١$$

∴ مجال (د ٥ ر) (س) = ح - \{٣-\}

٢ (ر ٥ د) (س) موضحاً المجال

حل انت

مثال ٦ : إذا كانت د(س) = $\sqrt{س - ٢}$ ،

$$ر(س) = \sqrt{س - ٤}$$

فأوجد : (ر ٥ د) (س) ومجالها .

م ١ ← مجال د

$$س - ٢ \geq ٠ \quad س \leq ٢ \quad] \infty , ٢]$$

$$ر(س) = (د ٥ ر) (س)$$

$$ر(د(س)) = (ر ٥ ر) (س - ٢)$$

$$= \sqrt{\sqrt{س - ٢} - ٤}$$

$$م ٢ ← ٤ - \sqrt{س - ٢} \geq ٠$$

$$- \sqrt{س - ٢} \leq - ٤$$

$$\sqrt{س - ٢} \geq ٤ \quad \text{بالتربيع}$$

$$س - ٢ \geq ١٦ \quad س \geq ١٨$$

$$س \geq ١٨ \quad \therefore م ٢ =] ١٨ , \infty [$$

$$\therefore \text{مجال } (د ٥ ر) (س) = م ١ \cap م ٢$$

$$=] ١٨ , ٢]$$

مثال ٧ : إذا كانت $E(S) = 4 - 3S$

فأوجد الدالتين D ، R بحيث يكون

$$E(S) = (S) = (R \circ D) (S)$$

الفكرة إنك بتفرض واحدة منهم \overline{RS}

والثانية $S^3 - 4$

هنشيل S ونضع بدلاً منها

$S^3 - 4 \leftarrow$ يبقي دي $R(S)$

$$R(S) = \overline{RS} ،$$

$$D(S) = S^3 - 4$$

وهناك طرق ثانية كتير

الدرس الثالث

بعض خواص الدوال

ثانياً: الدالة الفردية

٢ من قاعدة الدالة

تكون $d(-s) = -d(s)$

أمثله

$$d(s) = s^3$$

$$d(-s) = (-s)^3$$

$$= -s^3$$

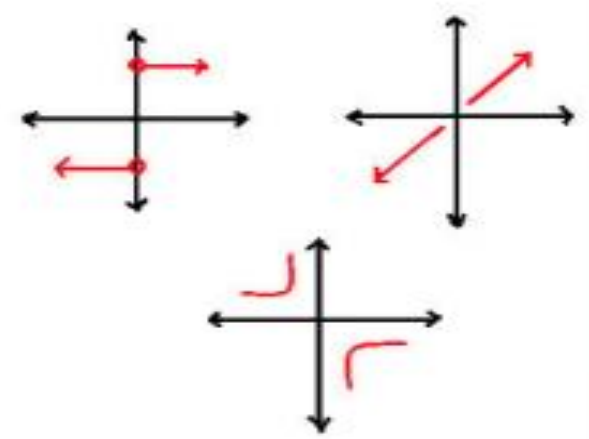
$$= -d(s)$$

١ من الرسم

يكون منحنى الدالة متماثل حول نقطة الأصل

(0,0) يعني

الربع الأول مع الثالث والربع الثاني مع الرابع



أولاً الدالة الزوجية

٢ من قاعدة الدالة

تكون $d(-s) = d(s)$

أمثله

$$d(s) = s^2$$

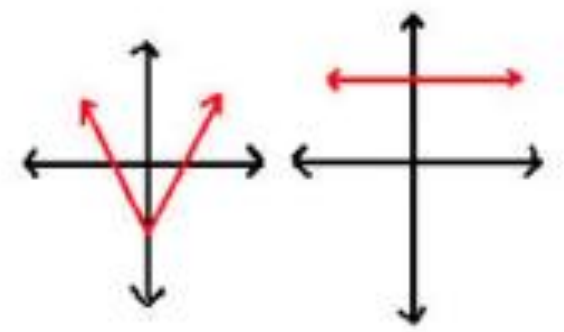
$$d(-s) = (-s)^2$$

$$= s^2$$

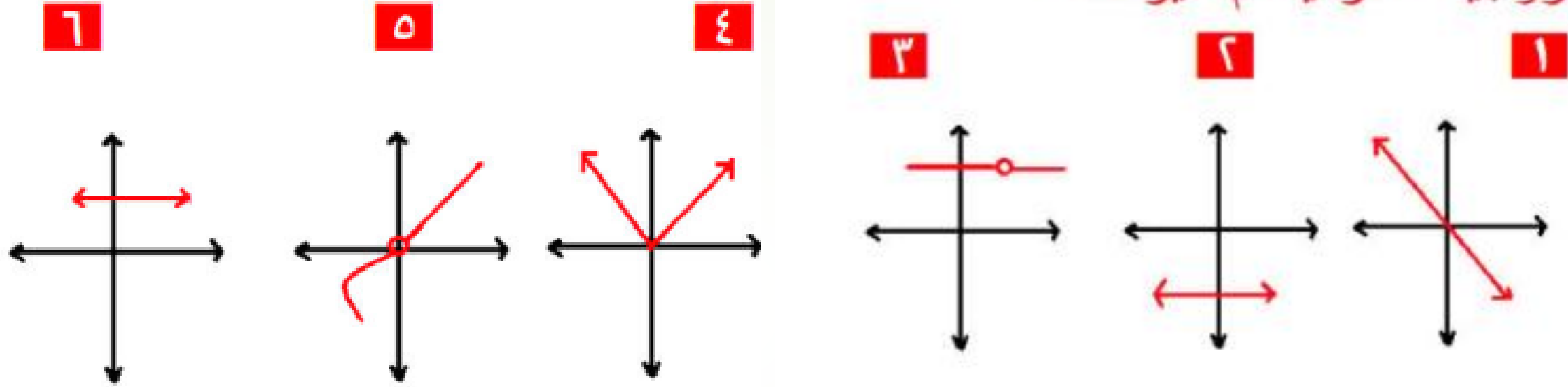
١ من الرسم

يكون منحنى الدالة متماثل حول محور

الصادات (s=0)



مثال ١ : بين أي من الدوال الآتية زوجية – فردية أم غير ذلك



لي زوجية

ليست فردية وليست زوجية

زوجية

ليست فردية وليست زوجية

زوجية

فردية

ازاي الجزء الأيمن أكبر من الأيسر أقولك ده سهم يا معلم يعني مبيقفش .

مثال ٢ : بين أي من الدوال الآتية

زوجية – فردية أم غير ذلك

١ $d(s) = s^2 + s^4 + 1$

$$d(-s) = (-s)^2 + (-s)^4 + 1 = s^2 + s^4 + 1 = d(s)$$

طبعاً الأس الوجيه يياكل السالب

∴ $d(-s) = s^2 + s^4 + 1 = d(s)$

$$\Delta d(-s) = d(s)$$

∴ الدالة زوجية

٢ $d(s) = s^3 - s^2$

$$d(-s) = (-s)^3 - (-s)^2 = -s^3 - s^2$$

∴ $d(-s) = -s^3 - s^2 \neq d(s)$

$$-d(-s) = -(-s^3 - s^2) = s^3 + s^2 \neq d(s)$$

∴ الدالة فردية

الخلاصة

- لو سببنا إشارات الكل ← زوجية
 - غيرنا إشارات الكل ← فردية
 - سببنا شوية و غيرنا شوية ← ليست وليست
- لاحظ أن كل الدوال الثابتة تكون زوجية

$$\mathbf{4} \quad \mathbf{د (س) = \sqrt{س + 2}}$$

المجال $]-2, \infty[$

واضح إنها غير متماثلة حول محور الصادات

طبعاً هتسألني عرفت ازاي؟

أقولك أنا الأستاذ يا ولد عيب بص يا سيدي

المتماثلة حول محور الصادات بتكون شكلها كدة

$$[-\infty, \infty] \quad [-5, 5]$$

$$[-4, 4] \quad [-2, 2]$$

$[-س, س]$ كدة فهمت

∴ الدالة ليست زوجية وليست فردية

$$\mathbf{3} \quad \mathbf{د (س) = س + س^2}$$

$$د (س -) + س^2 (س -) = (س -)$$

$$= س - س^2$$

∴ الدالة ليست فردية وليست زوجية

ابحث نوع الدوال التالية من حيث كونها زوجية أو فردية أو غير ذلك .

٣

$$(١) \quad د (س) = ٧$$

$$(٢) \quad د (س) = س + ٥$$

$$(٣) \quad د (س) = س + س^٢$$

$$(٤) \quad د (س) = س - س^٢$$

$$٥ \quad د (س) = \sqrt{س^٢ + ٢}$$

دي مجالها ح يعني متمثلة حول محور الصادات

$$د (س -) = \sqrt{س^٢ + ٢} = د (س) + ٢$$

$$\Delta \quad د (س -) = د (س)$$

∴ الدالة زوجية

بالنسبة للدوال المثلثية

بتعامل مع (- س) يعني زاوية في الربع الرابع

يعني : جتا (- س) = جتا س

جا (- س) = - جا س

ظا (- س) = - ظا س

$$\mathbf{v} \quad \text{د (س)} = \text{س}^3 \text{ جتا س}$$

$$\text{د (س)} = (\text{س} - \text{س}) = \text{س}^3 \text{ جتا (س - س)}$$

$$= (\text{س} - \text{س}) \times \text{جتا س} = \text{س}^3 \text{ جتا س}$$

$$\Delta \text{ د (س)} = \text{د (س)}$$

∴ الدالة فردية

$$\mathbf{1} \quad \text{د (س)} = \text{س جا س}$$

$$\text{د (س)} = (\text{س} - \text{س}) \text{ جا (س - س)}$$

$$= (\text{س} - \text{س}) \times \text{جا س} = \text{س جا س}$$

$$\Delta \text{ د (س)} = \text{د (س)}$$

∴ الدالة زوجية

$$\left. \begin{array}{l} \text{س}^2 \text{ ، س} < \\ \text{س}^2 - \text{ ، س} > \end{array} \right\} = \text{د (س)}$$

$$\text{د (س)} = \text{جا}^2 \text{ س} + \text{جتا}^2 \text{ س}$$

$$\Delta \text{ جا}^2 \text{ س} + \text{جتا}^2 \text{ س} = 1$$

$$\text{د (س)} = 1 \quad \text{د (-س)} = 1$$

وعلي فكرة الدالة الثابتة دائماً زوجية

$$\left. \begin{array}{l} \text{س}^2 - \text{ ، س} < \\ \text{س}^2 \text{ ، س} > \end{array} \right\} = \text{د (-س)}$$

غيرنا كل الإشارات

$$\left. \begin{array}{l} \text{س}^2 \text{ ، س} < \\ \text{س}^2 - \text{ ، س} > \end{array} \right\} = \text{د (-س)}$$

$$\Delta \text{ د (-س)} = \text{د (س)}$$

∴ الدالة زوجية

$$\left. \begin{array}{l} \text{س}^2 - \text{ ، س} > \\ \text{س}^2 \text{ ، س} < \end{array} \right\} = \text{د (-س)}$$

هنطلع الأكبر فوق بالفرع كله

مثال ٣ :

١ إذا كانت د (س) زوجية في [٢ ، ب]
فإن:

$$٢ - = ب \text{ أو } ب - = ٢$$

٢ [٢ ، ٢] فإن: ٢ - = ٢

٣ [ب ، ٥ -] فإن: ب = ٥

٤ [ب ، ٢] وكان | ٢ | = ٤ فإن:

ب = ٤ عارف ليه؟

لأنها [٤ ، ٤ -] صح؟

٥ إذا كانت د (س) زوجية فأختصر

$$\frac{٤ د (س) - ٢ د (-س)}{٥ د (س) - ٣ د (-س)}$$

$$ب د (-س) = د (س)$$

$$١ = \frac{٢ د (س)}{٢ د (س)} = \frac{٤ د (س) - ٢ د (س)}{٥ د (س) - ٣ د (س)}$$

٦ إذا كانت الدالة زوجية فإنها متماثلة حول
المستقيم

س = صفر ← محور الصادات

٧ إذا كانت الدالة زوجية فإن

$$..... = د (٢) + د (٢ -)$$

$$د (٢) = د (٢) + د (٢)$$

أو ٢ د (٢ -)

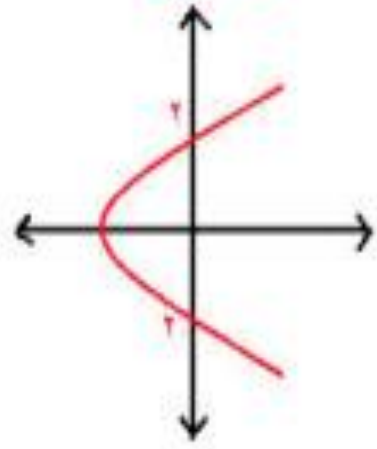
٨ إذا كانت الدالة فردية فإن

$$د (٢ -) = - د (٢)$$

$$..... = د (٢) + د (٢ -)$$

$$د (٢) - د (٢) = صفر$$

١٠ المنحني المرسوم متماثل حول المستقيم



(١) $s = 0$ صفر

(٢) $s = 0$ صفر

(٣) $s = 2$

(٤) $s = -2$

هو متماثل حول محور السينات

يعني $s = 0$

و علي فكرة لا يمثل دالة بسبب اختبار الخط الراسي

حد فاكرها ؟

٩ الدالة

د (س) = $\left. \begin{array}{l} 2 \text{ عندما } s < 0 \\ 2- \text{ عندما } s > 0 \end{array} \right\}$ اختر

(٠، ٢)

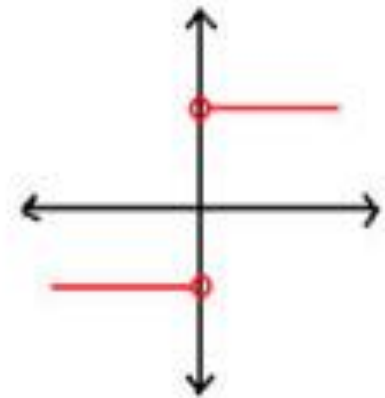
(٠، ٢-)

(٢-، ٢)

(٠، ٠)

علي فكرة لو جيت ترسمها هتلاقيها فردية يعني

متماثلة حول نقطة الأصل (٠، ٠)



الجزء الثاني من الدرس
الدوال الأحادية

علمي فقط

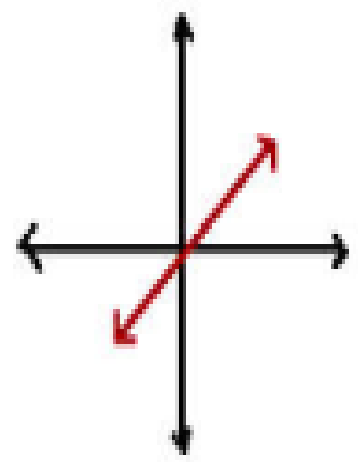
سؤال : ازاى تعرف إن الدالة أحادية ؟

من الرسم

١

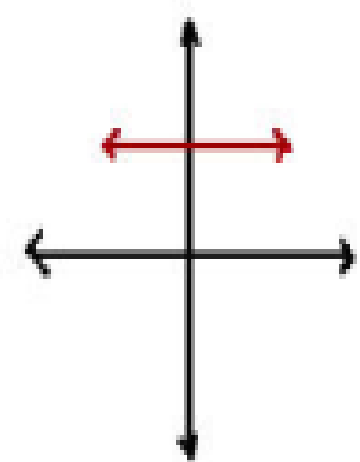
إذا وجد خط أفقي (يوازي محور السينات)
يقطع منحنى الدالة في أكثر من نقطة فإن الدالة
ليست أحادية .

١



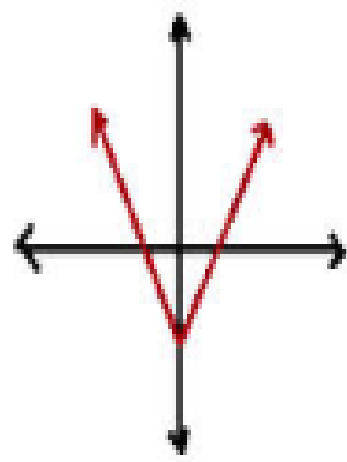
أحادية

٢



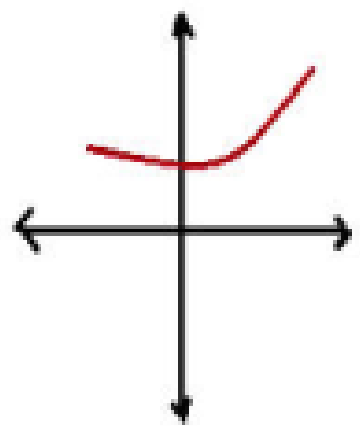
ليست أحادية

٣



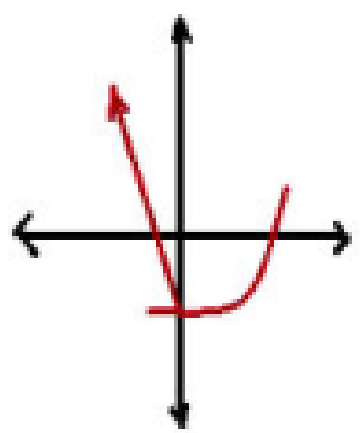
ليست أحادية

٤



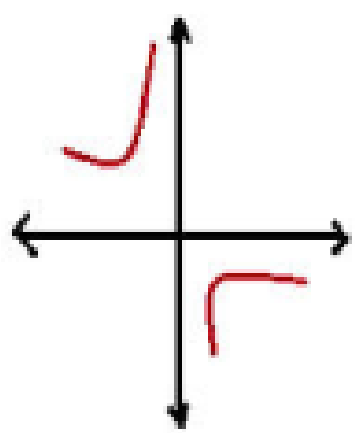
ليست أحادية

٥



ليست أحادية

٦



ليست أحادية

(١) هتجيب د (٢) ، د (ب) وتساويهم ببعض لو كان $٢ = ب$ يبقي أحادية .

(٢) لو طلع $٢ = \pm ب$ فإن الدالة ليست أحادية .

إذا وجد عنصران في مجال الدالة لهما نفس الصورة فإن الدالة ليست أحادية

كل الدوال الزوجية ليست أحادية

مثال ٢ : حدد مين من الدوال دي أحادية ومين ليست أحادية :

١ د (س) = ٢س - ٥

لأي ٢ ، ب ∃ للمجال

د (٢) = ٢ - ٢ = ٥ ، د (ب) = ٢ - ب = ٥

بوضع د (٢) = د (ب)

∴ ٢ - ٢ = ٥ - ب

٢ = ٢ - ب

∴ ب = ٠

∴ الدالة أحادية

٢ د (س) = س + ٢

لأي ٢ ، ب ∃ للمجال

د (٢) = ٢ + ٢ = ٤ ، د (ب) = ب + ٢ = ٤

بوضع د (٢) = د (ب)

∴ ٢ + ٢ = ب + ٢

٢ = ب

∴ ±√٢ = ب

∴ الدالة ليست أحادية

$$\frac{5 - 3s}{3 + 4s} = d(s) \quad \text{ع}$$

لأي $p, b \in \mathbb{R}$ للمجال

$$\frac{5 - 3b}{3 + 4b} = d(b), \quad \frac{5 - 3p}{3 + 4p} = d(p)$$

بوضع $d = d(p) = d(b)$

$$\frac{5 - 3b}{3 + 4b} = \frac{5 - 3p}{3 + 4p} \quad \therefore$$

$$(5 - 3b)(3 + 4p) = (3 + 4b)(5 - 3p)$$

$$= 15 - 20b - 9p + 12bp$$

$$15 - 9b + 20p - 12bp$$

$$\therefore 15 - 9b + 20p = 20b - 9p$$

خلي p في ناحية و b في ناحية

$$15 + 20p + 9p = 20b + 9b$$

$$29 = 29b \quad \therefore$$

\therefore الدالة أحادية $\therefore b = p$

$$\frac{2}{1 + 3s} = d(s) \quad \text{ع}$$

لأي $p, b \in \mathbb{R}$ للمجال

$$\frac{2}{1 + 3b} = d(b), \quad \frac{2}{1 + 3p} = d(p)$$

بوضع $d = d(p) = d(b)$

$$\frac{2}{1 + 3b} = \frac{2}{1 + 3p} \quad \therefore$$

Δ البسط = البسط

\therefore المقام = المقام صح؟

$$1 + 3b = 1 + 3p$$

$$3b = 3p$$

$$\therefore b = p$$

\therefore الدالة أحادية

٦ ضع (✓) أمام الدالة الأحادية

(×) (١) د (س) = جتا س

(×) (٢) د (س) = س^٢

(✓) (٣) د (س) = س^٢

(×) (٤) د (س) = س^٤ + س^٢

(×) (٥) د (س) = |س|

(✓) (٦) د (س) = $\frac{١}{س}$

٥ د (س) = س^٢ + س

لأي $٢, ب \in$ للمجال

$$د (٢) = ٢ + ٢٢ = (٢) د, ب + ٢ب = (ب) د$$

بوضع د (٢) = د (ب)

$$\therefore ٢ + ٢٢ = ب + ٢ب$$

$$٠ = ٢٢ - ٢ب - ب + ٢$$

$$٠ = (٢٢ - ٢ب) + (٢ - ب)$$

$$٠ = (٢ - ب) + (٢ + ب)(٢ - ب)$$

$$٠ = (٢ - ب)(١ + ب + ٢)$$

إما $٢ - ب = ٠$ ومنها $٢ = ب$

أو $١ + ب + ٢ = ٠$ ومنها $٢ = -ب - ١$

\therefore لها قيمتان \therefore الدالة ليست أحادية

الدرس الرابع أطراف الدوال

مهم

إذا كانت d معرفة علي الفترة [a ، b]

و كانت s_1 ، s_2 \exists للمجال

إذا كان :

$$\textcircled{1} \quad s_2 < s_1 \text{ ، } d(2s) < d(s) \text{ (س 1)}$$

فإن الدالة تكون تزايدية

$$\textcircled{2} \quad s_2 < s_1 \text{ ، } d(2s) > d(s) \text{ (س 1)}$$

فإن الدالة تكون تناقصية

$$\textcircled{3} \quad s_2 < s_1 \text{ ، } d(2s) = d(s) \text{ (س 1)}$$

فإن الدالة تكون ثابتة

الخلاصة

١) **المجال** : بنجبيه من علي محور السينات

٢) **المدى** : بنجبيه من علي محور الصادات

٣) **الأطراف** : بنجبيه من علي محور السينات

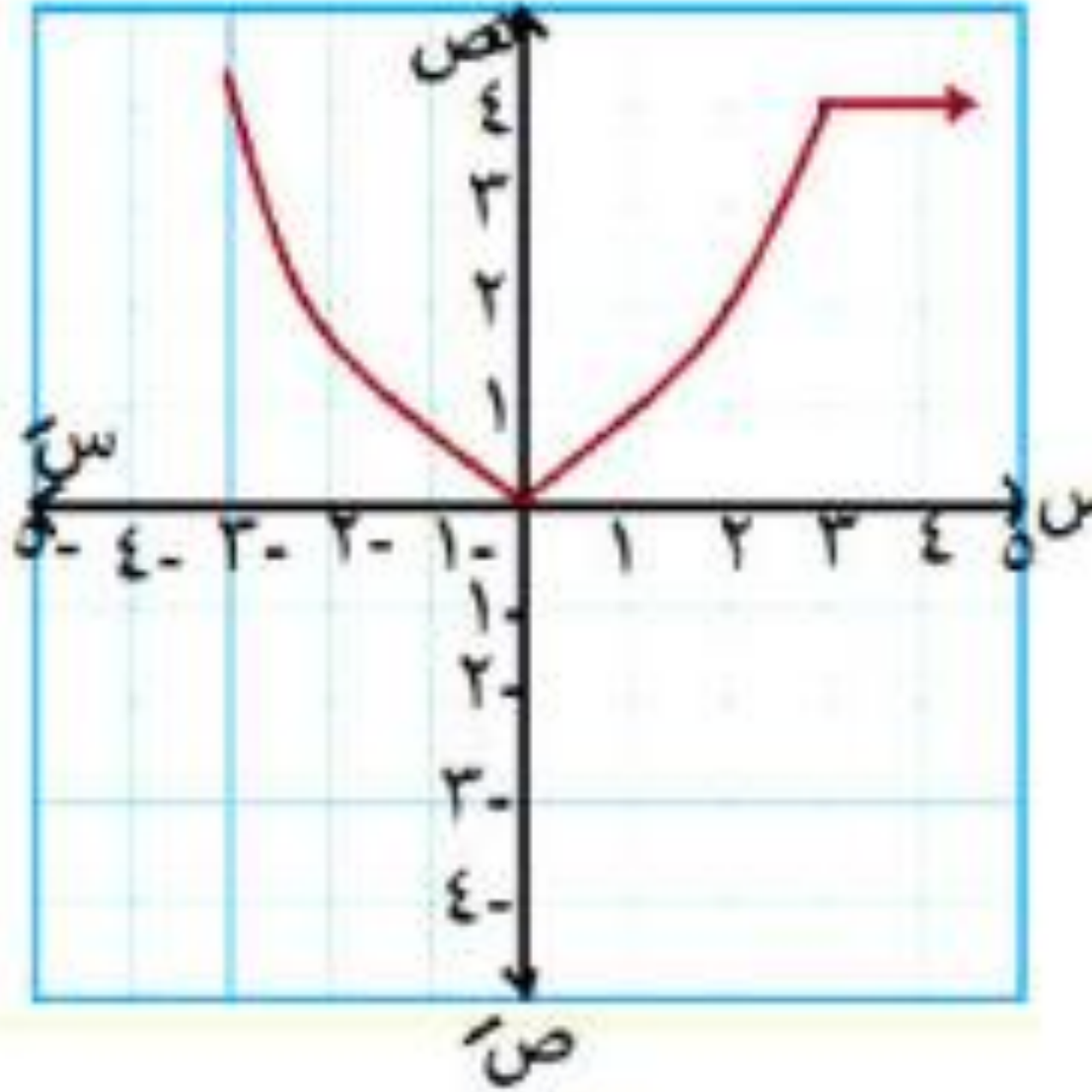
بداية من اليسار متجهين إلي اليمين

الدالة تطلع ← تزايدية

تنزل ← تناقصية

تثبت ← ثابتة

مثال ١ : عين المجال والمدى والنوع والأطراف لكل مما يلي :



المجال = ح

المدى : $]-\infty, 0]$

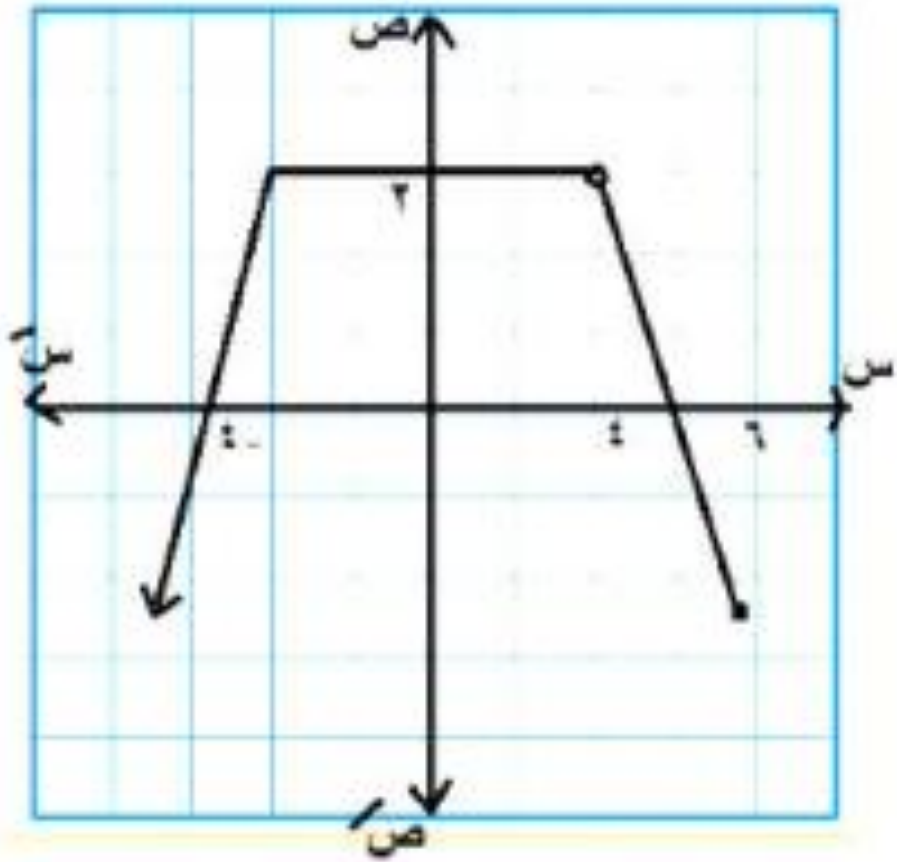
النوع : ليست زوجية
وليس فردية
و ليست أحادية

تناقصية $]-\infty, 0]$

تزايدية $]0, 2]$

ثابتة $]2, \infty[$

الأطراف :



$$\{4\} - [6, \infty -]$$

المجال

$$[2, \infty - [$$

المدى :

: ليست زوجية
وليس فردية
و ليست أحادية

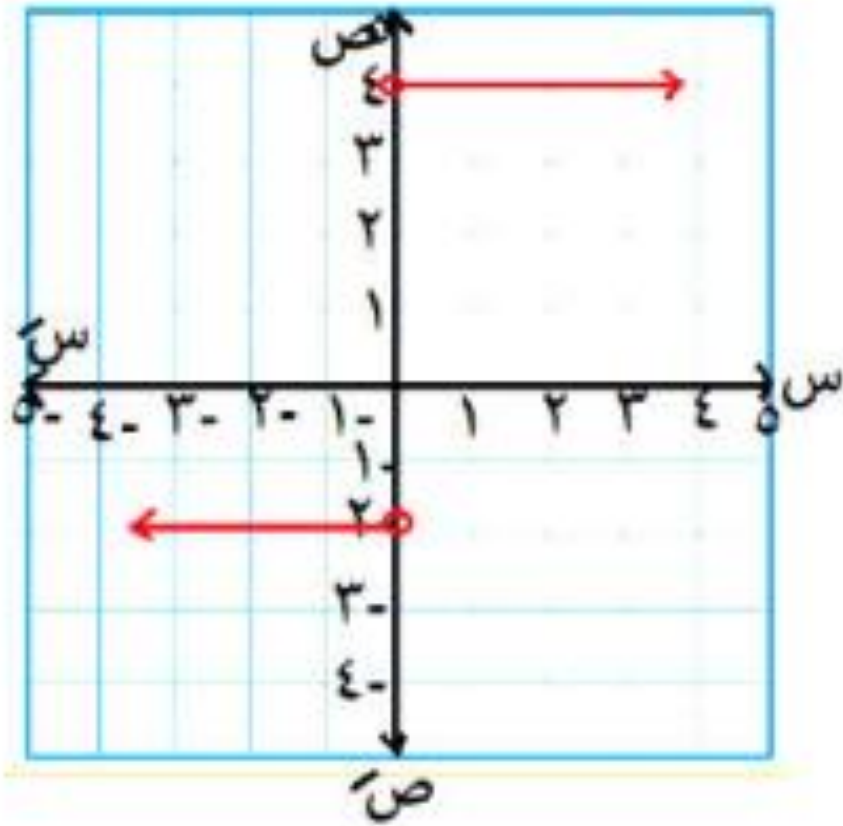
النوع

$$] 4 - , \infty - [$$

الأطراف

$$] 4 , 4 - [$$

$$] 6 , 4 [$$



ح - { 0 }

المجال =

{ -2 ، 4 }

المدى :

: ليست زوجية
وليس فردية
و ليست أحادية

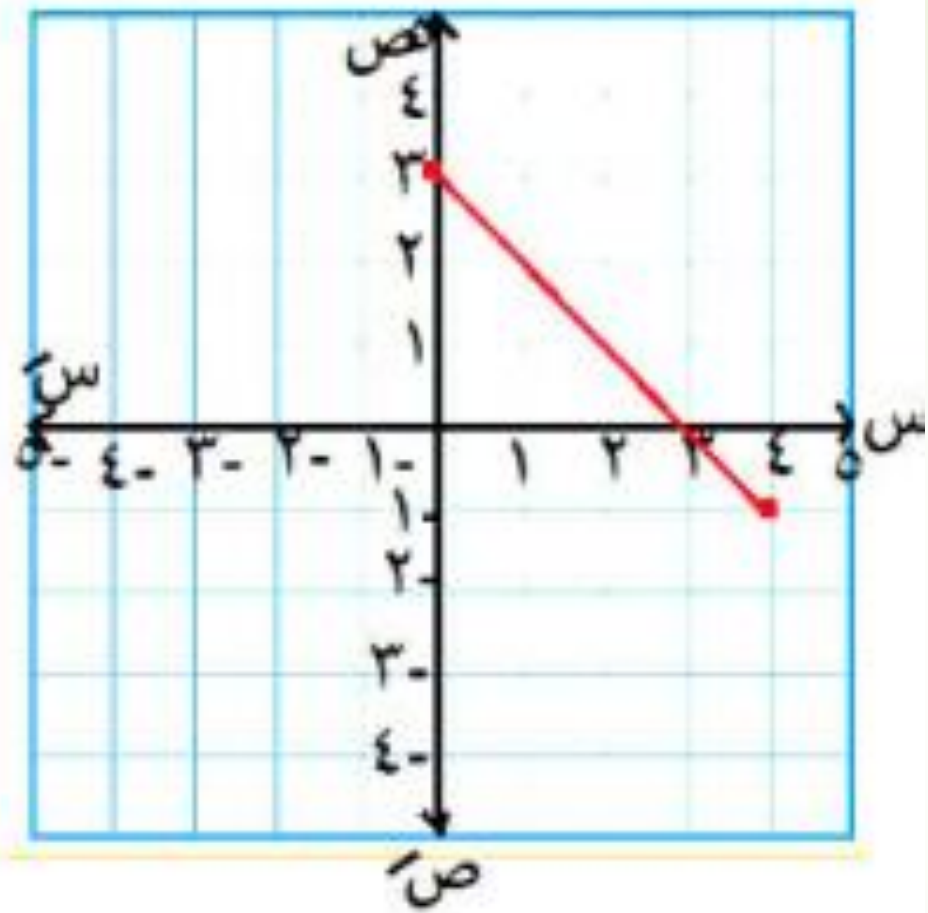
النوع

ثابتة [-∞ ، 0]

ثابتة [0 ، ∞]

أي أنها ثابتة علي المجال

الأطراف :



$[0, 3]$

المجال =

$[-1, 3]$

المدى :

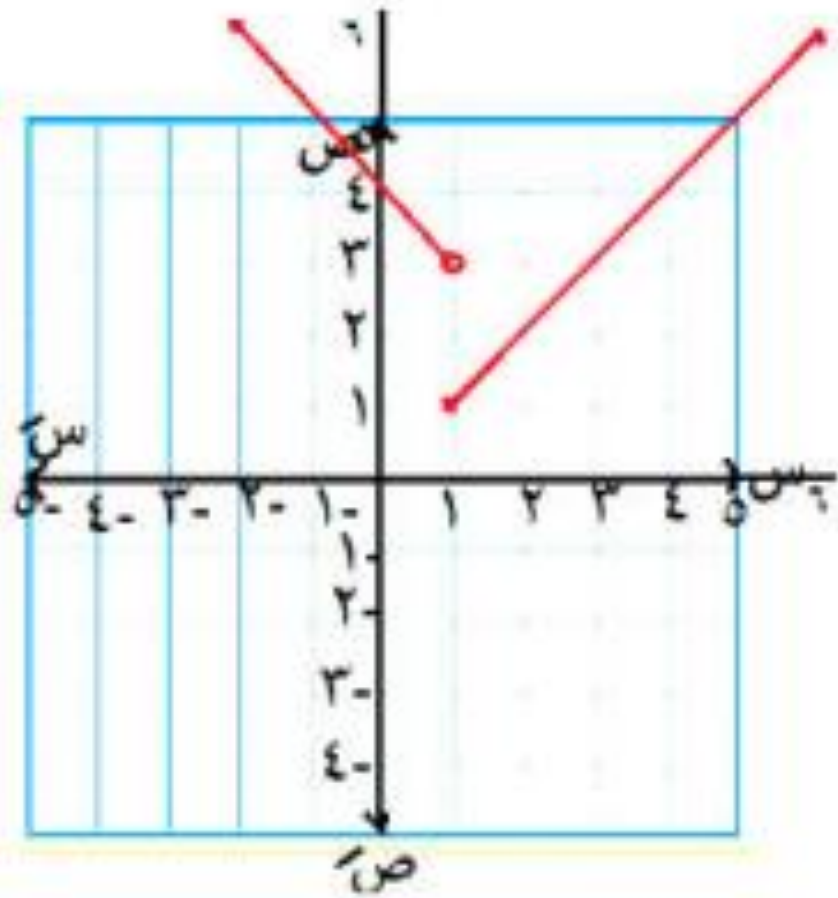
ليست زوجية
وليست فردية
أحادية

النوع :

تناقصية على المجال

الأطراد :

أو تناقصية في $[0, 3]$



٥ ارسم الشكل البياني للدالة

إذا كان د: $[-2, 6] \leftarrow ح$

$$1 > س \geq 2- ، 4 - س$$

$$6 \geq س \geq 1 ، س$$

د (س) =

وحدد الحاجات اللي أنت عارفها

النوع :

الحل

ليست زوجية
وليست فردية
وليست أحادية

الأطراف :

تناقصية $[-2, 1]$

تزايدية $[1, 6]$

س

4 - س

6	4	1	س
6	4	1	ص

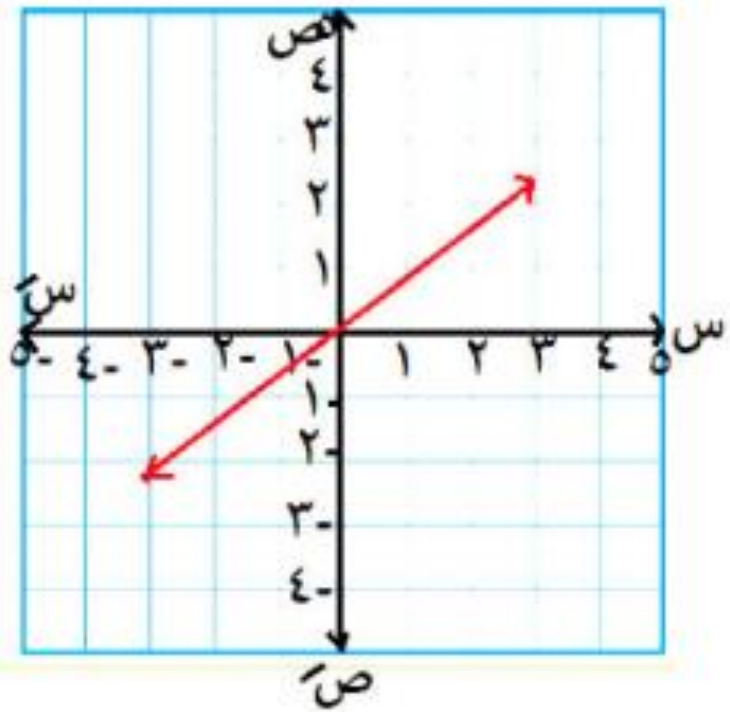
1	0	2-	س
3	4	6	ص

المدى :

$[1, 6]$

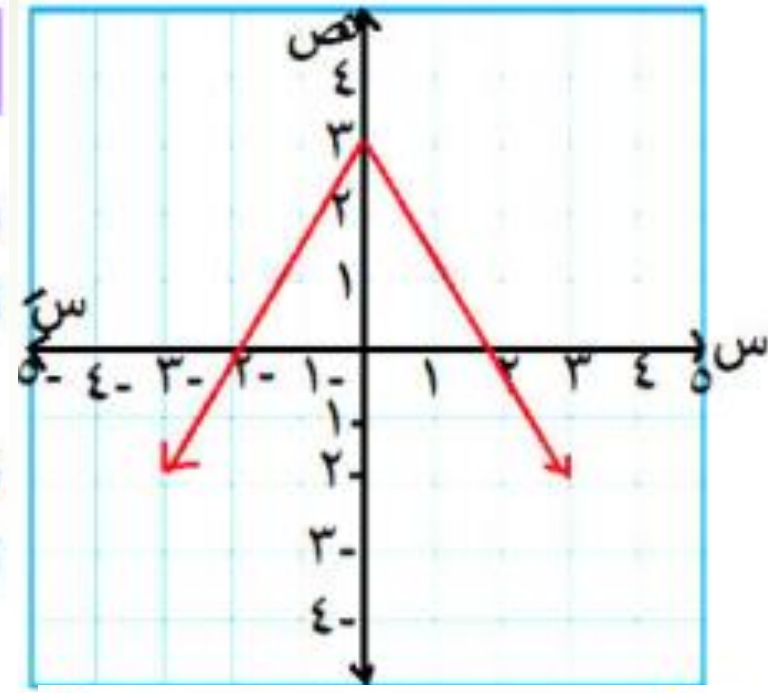
المجال =

$[-2, 6]$



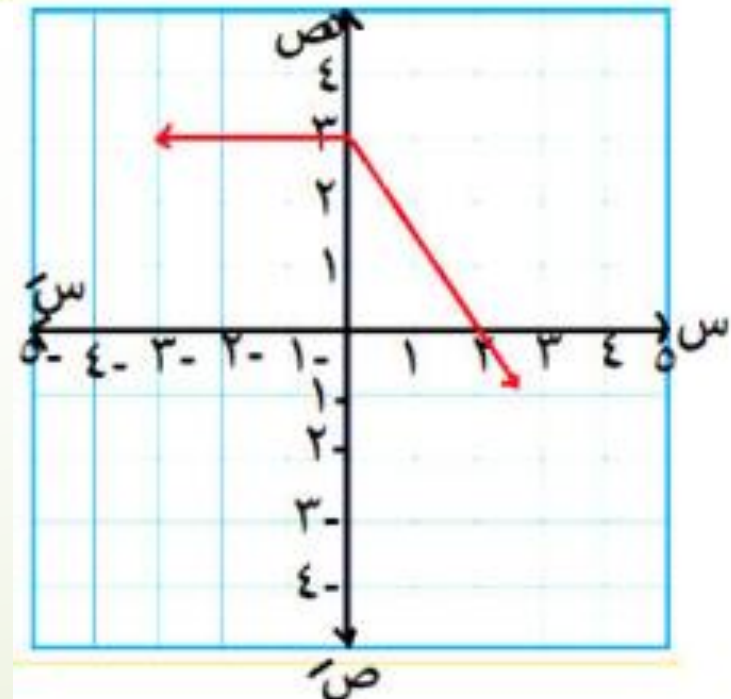
٣

المجال :
 المدي :
 النوع :
 الأطراد :



١

المجال :
 المدي :
 النوع :
 الأطراد :



٢

المجال :
 المدي :
 النوع :
 الأطراد :

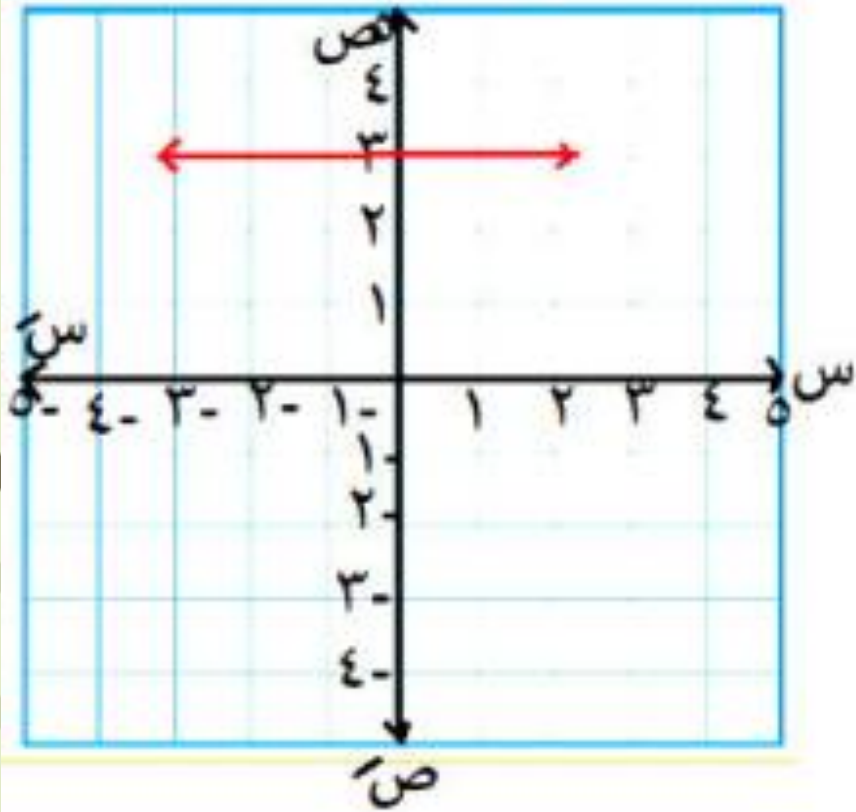
٤ ارسم

$$\left. \begin{array}{l} 2 - س > 1 - س \geq 2 \\ س \geq 2 - س > 0 \end{array} \right\} = (س)$$

وعين المجال - المدي - النوع - الأطراد

الدرس الخامس التمثيل البياني للدوال

دوال كثيرات الحدود



المجال = ح

المدى : { 3 }

النوع :

زوجية

لتماثلها حول

محور الصادات

و ليست أحادية

الأطراف : ثابتة علي المجال

أولاً : الدالة الثابتة

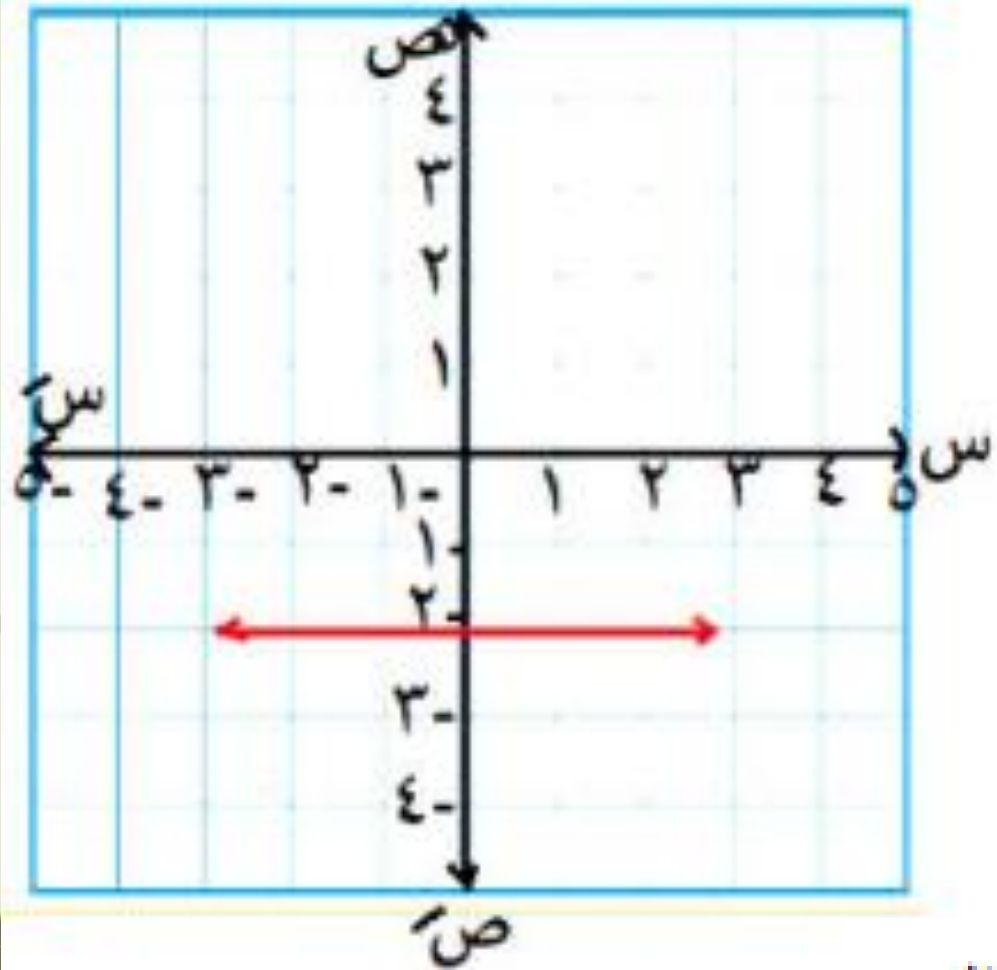
د(س) = ٣

تمثل بخط مستقيم يوازي محور السينات ويقطع
محور الصادات في (٣ ، ٠)

مثل د(س) = ٣

مثل ١

مثال ٢ : مثل بيانياً د (س) = -٢



المجال = ح

المدى : { -٢ }

النوع : زوجية

لتماثلها حول

محور الصادات

و ليست أحادية

الأطراف : ثابتة علي المجال

ثانياً: الدالة الخطية

دالة الدرجة الأولى $P = (س) + ب$

تقطع محور الصادات في $(ب, ٠)$

وتقطع محور السينات $(٠, \frac{-ب}{١})$

مثال ٣ : مثل د (س) = س

المجال = ح

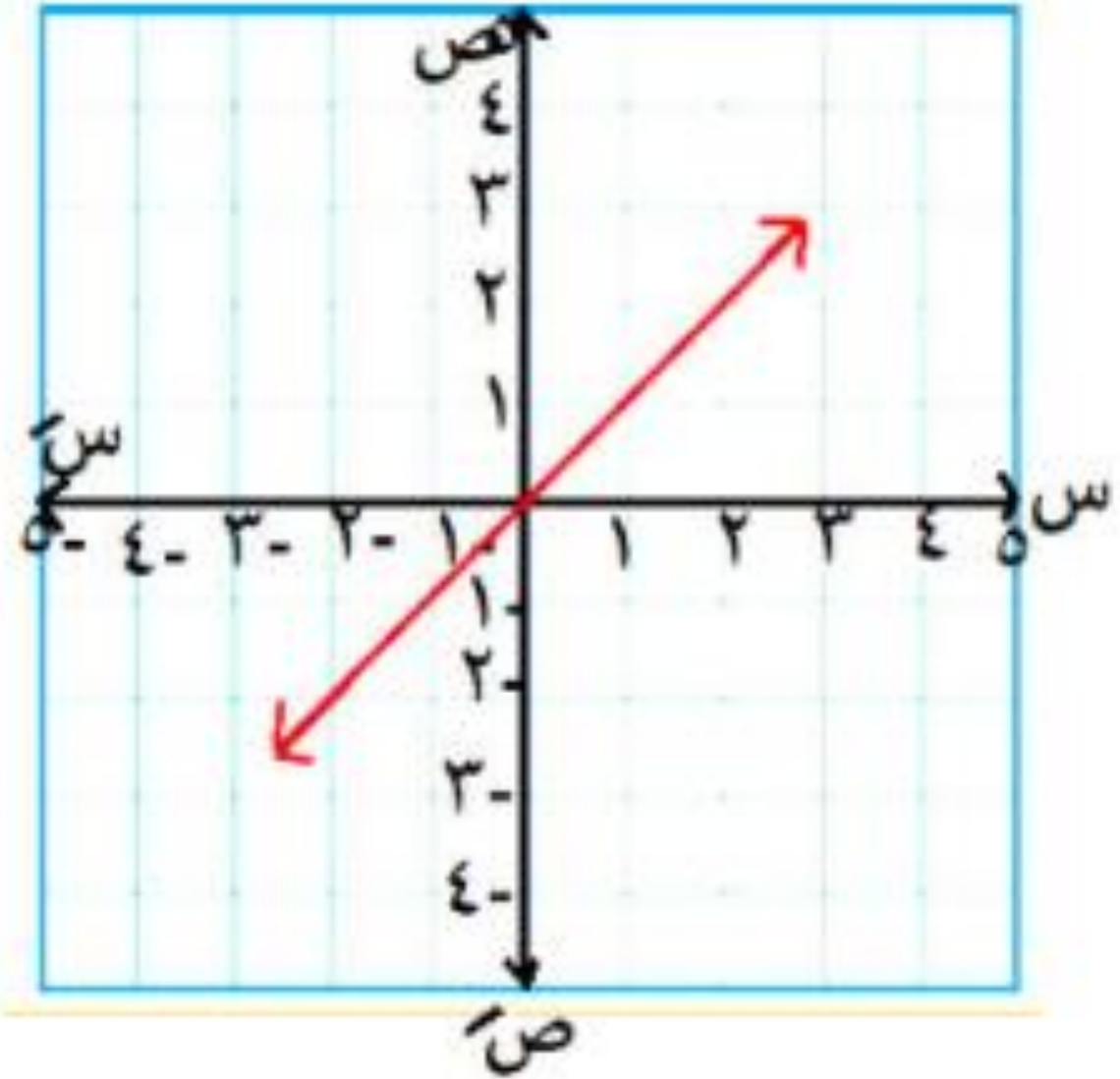
المدى : ح

النوع : فردية

لتماثلها حول

نقطة الأصل

و أحادية



الأطراف : تزايدية علي المجال

الأطراف : تناقصية على المجال

المجال = ح

المدى : ح

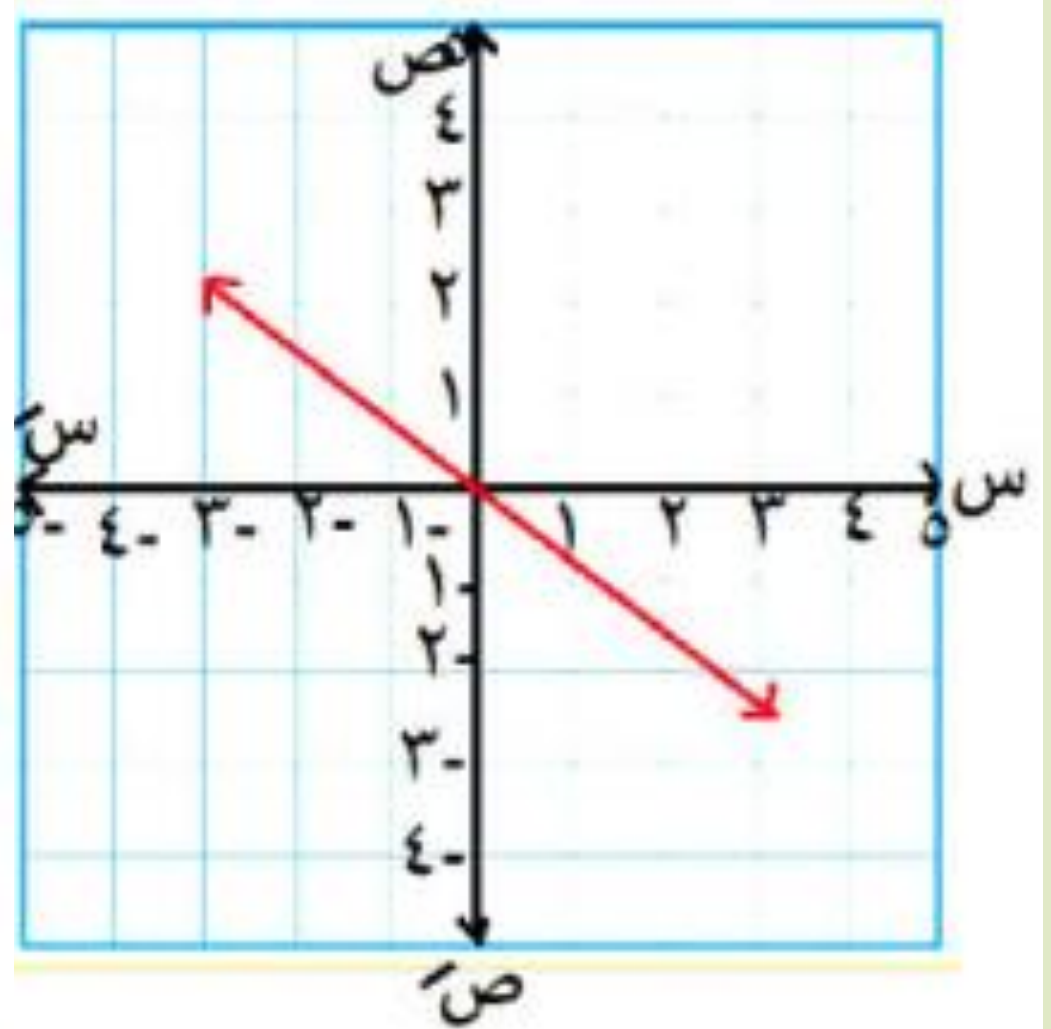
النوع : فردية

لتماثلها حول

نقطة الأصل

و أحادية

مثال ٤ : مثل د(س) = - س



دالة الدرجة الأولى د(س) = ٢س + ب

تقطع محور الصادات في (٠ ، ب)

وتقطع محور السينات (٠ ، $-\frac{ب}{٢}$)

مثال ٥ : مثل د(س) = ٢س + ٢

يقطع الصادات في (٢ ، ٠)

و يقطع السينات في (٠ ، -٢)

الأطراف : تزايدية علي المجال

المجال = ح

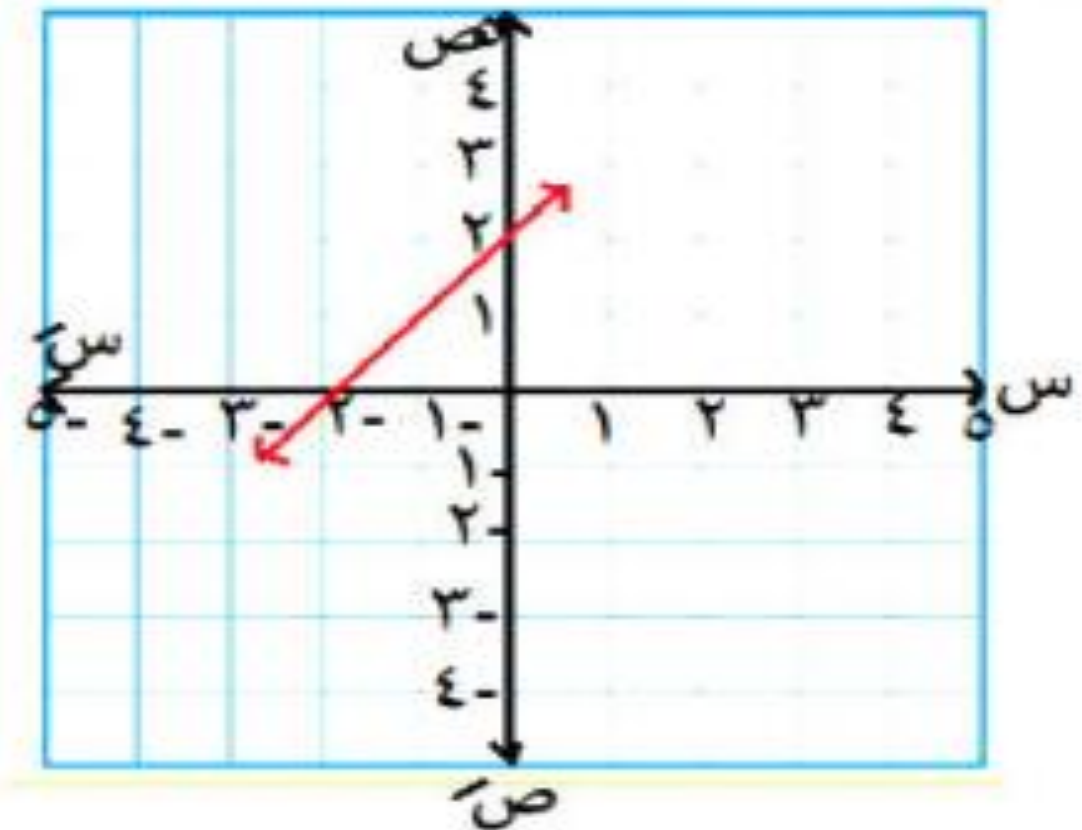
المدى : ح

النوع :

ليست زوجية

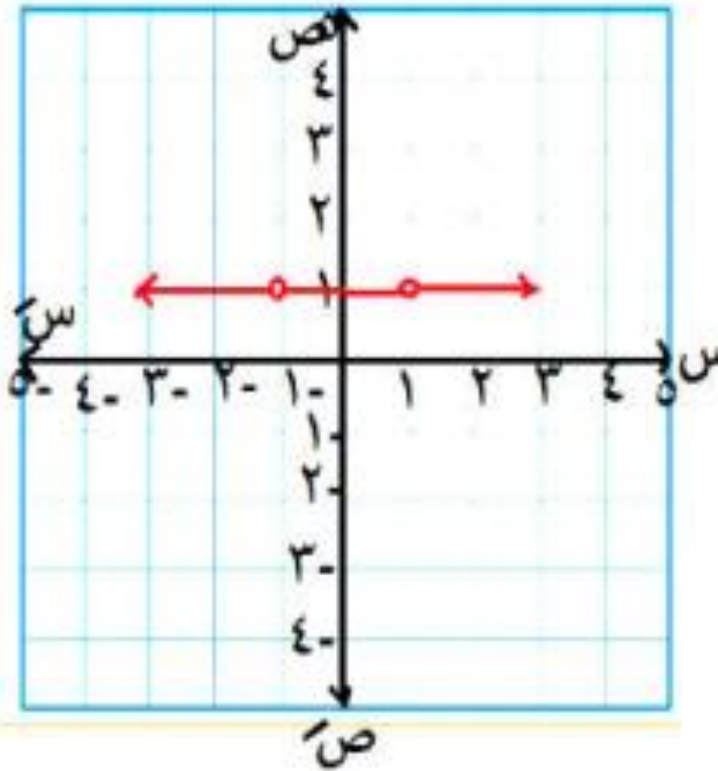
وليست فردية

أحادية



$$\frac{2 - s^2}{1 - s} = \text{مثل بيانياً د(س)}$$

الحل



$$\frac{2 - s^2}{1 - s} = \text{د(س)}$$

المجال : ح - } ± 1
د(س) = 2

المدى : { 2 }

النوع :
زوجية

لتمائلها حول
محور الصادات

الأطراد : ثابتة
علي المجال

مثال ٦ : مثل بيانياً د(س) = -س + 1

الحل

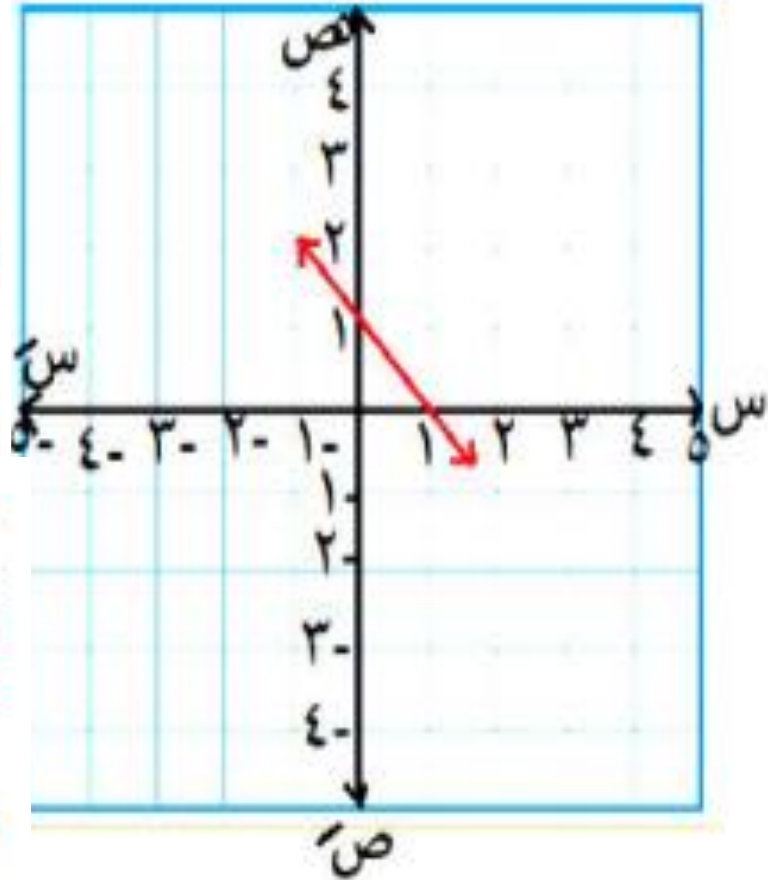
يقطع الصادات في (1, 0)
ويقطع السينات في (0, 1)

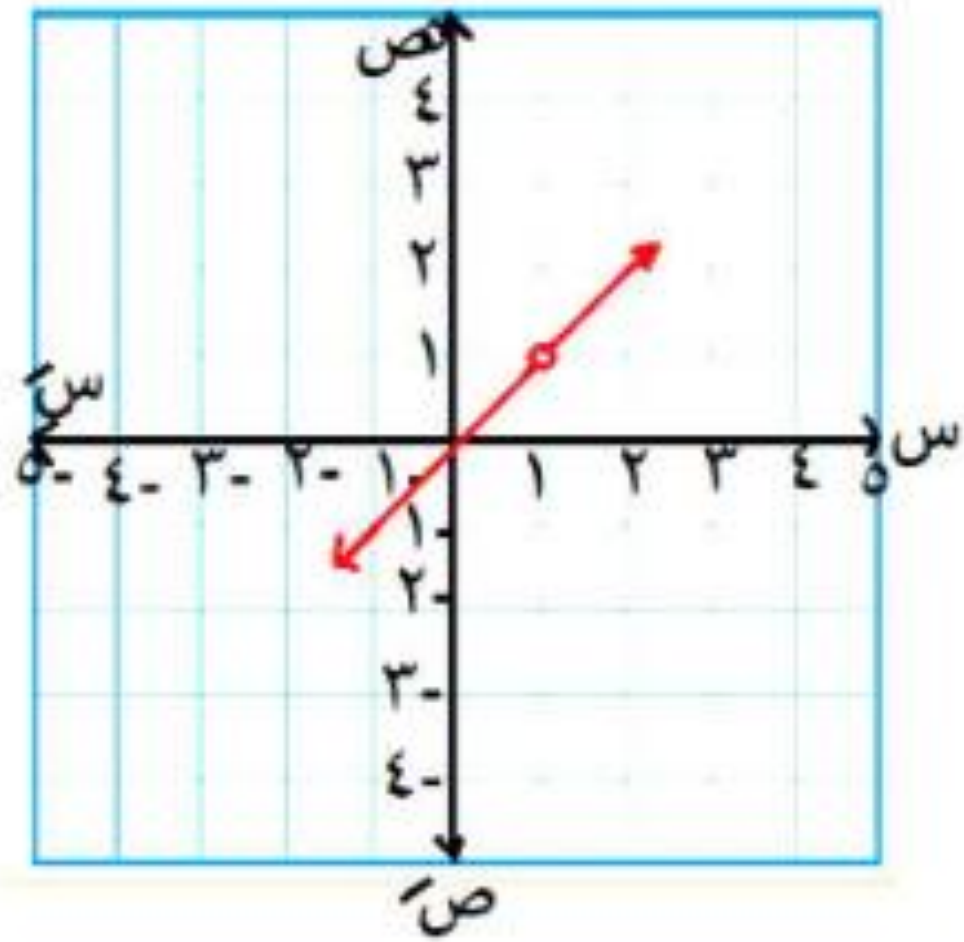
المجال :

المدى :

النوع :

الأطراد :





$$\frac{س^2 - س}{س - 1} = \text{مثل بيانياً د(س)}$$

$$د(س) = س$$

$$\frac{س(س - 1)}{س - 1} = د(س)$$

المجال =

ح - {1}

المدى :

ح - {1}

التنوع :

ليست زوجية
وليست فردية
أحادية

الأطراف : تزايدية علي ح - {1}

٢ مثل بيانياً كلاً من الدوال ثم أوجد المجال –
المدى – النوع – الأطراد :

$$(٥) د (س) = -س + ١$$

$$(١) د (س) = ١$$

$$(٦) د (س) = ٢س$$

$$(٢) د (س) = -١$$

$$(٧) د (س) = س + ٢$$

$$(٣) د (س) = ٢$$

$$(٨) د (س) = ٣س - ١$$

$$(٤) د (س) = س$$

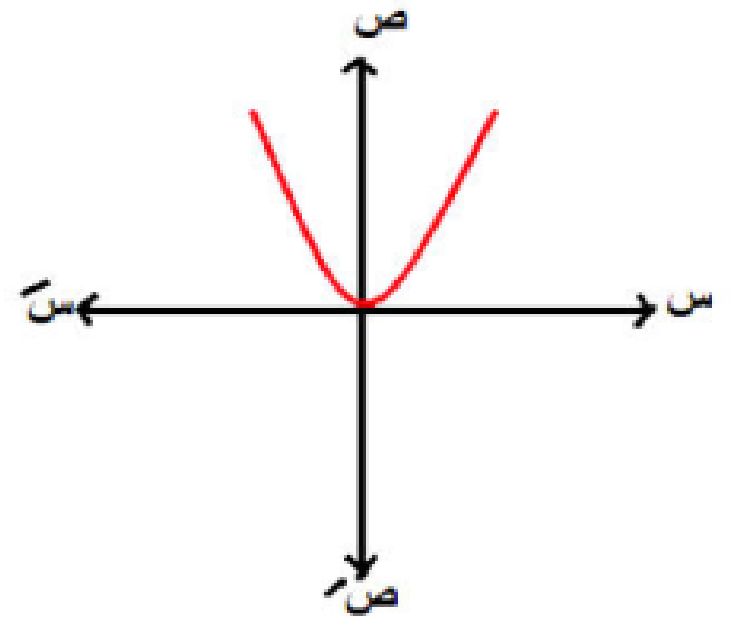
ثالثاً: الدالة التربيعية

مثل بيانياً الدوال التالية
موضحاً المجال والمدى والنوع
والأطراد :

الفكرة
الأولى

$$د (س) = س^2$$

١



المجال = ح

المدى :

$$] ٠ ، \infty [$$

النوع :

زوجية

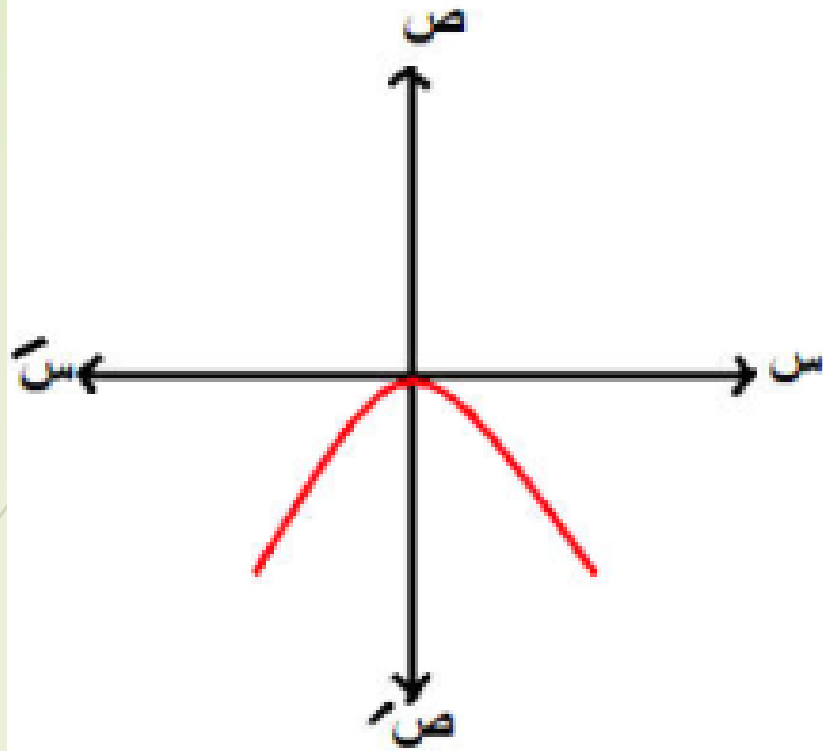
وليست

أحادية

الأطراد : تناقصية] - \infty ، ٠ [

تزايدية] ٠ ، \infty [

$$d(s) = -s^2$$



المجال = ح

المدى :

$]-\infty, 0]$

الأطراف : تزايدية $]-\infty, 0]$

تناقصية $]0, \infty[$

النوع :

زوجية وليست
أحادية

لاحتفظ

ملاحظة:

مفتوح لأعلى موجب

مفتوح لأسفل سالب

إذا كان معامل x^2

إذا كان معامل x^2

$$د (س) = (س + ٢) + ج$$

رأس المنحني (ج ، ٢ -)

الفكرة
الثانية

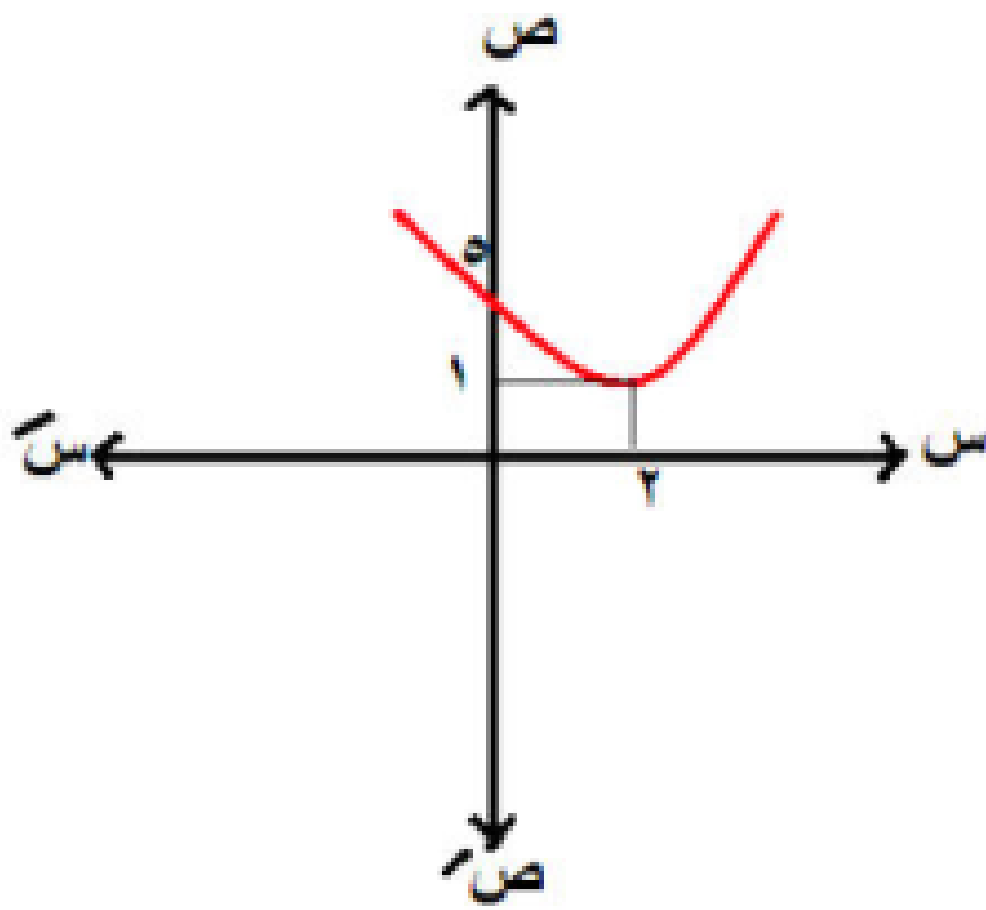
مثال ٩ : مثل بيانياً كلاً مما يلي

$$د (س) = (س - ٢) + ١$$

١

رأس المنحني

(١ ، ٢)



المجال = ح
المدى :

$] \infty, 1]$

النوع :

ليست زوجية

وليست فردية

وليست أحادية

الأطراف : تناقصية $[- \infty, 1]$

تزايدية $[1, \infty)$

٢

$$d(s) = (s) - (s-1)^2 + 2$$

رأس المنحني =
(١، ٢) مفتوح
لأسفل

الأطراف : تزايدية | ١، ∞ - |

تناقصية | ∞، ١ |

المجال = ح

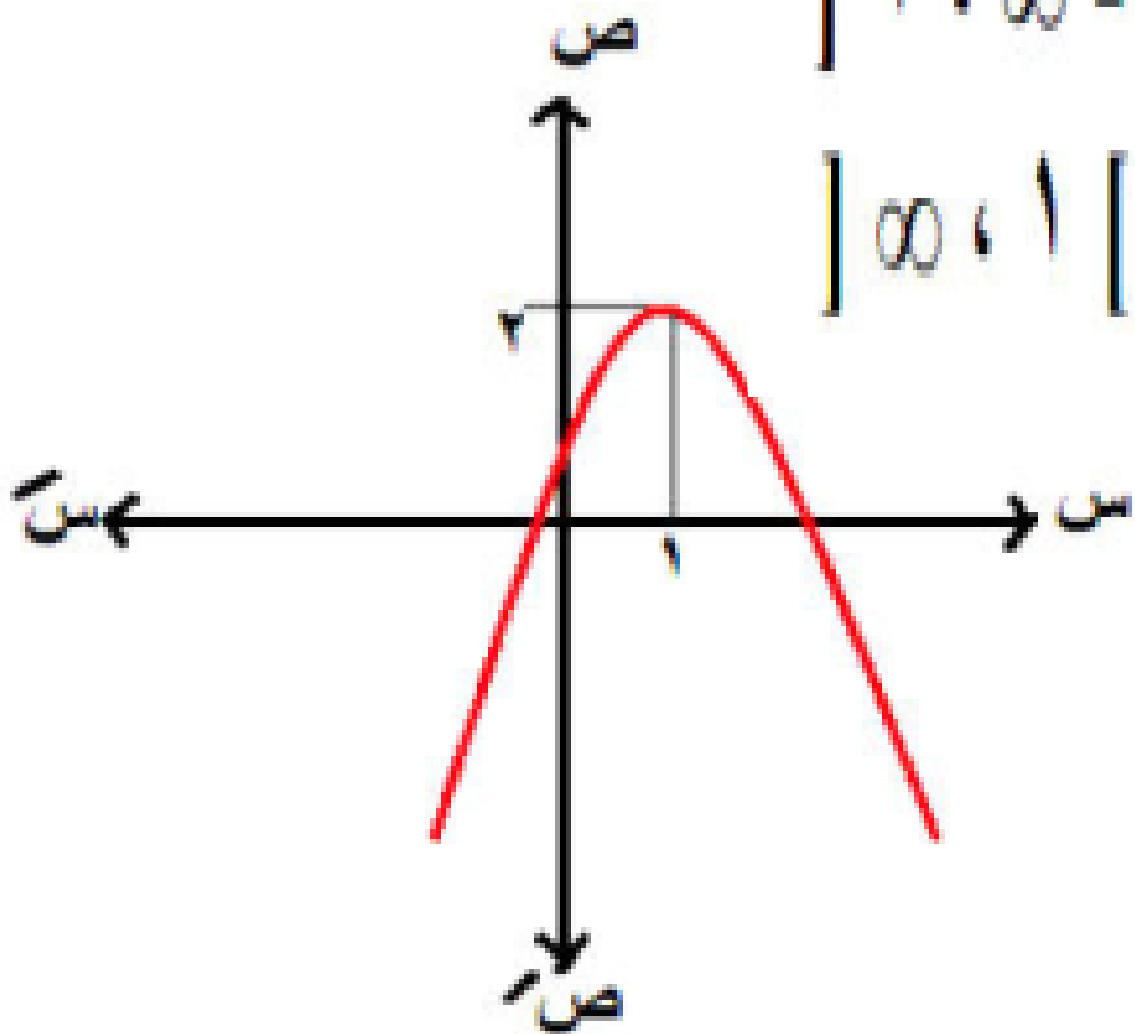
المدى :

| - ∞، ٢ |

النوع :

ليست زوجية

وليست فردية



ملحوظة هامة

من خصائص الدالة التربيعية

$$^2(1-s) = ^2(s-1) = ^2(1+s)$$

$$^3 \quad د (س) = (س - 2) - 1$$

$$د (س) = (س - 2) - 1$$

المجال = ح

المدى :

$$| \infty , 1 - |$$

رأس المنحني
(2 ، 1 -)

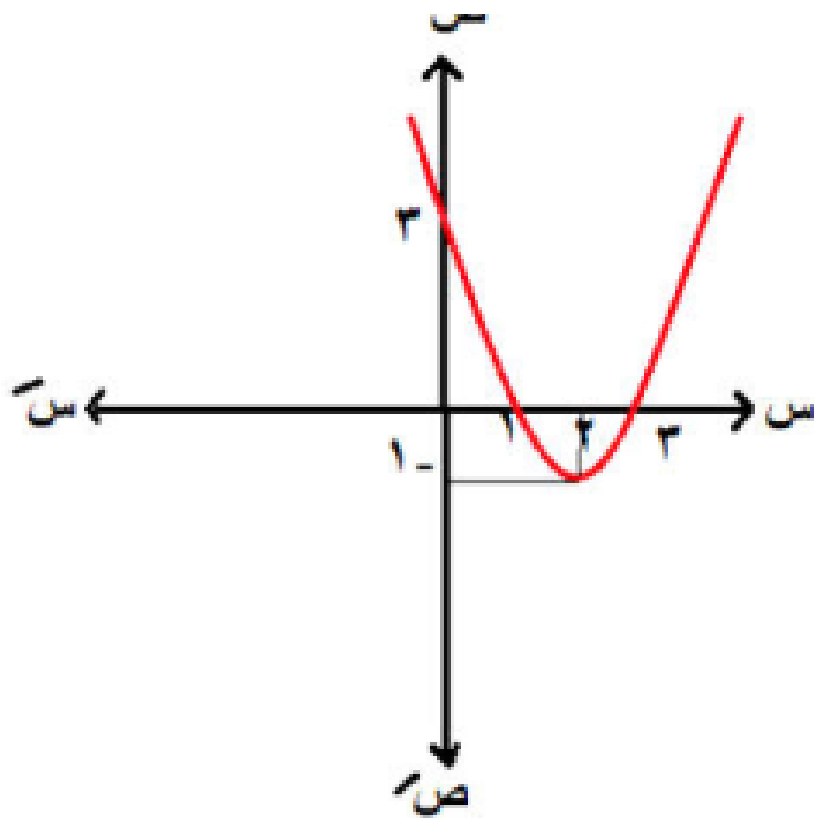
مفتوح لأعلى

النوع :

ليست زوجية
وليست فردية
وليست أحادية

الأطراف : تناقصية | - ∞ ، 2 |

تزايدية | 2 ، ∞ |



٤ د (س) = (س - ٢)²

د (س) = (س - ٢)² + ٠

رأس المنحني
(٠، ٢)

مفتوح لأعلي

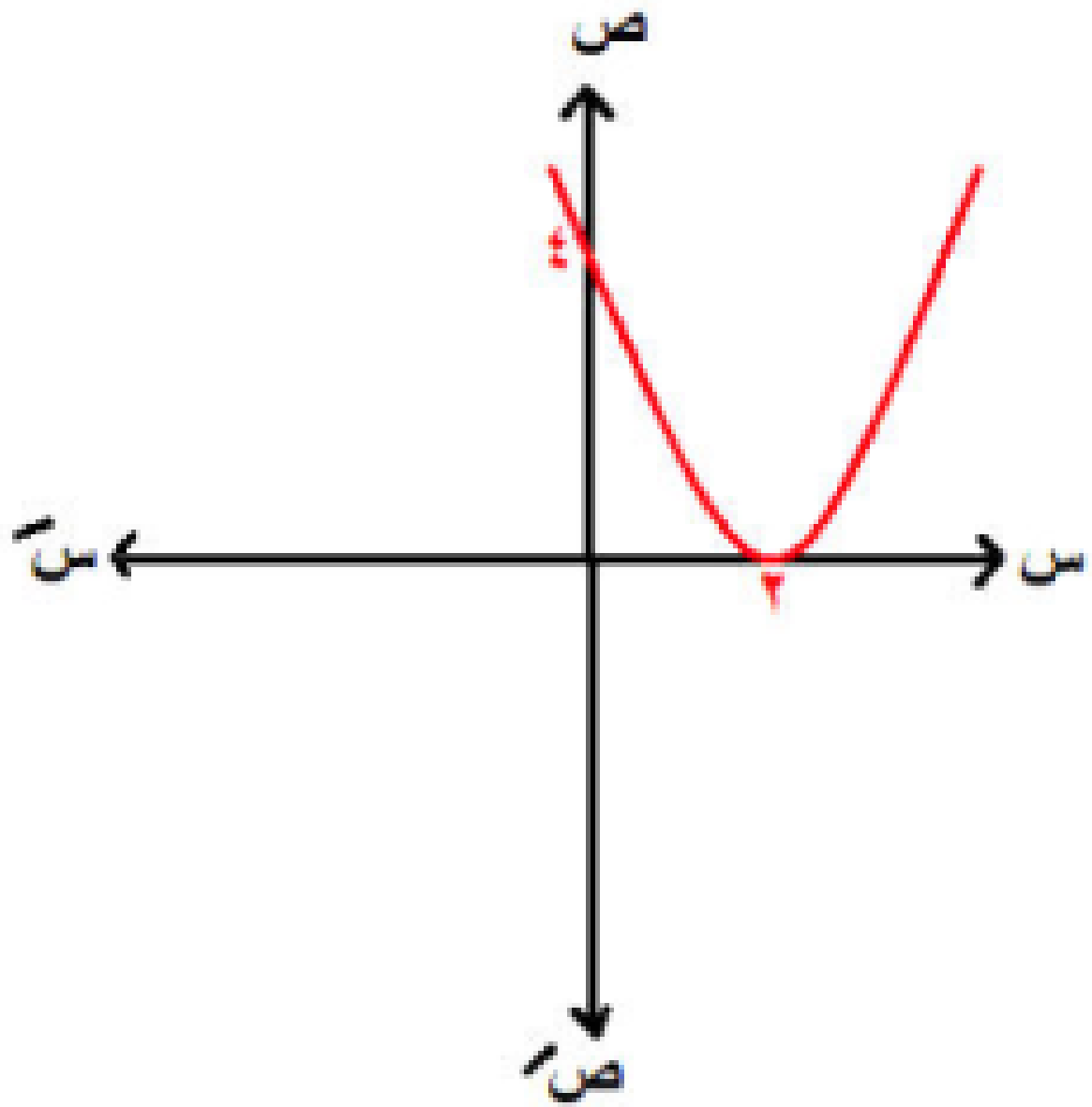
المجال = ح

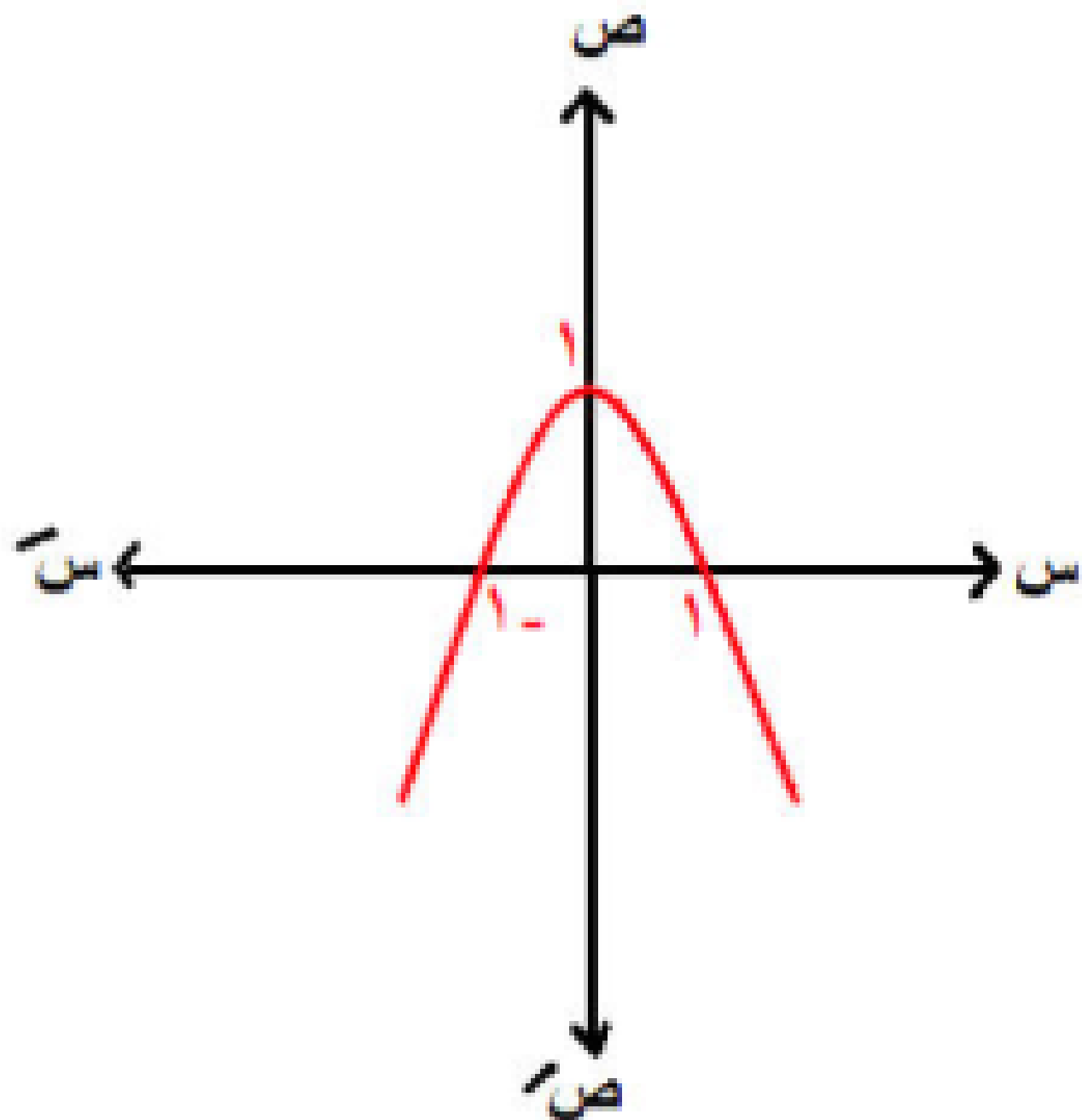
المدى :

[-∞ ، ∞]

النوع :

ليست زوجية
وليست فردية





٥ د (س) = -س^٢ + ١

د (س) = -س(س + ١) + ١

رأس المنحني
مفتوح لأسفل
(١، ٠)

المجال = ح
المدى :

الأطراف :

تزايدية [-∞ ، ٠]

تناقصية [٠ ، ∞]

[-∞ ، ١]

النوع :
زوجية

وليست أحادية

$$د (س) = ٢س^٢ + ب س + ج$$

الفكرة
الثالثة

رأس المنحني $(\frac{ب}{٢٢}, د)$ ، $(\frac{ب}{٢٢}, د)$

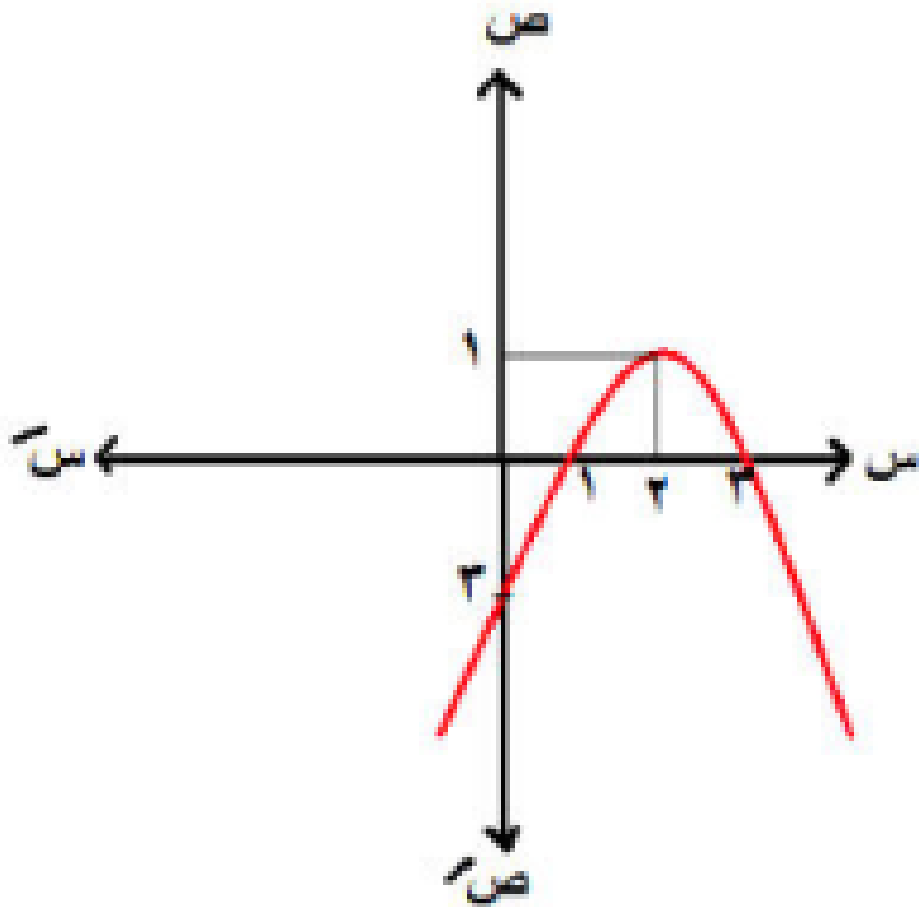
د (س) = س^٢ + س - ٣

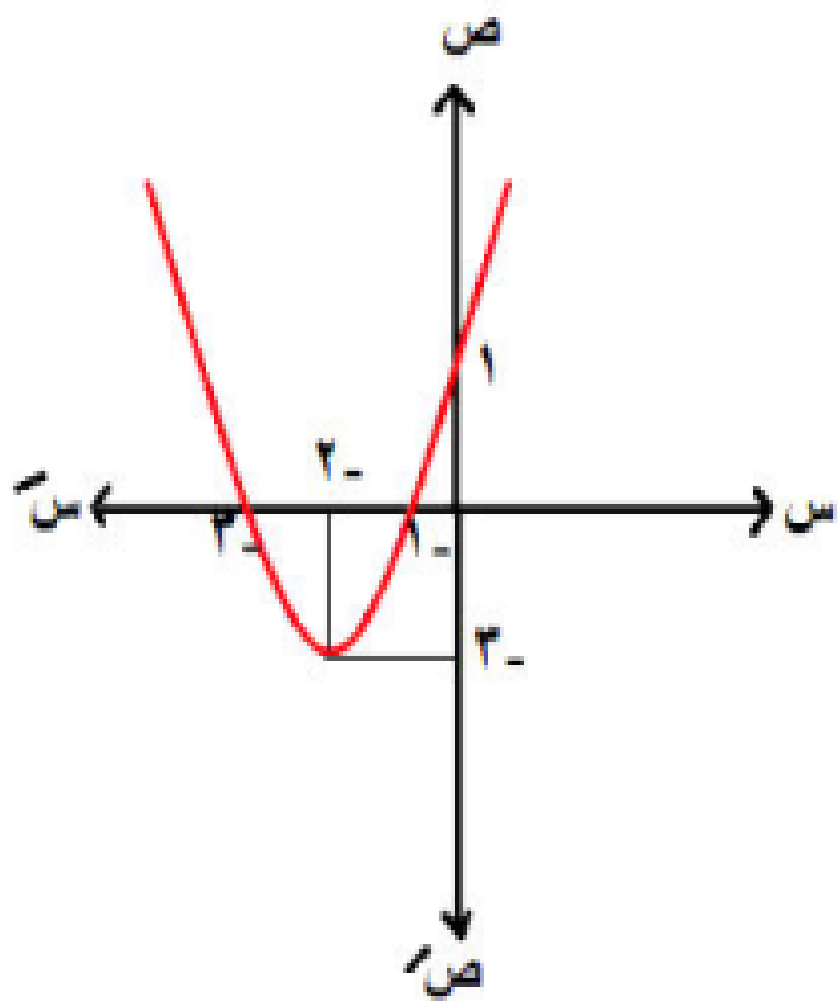
$$١ = ٣ - (٢) س + (٢) س^٢ = (٢) د$$

$$٢ = \frac{٤}{٢} = \frac{ب}{١٢}$$

$$١ = ٣ - (٢) س + (٢) س^٢ = (٢) د$$

رأس المنحني (٢ ، ١) مفتوح لأسفل





$$٧ \quad د (س) = س^٢ + ٤س + ١$$

$$١ = ٢ \quad ٤ = ب \quad ١ = ج$$

$$٢- = \frac{٤-}{٢} = \frac{ب-}{٢ج}$$

$$٣- = ١ + (٢-)٤ + (٢-)^٢ = (٢-) د$$

رأس المنحني (٢-، ٣-) مفتوح لأعلي

لأطراف :

$$] ٢-، \infty - [$$

$$] \infty، ٢- [$$

المجال : ح

المدى :

$$] \infty، ٣- [$$

النوع :

ليست زوجية

وليست فردية

وليست أحادية

علي فكرة النوع ده ممكن يتحل بطريقتة كمان

هنزود مربع نصف معامل س مرة ونطرحه مرة

$$4s \leftarrow 2^2 = 4$$

$$(s^2 + 4s + 4) - (s^2 + 4s + 1)$$

$$(s + 2)^2 - 3$$

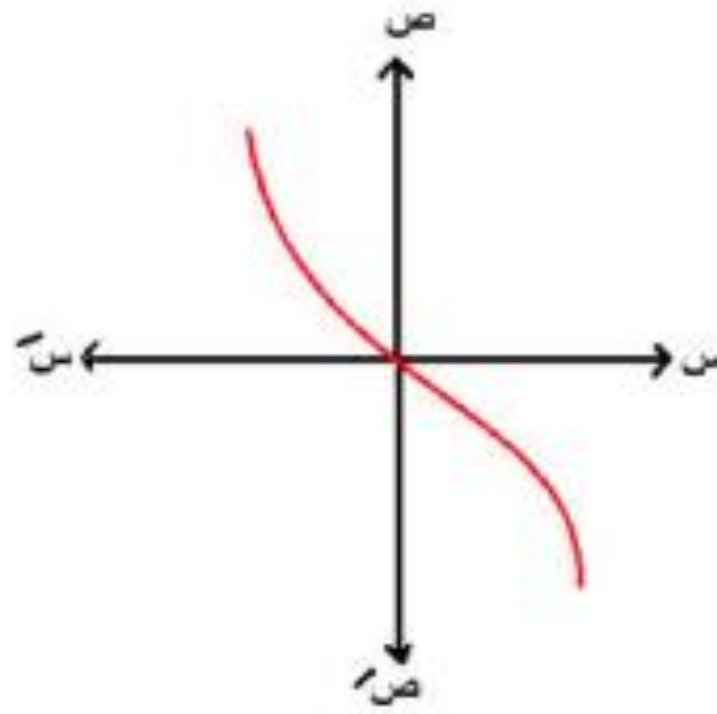
رأس المنحني (-2, -3) وهكذا

رابعاً: الدالة التكعيبيّة

المجال : ح
المدى : ح
النوع : فردية – أحادية

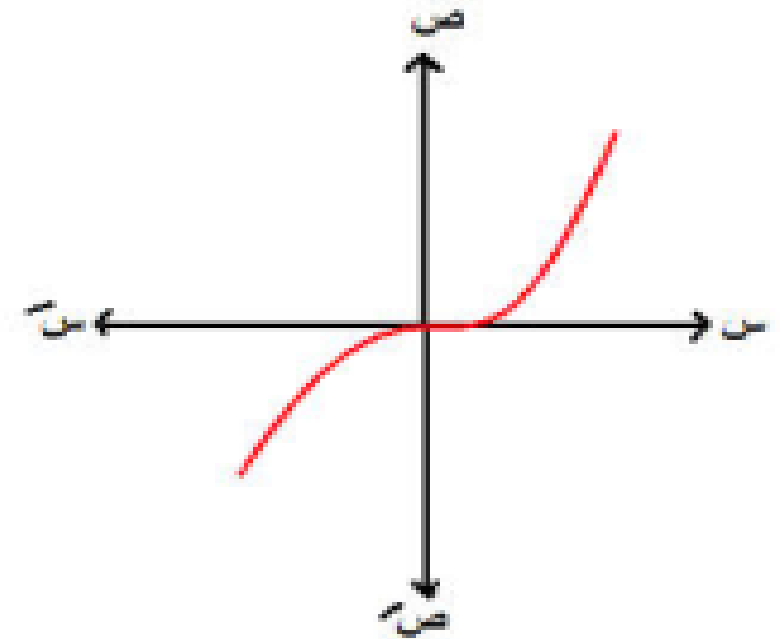
سالبة

$d (س) = -س^3$
الثاني والرابع



موجبة

$d (س) = س^3$
الأول والثالث



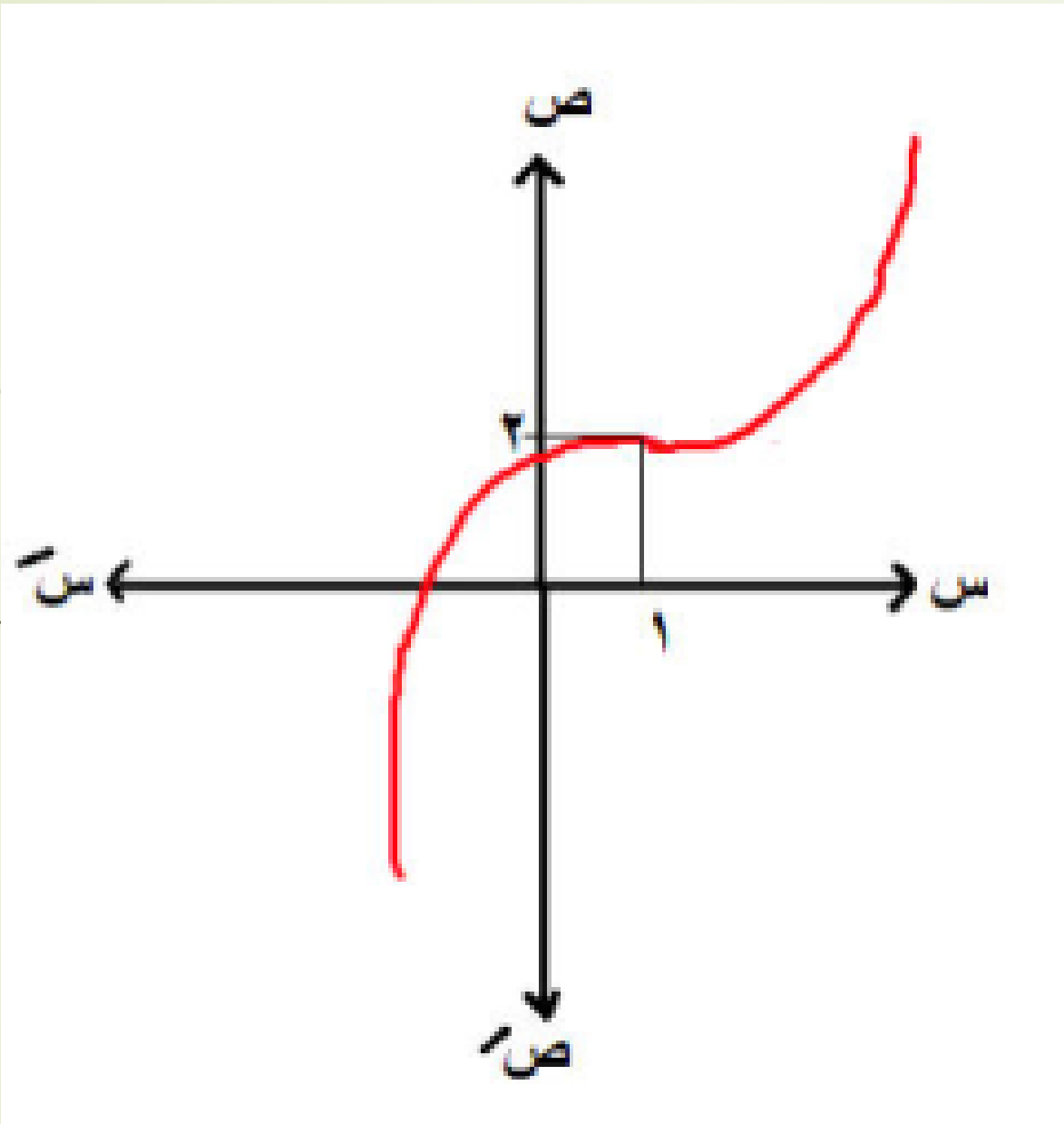
$$د (س) = (س + ٢) + ٢$$

رأس المنحني (- ٢ ، ج)

$$د (س) = (س - ١) + ٢$$

٨

الحل



رأس المنحني

(٢ ، ١)

دالة موجبة

المجال : ح

المدى : ح

النوع :

ليست زوجية

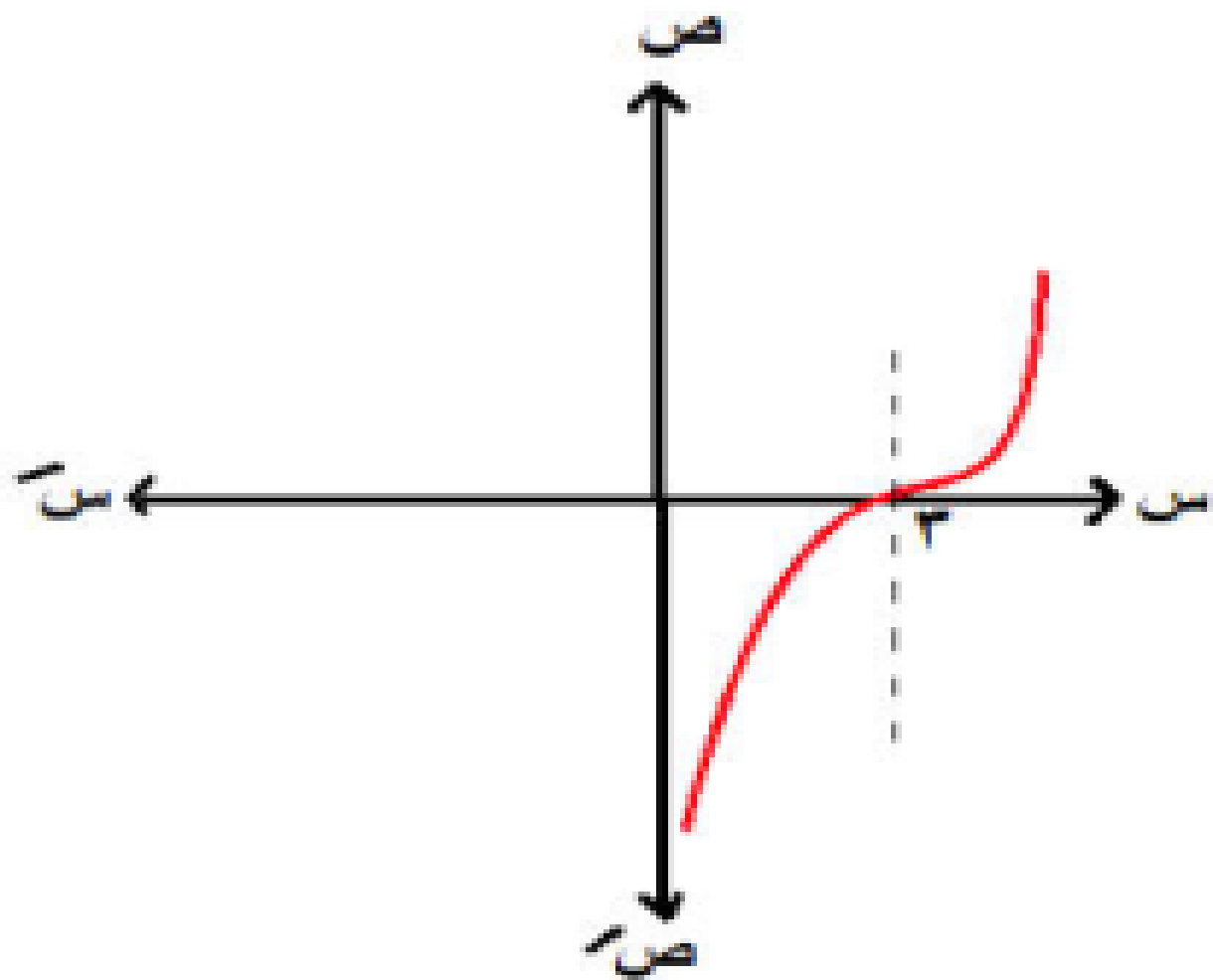
وليست فردية

أحادية

الأطراف : تزايدية علي ح

$$d \ (s) = (s + p)^2 + j$$

رأس المنحني $(-p, j)$



$$d \ (s) = (s - 3)^2$$

$$d \ (s) = (s - 3)^2 + 0$$

رأس المنحني
 $(3, 0)$

$$د (س) = ٣ - س^٣$$

$$د (س) = ٣ - س^٣$$

$$د (س) = ٣ - (س + ٠)^٣$$

رأس المنحني المجال : ح

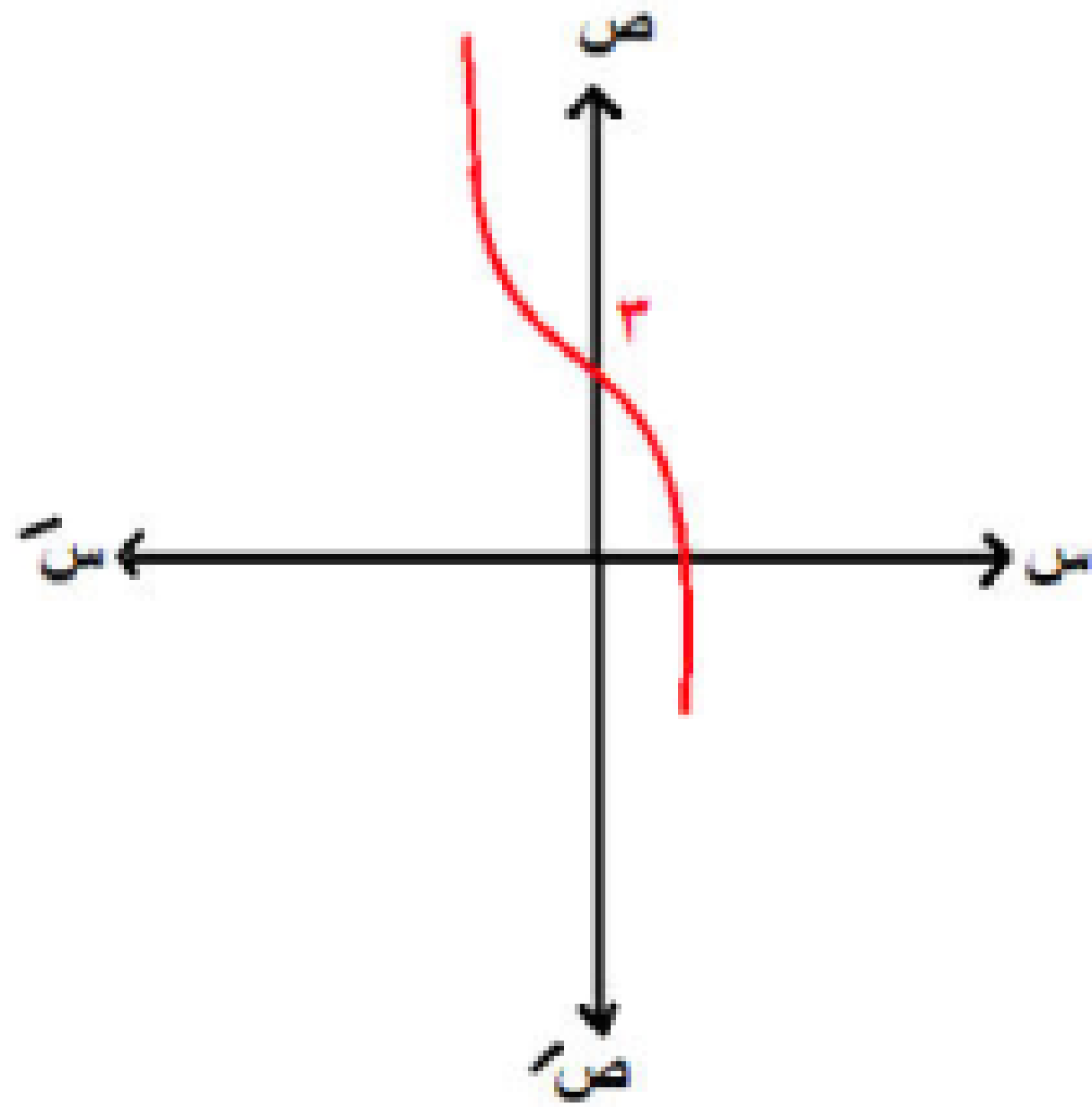
(٠، ٣) المدي : ح

النوع :

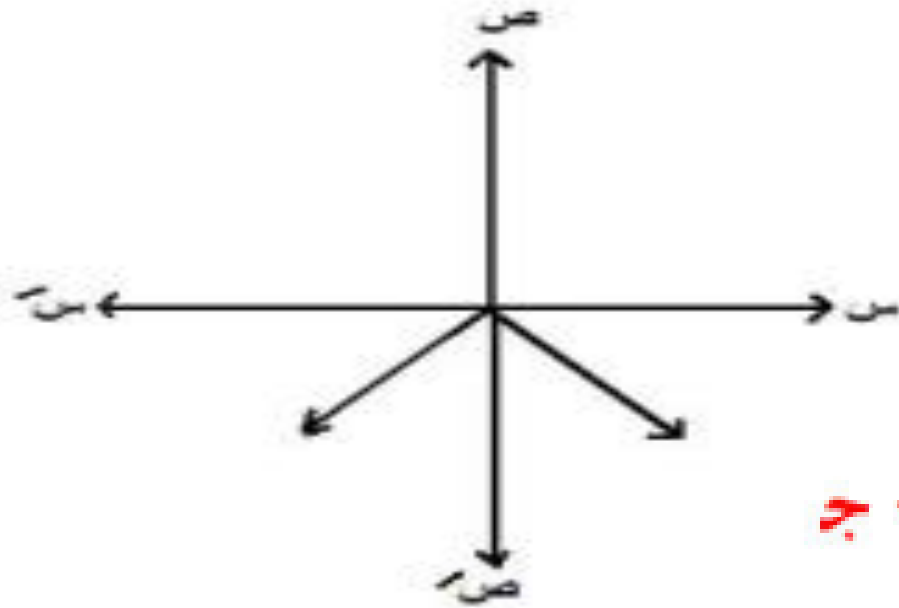
ليست زوجية

وليست فردية

أحادية



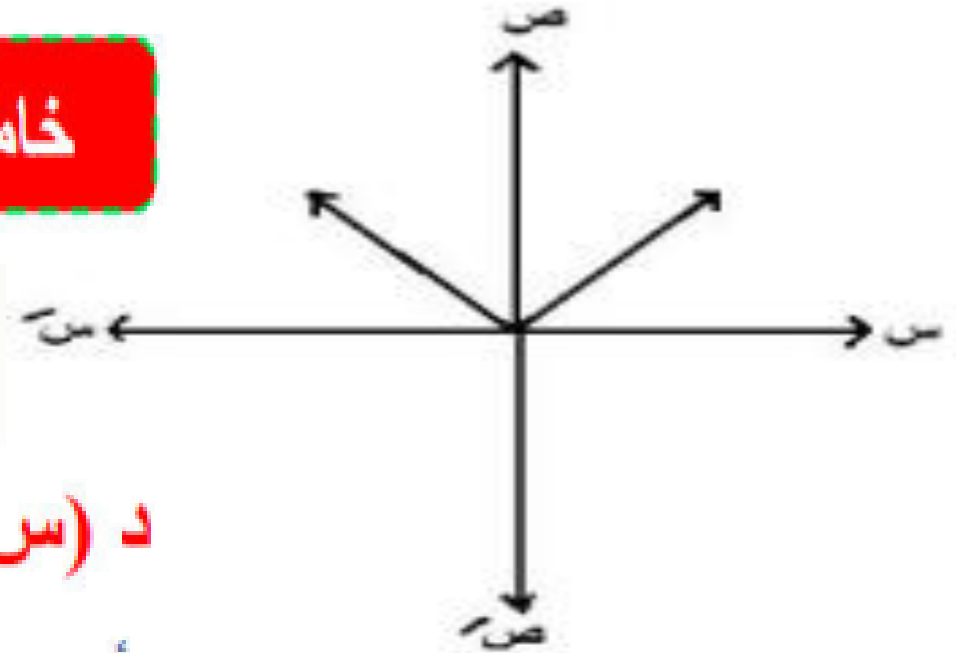
$$d(s) = -|s|$$



المجال : ح
المدى :
[0 , -\infty]
النوع :
زوجية

خامساً : دالة المقياس

$$d(s) = |s|$$

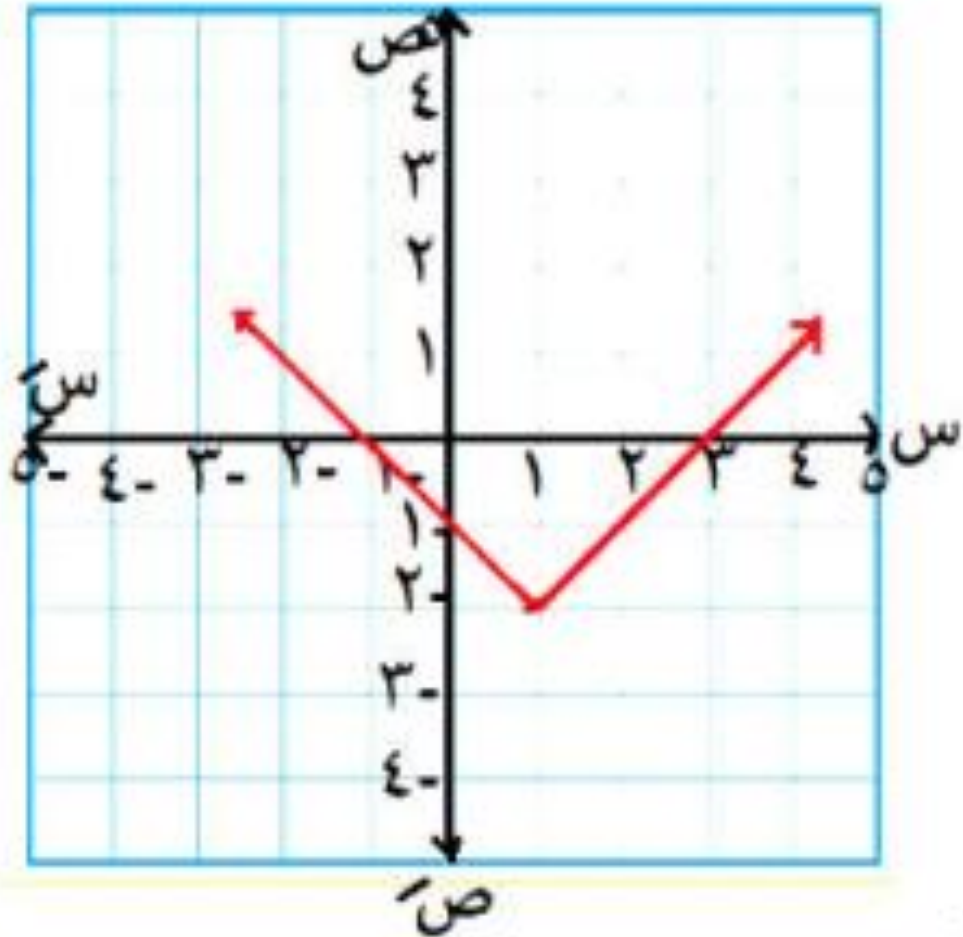


د (س) = |س + ٢| + ج
رأس المنحني (- ٢ ، ج)

المجال : ح
المدى :
[\infty ، 0]
النوع :
زوجية

$$d(s) = |s + 2| + j$$

رأس المنحني (- 2 ، j)



$$d(s) = |s - 1| - 2$$

الحل

لأعلى

النوع :

ليست زوجية

وليست فردية

وليست أحادية

رأس المنحني

(1 ، - 2)

المجال = ح

المدى :

$]-\infty, -2]$

الأطراف :

$]-\infty, 1]$ تناقصية

$]-\infty, 1]$ تزايدية

$$d(s) = |s + 2| + j$$

رأس المنحني (- ٢ ، ج)

$$d(s) = |s - 2| - 2$$

$$d(s) = |s| - 2 + 2$$

رأس المنحني

(٢ ، ٠)

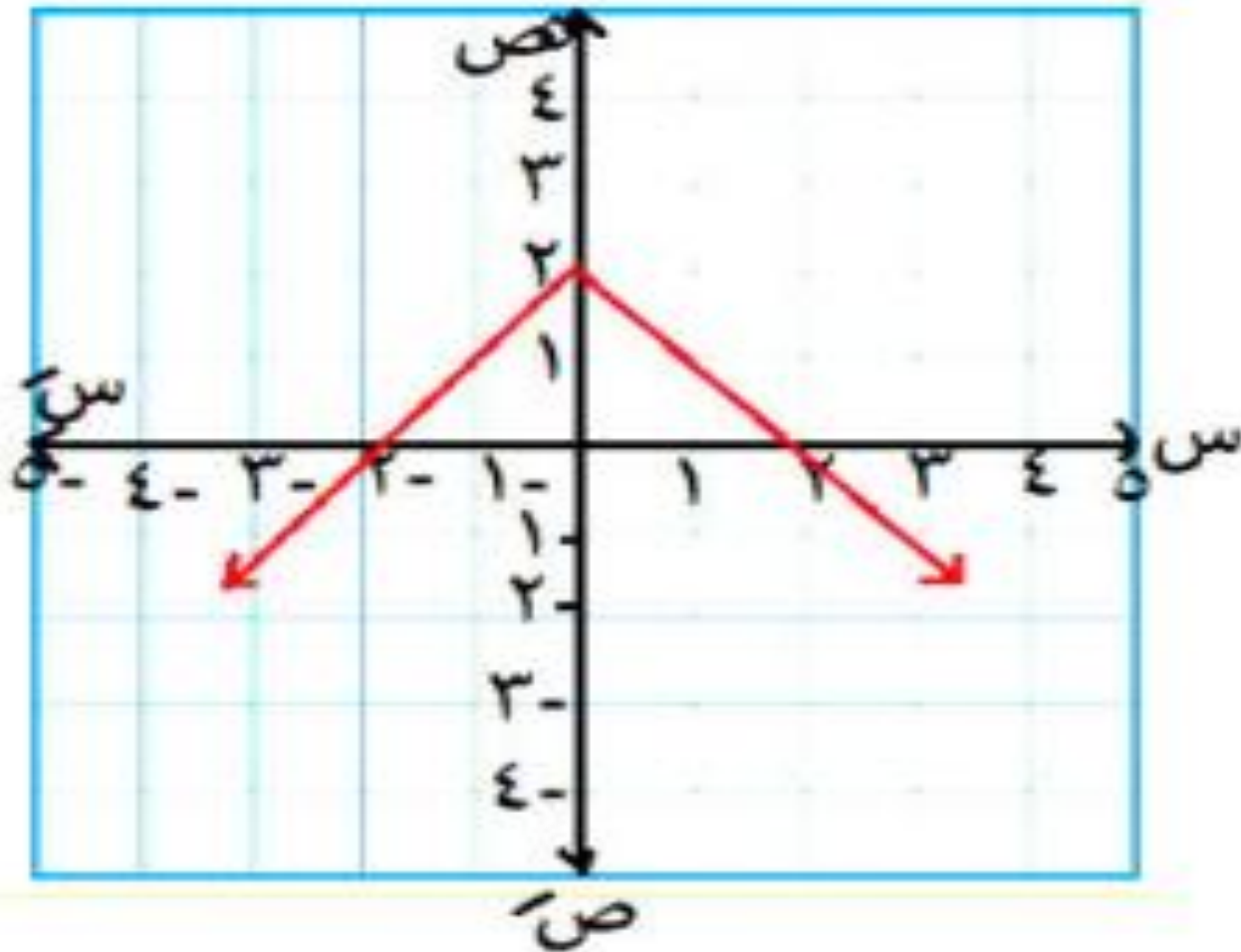
لأسفل

المجال :

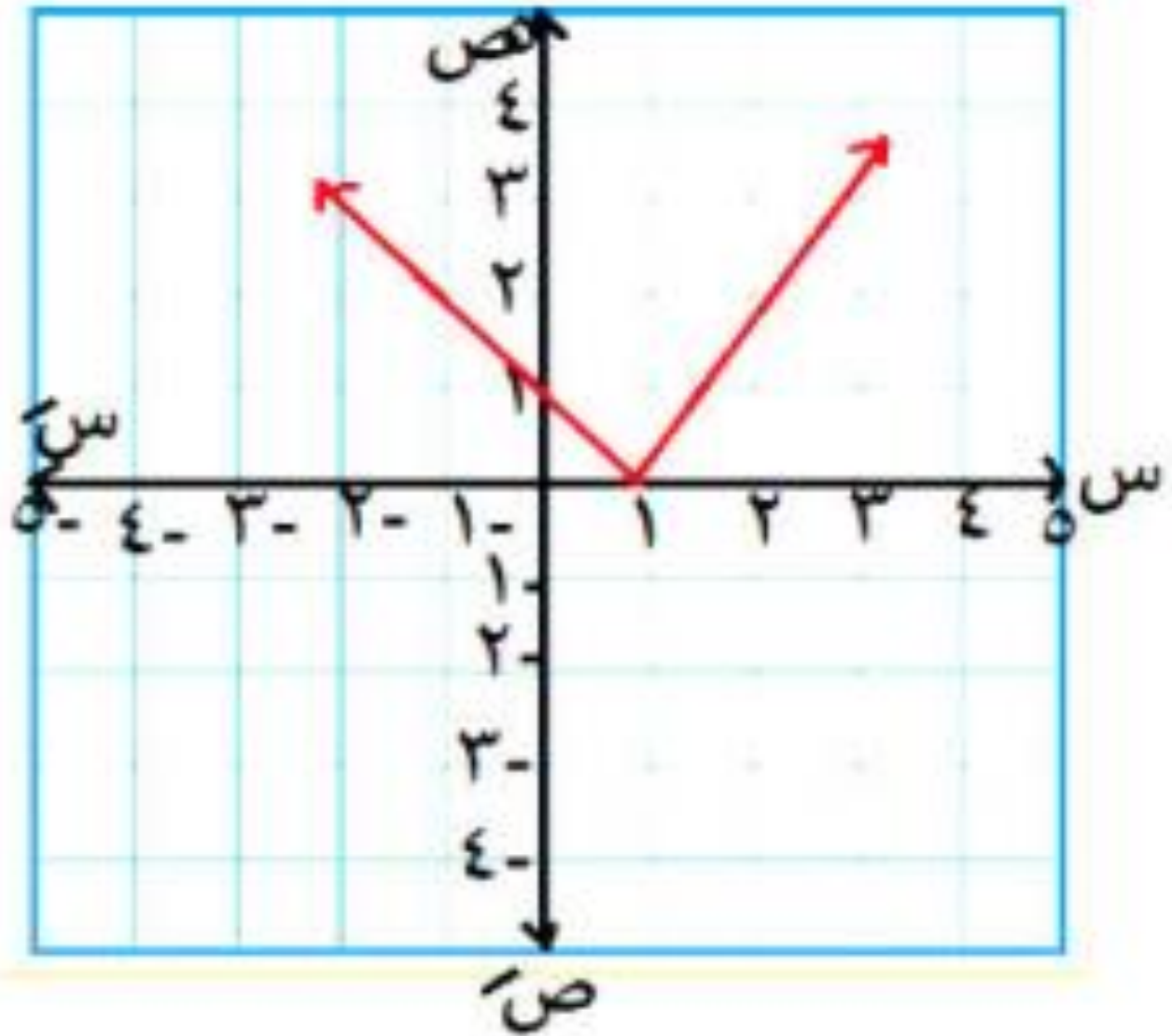
المدى :

النوع :

الأطراف :



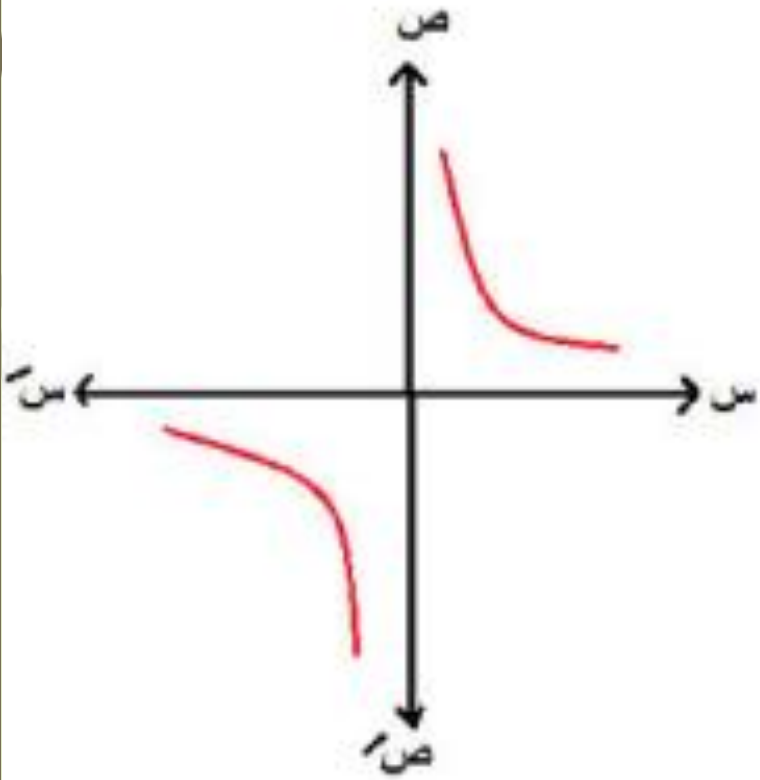
٢ د (س) = |س - ١| | (١ ، ٠) لأعلي



- : المجال
- : المادي
- : التنوع
- : الأطراد

سادساً: الدالة الكسرية

الفكرة الأولى



المجال :

ح - {0}

المدى :

ح - {0}

النوع :

فردية - أحادية

الأطراف :

تناقصية | - ∞ ، 0 | و تناقصية | 0 ، ∞ |

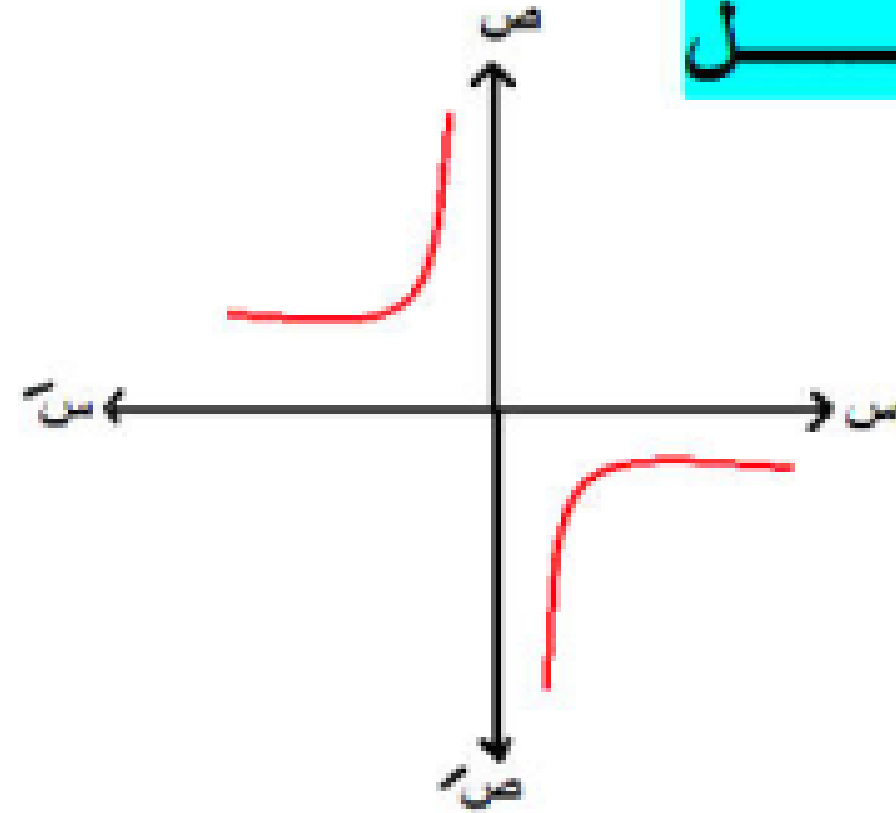
$$f(x) = \frac{1}{x}$$



د (س) =

$$\frac{1}{s}$$

الحل



المجال :

ح - {0}

المدى :

ح - {0}

النوع :

فردية - أحادية

الأطراف :

تزايدية | - ، ∞ | وتزايدية | 0 ، ∞ |

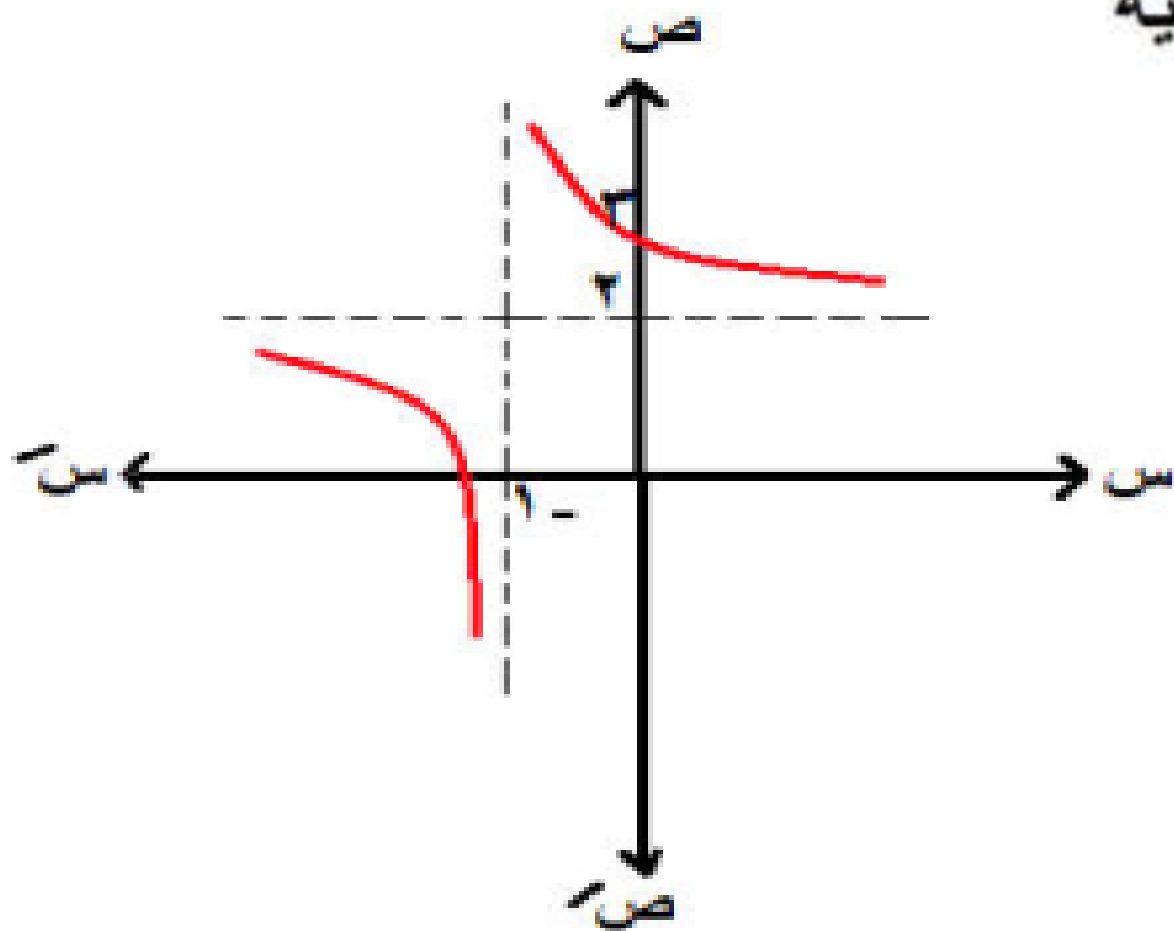
ربع ثانى ورابع

$$2 + \frac{1}{1+s} = (s) \quad 3$$

المجال : ح - {1-}
 المدى : ح - {2}

رأس المنحني (-1، 2) موجب
 النوع : ليست زوجية وليست فردية - أحادية
 الأتراد :

تناقصية | -∞، -1 |
 تناقصية | -1، ∞ |



$$\frac{۱-}{۲+س} = د (س)$$

رأس المنحني $(-2, 0)$ سالب

المجال :

ح - $\{-2\}$

المدى :

ح - $\{0\}$

النوع :

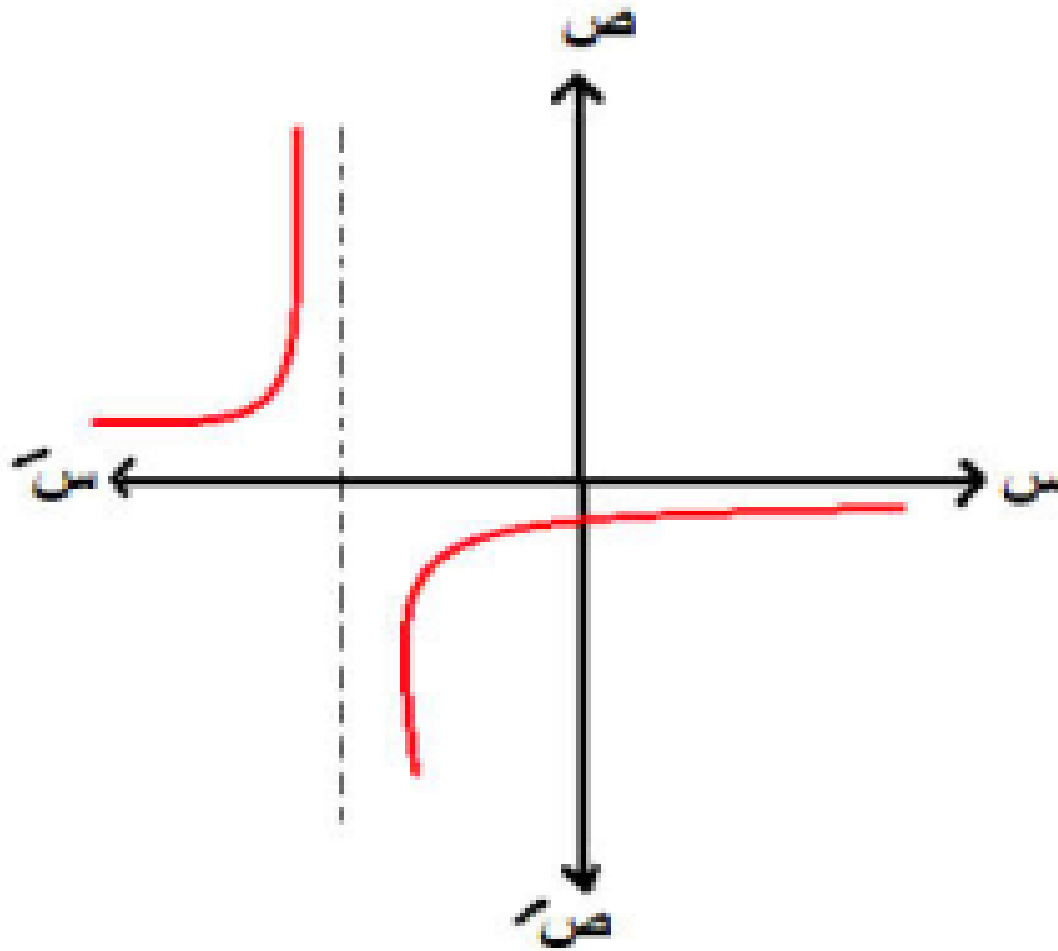
ليست زوجية

وليست فردية

أحادية

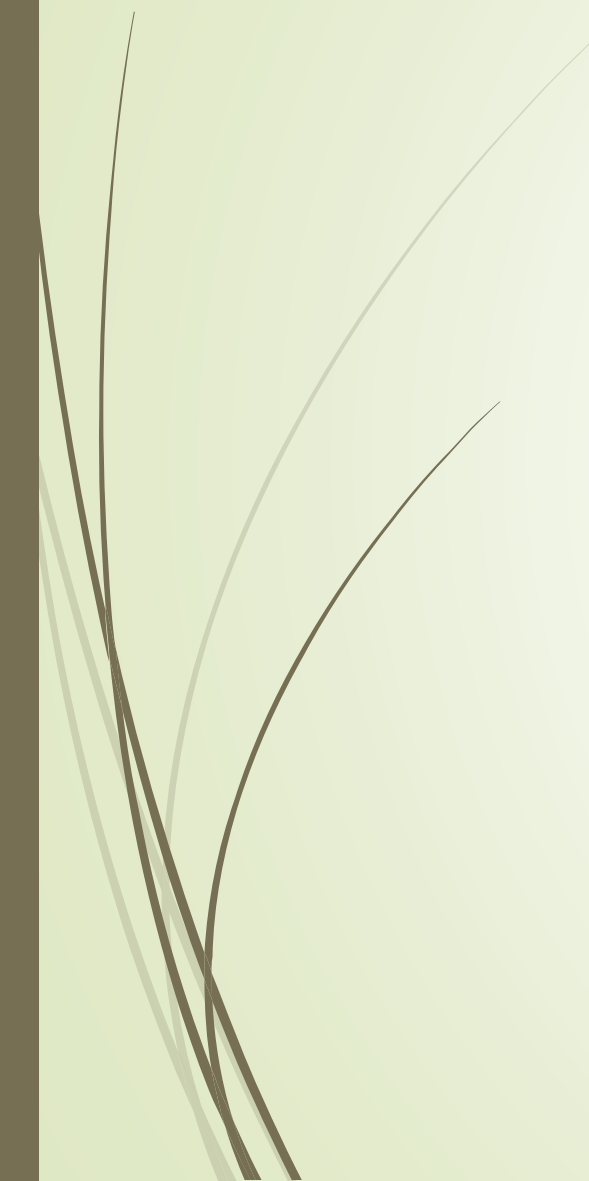
الأطراف :

تزايدية $[-2, \infty)$ وتزايدية $(-\infty, -2]$





$$1 - \frac{1}{s} = (s) \quad \square$$



رأس المنحني (٠ ، ١ -) موجب

المجال :

ح - { ٠ }

المدى :

ح - { ١ }

النوع :

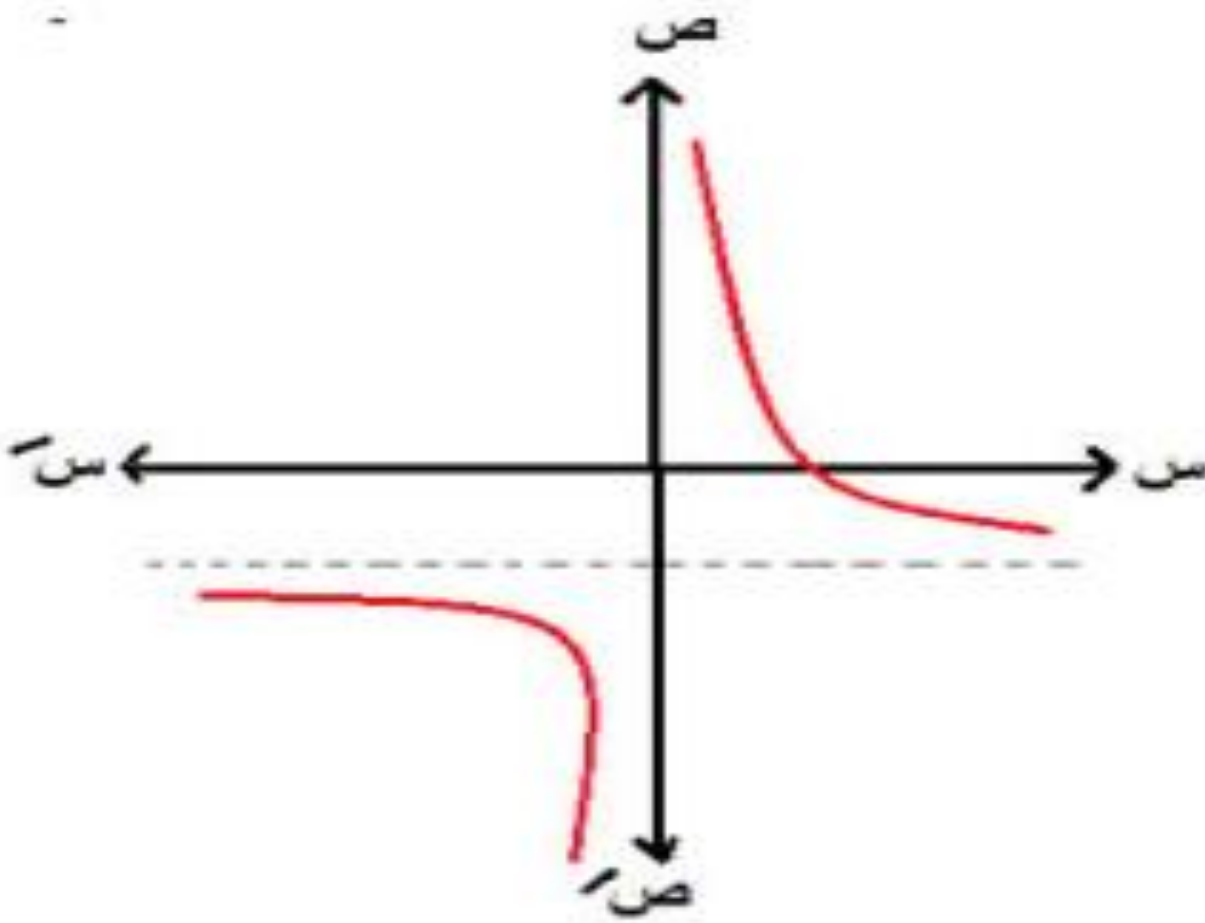
ليست زوجية

وليست فردية

أحادية

الأطراف :

تناقصية] - ، ∞ [و تناقصية] ∞ ، ٠ [



الفكرة الثانية محتاجة تعديل

س مضروبة $\times 3 = 3$ س

$\therefore 2 - 3$ مضروبة $\times 3 = 6 - 3$

$$\frac{5 - 6 + (6 - 3س)}{(2 - س)} = د(س)$$

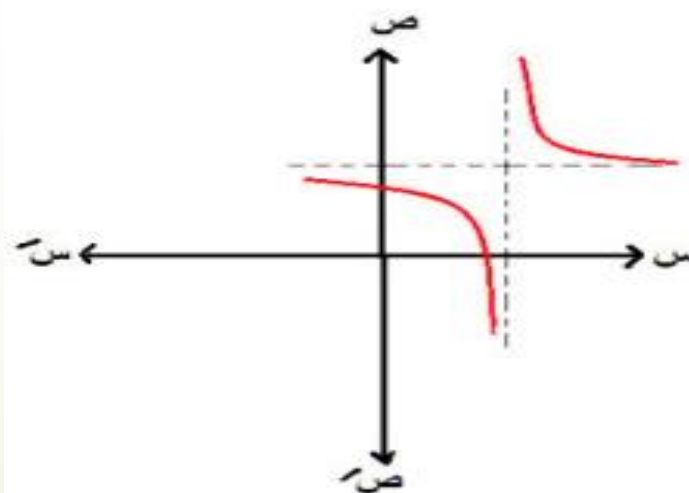
$$\frac{1}{2 - س} + \frac{(6 - 3س)}{(2 - س)} = د(س)$$

$$\frac{1}{2 - س} + \frac{(2 - س)3}{(2 - س)} =$$

$$3 + \frac{1}{2 - س} =$$

$$\frac{3س - 5}{2 - س} = د(س)$$

رأس المنحني (2, 3) موجب



المجال :

ح - {2}

المدى :

ح - {3}

النوع :

ليست زوجية

وليست فردية

أحادية

الأطراف :

تناقصية | -∞, 2 | وتناقصية | 2, ∞ |

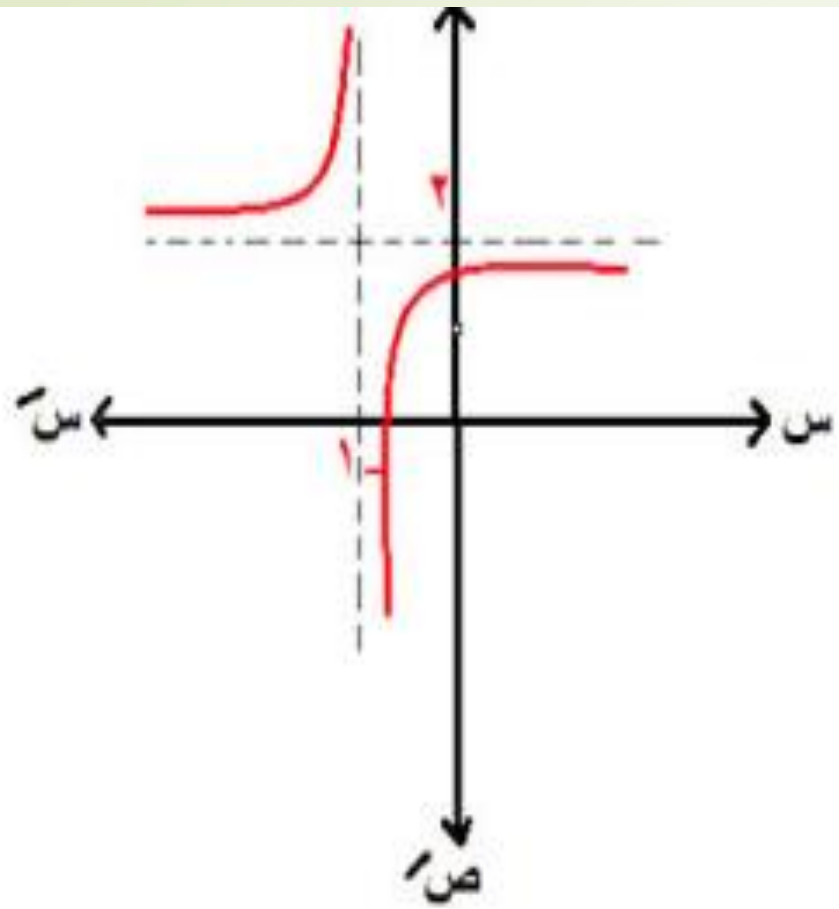
$$د (س) = \frac{س^2}{س+1}$$

$$د(س) = \frac{س^2}{س+1} - \frac{س^2+2}{س+1} = \frac{س^2-2-2-س^2}{س+1} = \frac{-4}{س+1}$$

$$= \frac{2}{س+1} - \frac{(س+1)^2}{س+1} =$$

$$= 2 + \frac{2-}{س+1}$$

رأس المنحني (-1, 2) سالب



ح - {1-}

المدى :

ح - {2}

النوع :

ليست

زوجية

وليست

فردية

أحادية

الأطراف :

تزايدية] -∞ ، -1 [وتزايدية] -2 ، ∞]

$$\frac{s+1}{s}$$

$$= d(s)$$

$$\frac{1}{s} + \frac{s}{s} = d(s)$$

$$\frac{1}{s} + 1 =$$

$$1 + \frac{1}{s} =$$

رأس المنحني (١، ٠) موجب

المجال :

ح - {٠}

المدى :

ح - {١}

النوع :

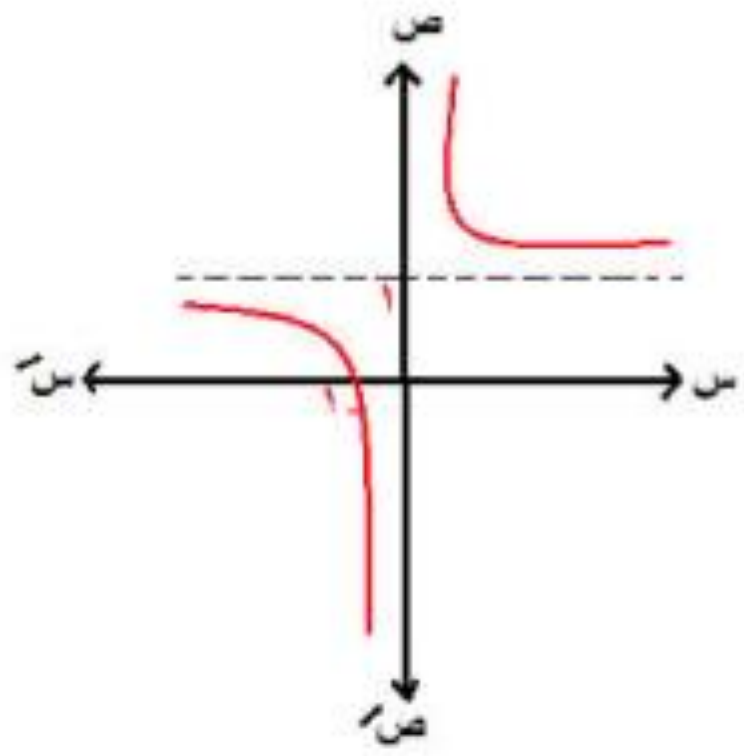
ليست زوجية

وليست فردية

أحادية

الأطراف :

تناقصية | -∞ ، ٠ | و تناقصية | ٠ ، ∞ |



$$1 + (0 + s)^3$$

٢ د(س) = س^٣ + ١ هو نفس منحنى

هو نفس منحنى ر(س) = س^٣

بإزاحة (١، ٠) ...

وحده من اتجاهه وكمه

رأس المنحنى (١، ٠)

بإزاحة رأسية مقدارها وحدة في اتجاه وص ←

الفكرة الأولى الإزاحات

١ منحنى الدالة د(س) = (س + ١) - ٥

هو نفس منحنى ر(س) = س^٣ (١، -٥)

بإزاحة أفقية وحده من اتجاهه وكمه

وإزاحة رأسية ٥ وحدات من اتجاهه وكمه ←

رأس المنحنى (١، -٥)

إزاحة أفقية وحدة في اتجاه وس/ ←

إزاحة رأسية ٥ وحدات في اتجاه وص/ ←

د(س) = |س - ١| هو نفس |س|
بإزاحة

(١، ٠)

الحل

رأس المنحني (١، ٠)

بإزاحة أفقية مقدارها وحدة في اتجاه وس ←

الفكرة الثانية
تحويل الجذر لمقياس

$$16 + 8s - s^2 = (s) \quad 1$$

الحل

$$\sqrt{(4-s)} =$$

$$d(s) = |4-s| + 1$$

رأس المنحني (4, 0) لأعلي

المجال : ح

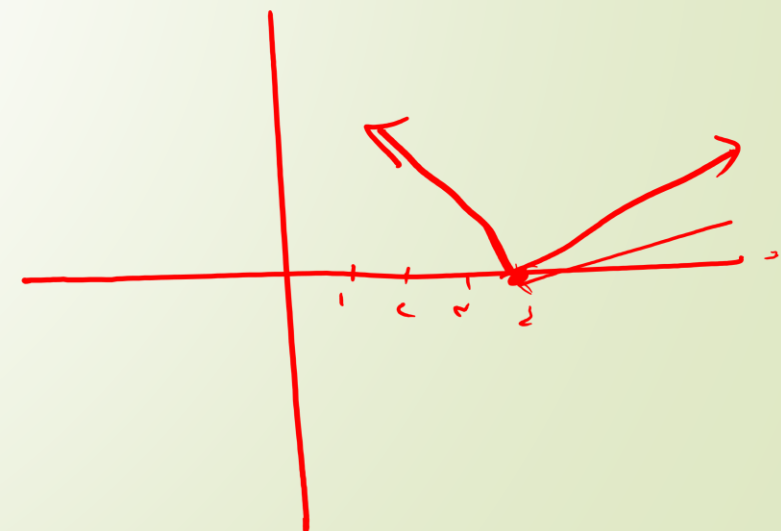
فاكر تحليل الثلاثي مربع كامل

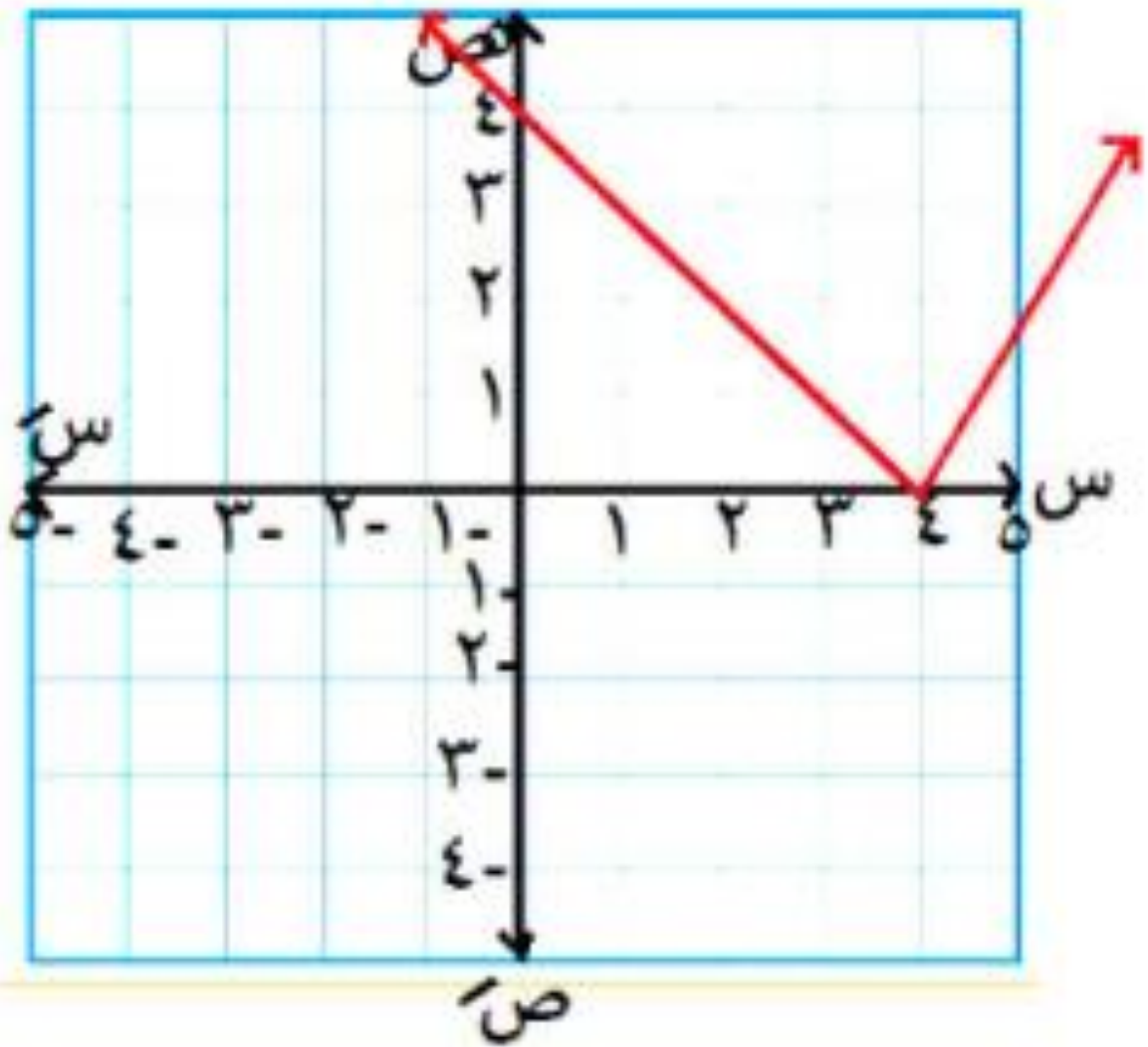
2

(جذر الأول جذر الثاني)

إشارة الأوسط

وبعدين الجذر بيروح مع التربيع ويفضل المق





المدي :

$[-\infty, \infty]$

النوع :

ليست زوجية

ليست فردية

ليست أحادية

الأطراف :

تناقصية $[-\infty, 4]$

تزايدية $[4, \infty]$

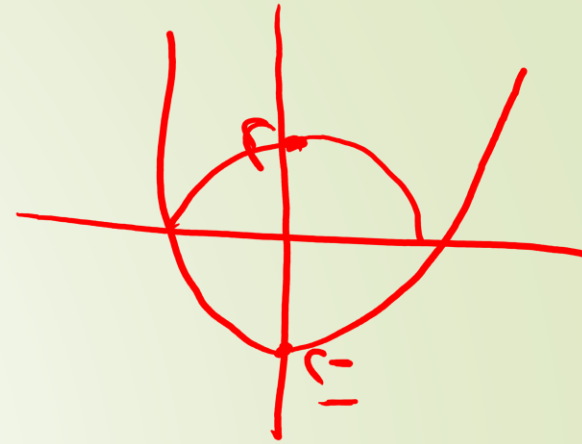
$$\sqrt{4 + 4s + s^2} = d(s) \quad 2$$

$$\sqrt{(s+2)^2} =$$

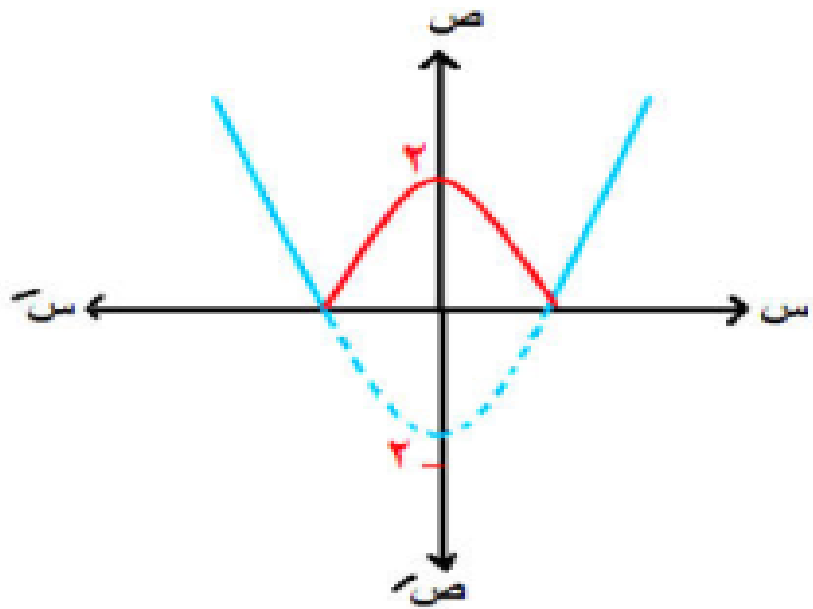
$$d(s) = |s+2|$$

رأس المنحني $(-2, 0)$ لأعلي

الفكرة الثالثة دالة تربيعية داخل مقياس



يترسم دالة تربيعية وتنعكسها لأعلى إذا كانت إشارة
المقياس موجب أو لأسفل إذا كانت الإشارة سالبة



$$1 \quad | \text{د(س)} = \text{س}^2 - 2 |$$

الدالة $\text{س}^2 - 2$
رأس المنحني

$$(0, -2)$$

$$\begin{cases} \text{ر(س)} & \text{س} \leq 0 \\ \text{ر(س)} - & \text{س} > 0 \end{cases} = \text{د(س)}$$

دالة المقياس

$$\text{س}^2 - 2$$

$$2 - \sqrt{\text{س}^2 - 2}$$

$$D(s) = s^2 - 1$$

حل أنت

تفصّل رتبة المتحز (١+١) - ١ - (٠-٠) (١-٠)

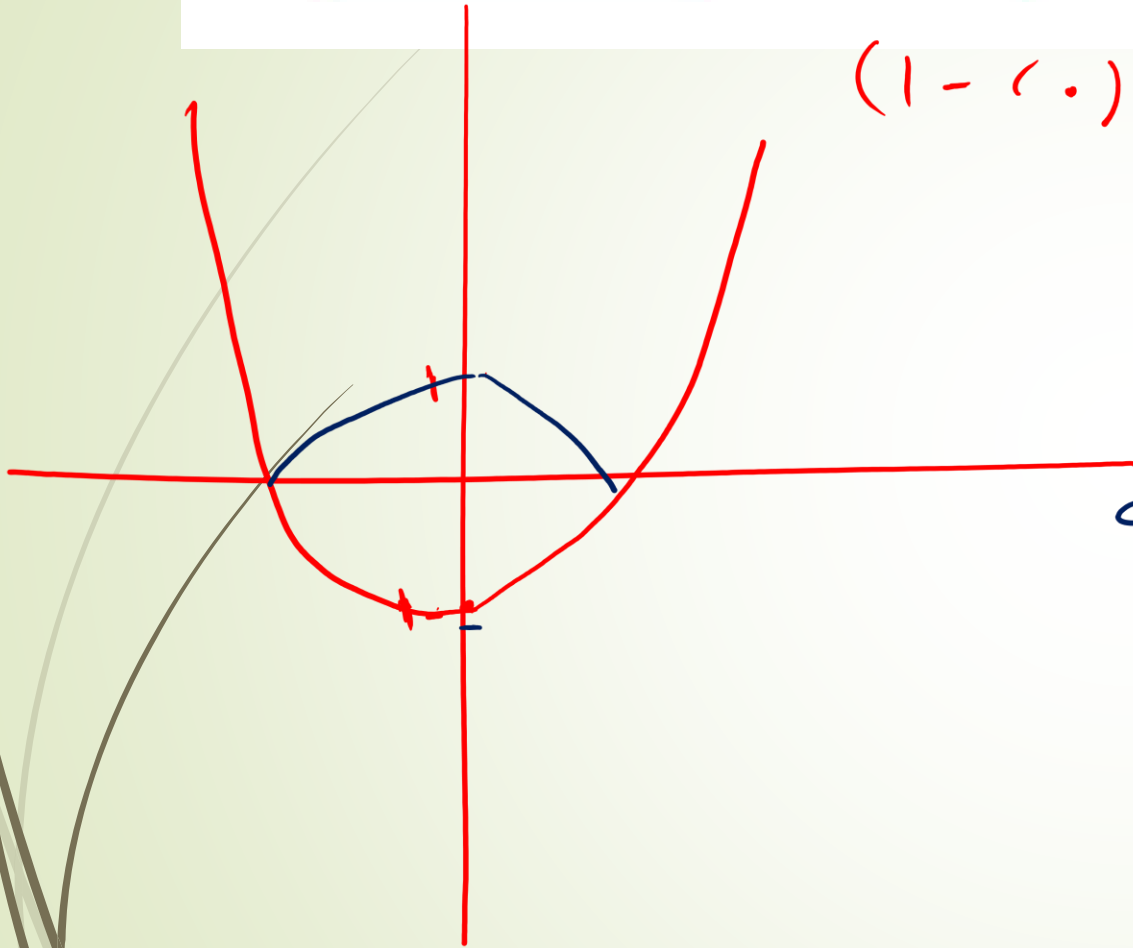
حاله = ح

المدى = $[-1, \infty)$

داله زوجيه ليس اطاريه

الامداد : $[-\infty, 0)$ متافيه

$[0, \infty)$ تزديه



$$3 \quad |د(س)| = |س^2 - 2س - 3|$$

حيث $س \in [-1, 4]$

$$ر(س) = 2س^2 - 2س - 3$$

$$1 = 2 \quad 2 = 1 \quad 3 = 2$$

$$1 = \frac{2}{2} = \frac{2}{2}$$

$$د(1) = 2 - 1 - 1 = 0$$

رأس المنحني (1, 0)

المجال : $[-1, 4]$

المدى :

$[0, 5]$

النوع :

ليست زوجية

ليست فردية

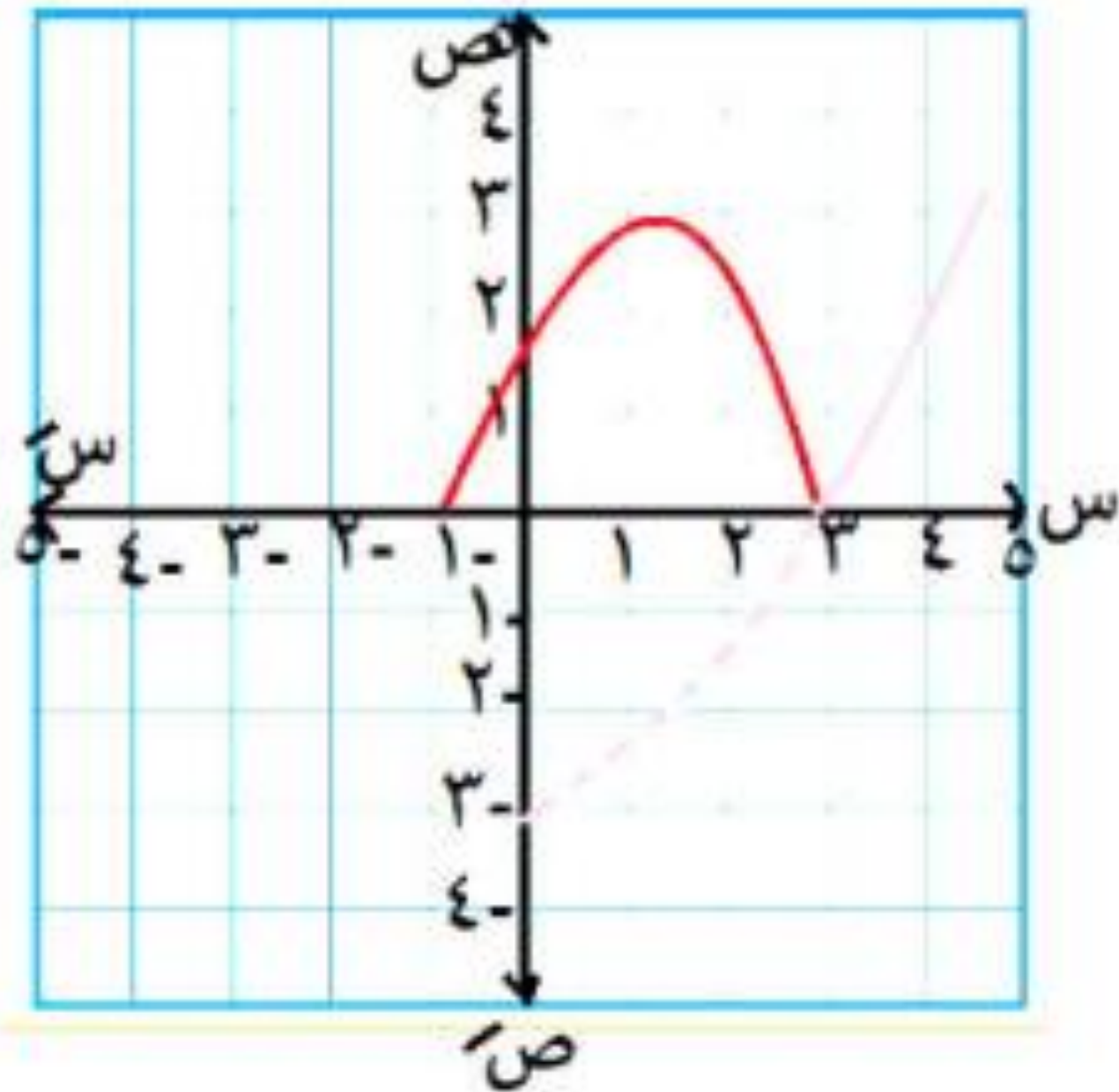
ليست أحادية

الأطراف :

تناقصية $[1, 3]$

تزايدية $[3, 4]$

تزايدية $[-1, 1]$

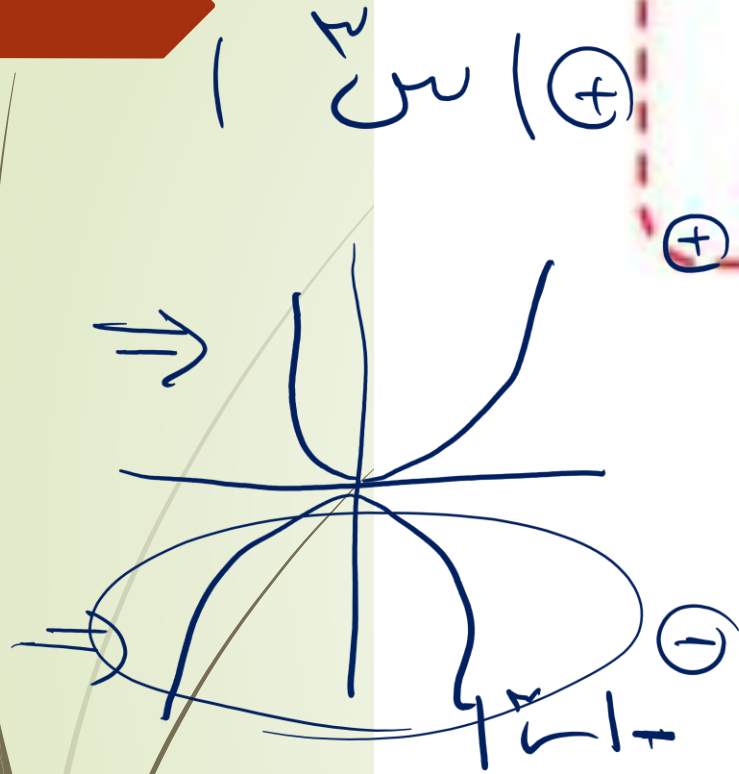


الفكرة الرابعة دالة تكعيبية داخل مقياس

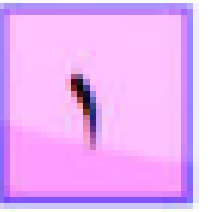
بترسم دالتين لو كان المقياس

+ بتأخذ الجزئين اللي فوق

ولو سالب يبقي الجزئين اللي تحت



$$|s| = |s^1| \oplus$$



• $s \leq 0$

s^2

= (s)

• $s > 0$

$s^2 -$

المجال : ح

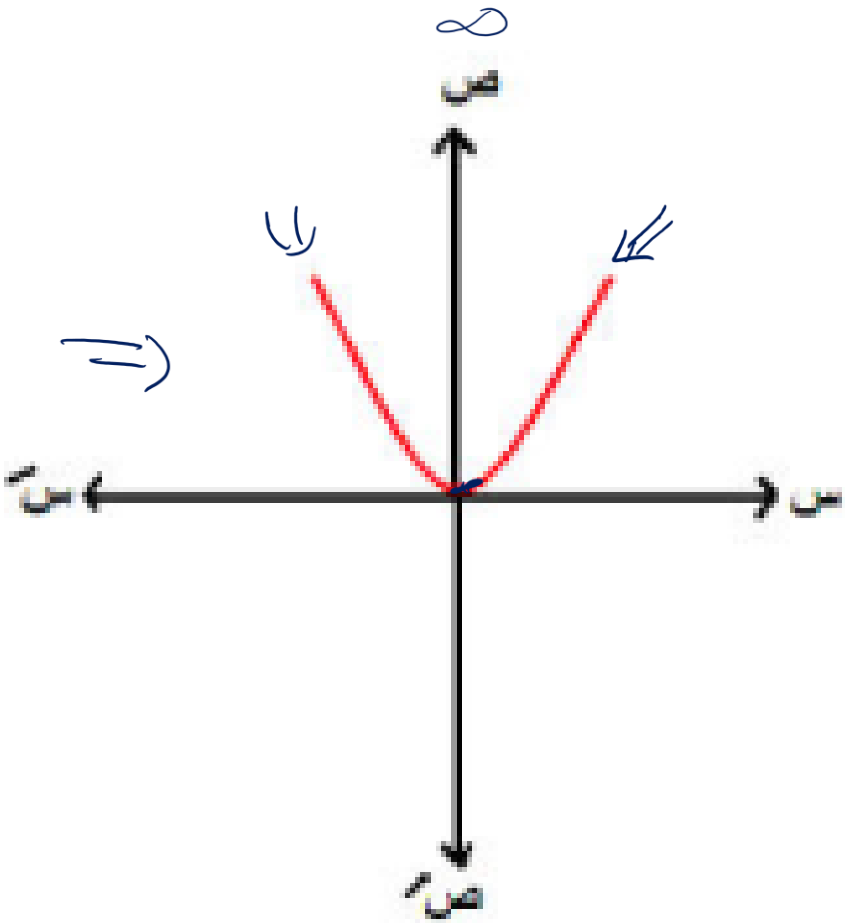
المدى : $[-\infty, 0]$

النوع : زوجية ليست أحادية

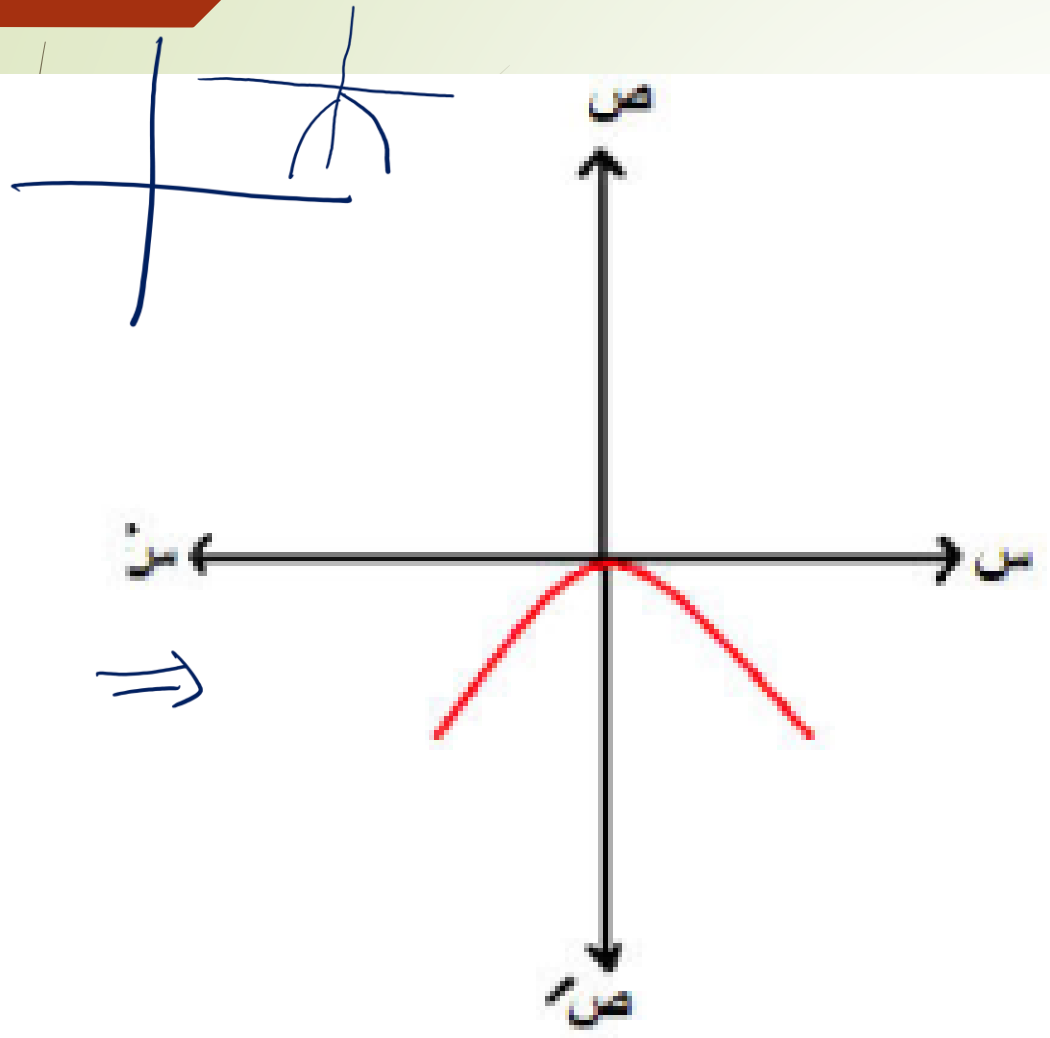
الأطراف :

تناقصية $[-\infty, 0]$

تزايدية $[0, \infty]$



$f(x) = \sqrt[3]{x} + \sqrt{x}$ (٤، ٣)

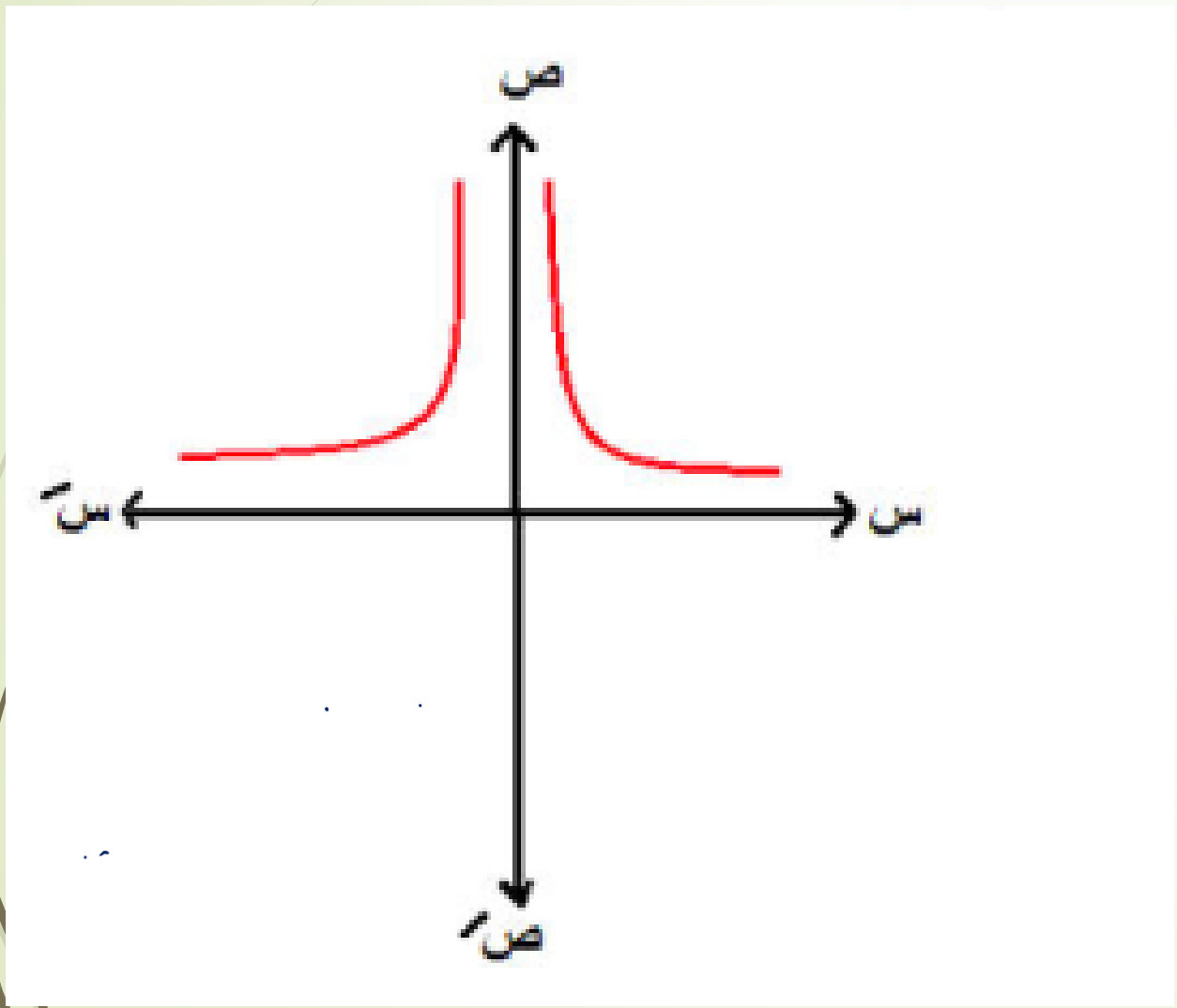


- المجال : ح
- المدى : $[-\infty, \infty]$
- النوع : زوجية - ليست أحادية
- الأطراد : تزايدية $[-\infty, \infty]$
- تناقصية $[\infty, 0]$

الفكرة الخامسة
دالة كسرية داخل مقياس

بترسم دالتين وتأخذ اللي فوق في حالة الموجب
أو اللي تحت في حالة السالب

$\frac{1}{s} = \text{د(س)}$



المجال :

ح - {0}

المدي :

[0, ∞)

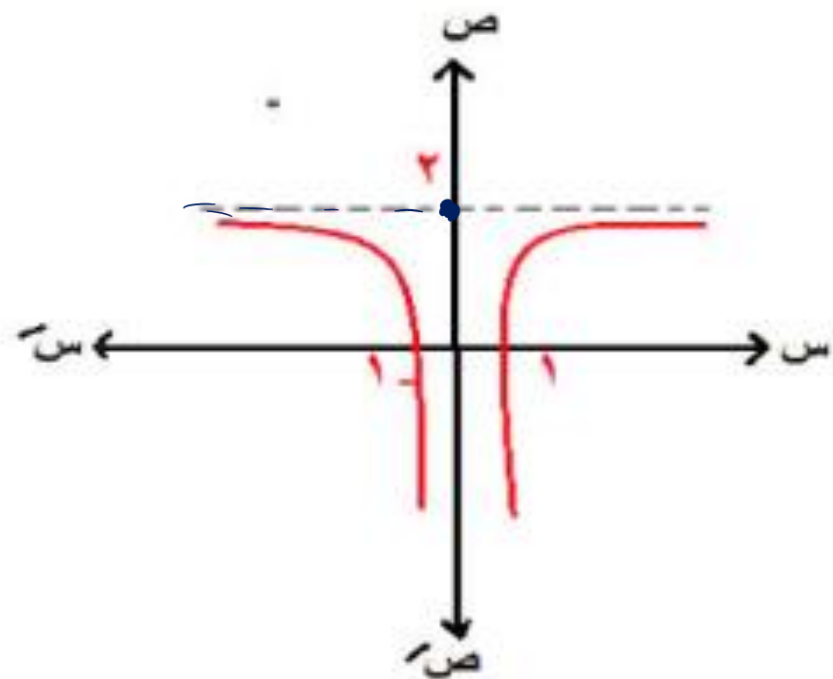
النوع :

زوجية

ليست أحادية

$$2 + \frac{1}{|s|} = (s)$$

رأس المنحني (٢، ٠) ولكن لأسفل



الأطراف :

تناقصية | - ∞ ، ٠ |
تزايدية | ∞ ، ٠ |

$$\left. \begin{array}{l} s \leq 0 \\ s > 0 \end{array} \right\} 2 + \frac{1}{|s|} = (s)$$

المجال : ح - { ٠ }

المدى : | - ∞ ، ٢ |

النوع :

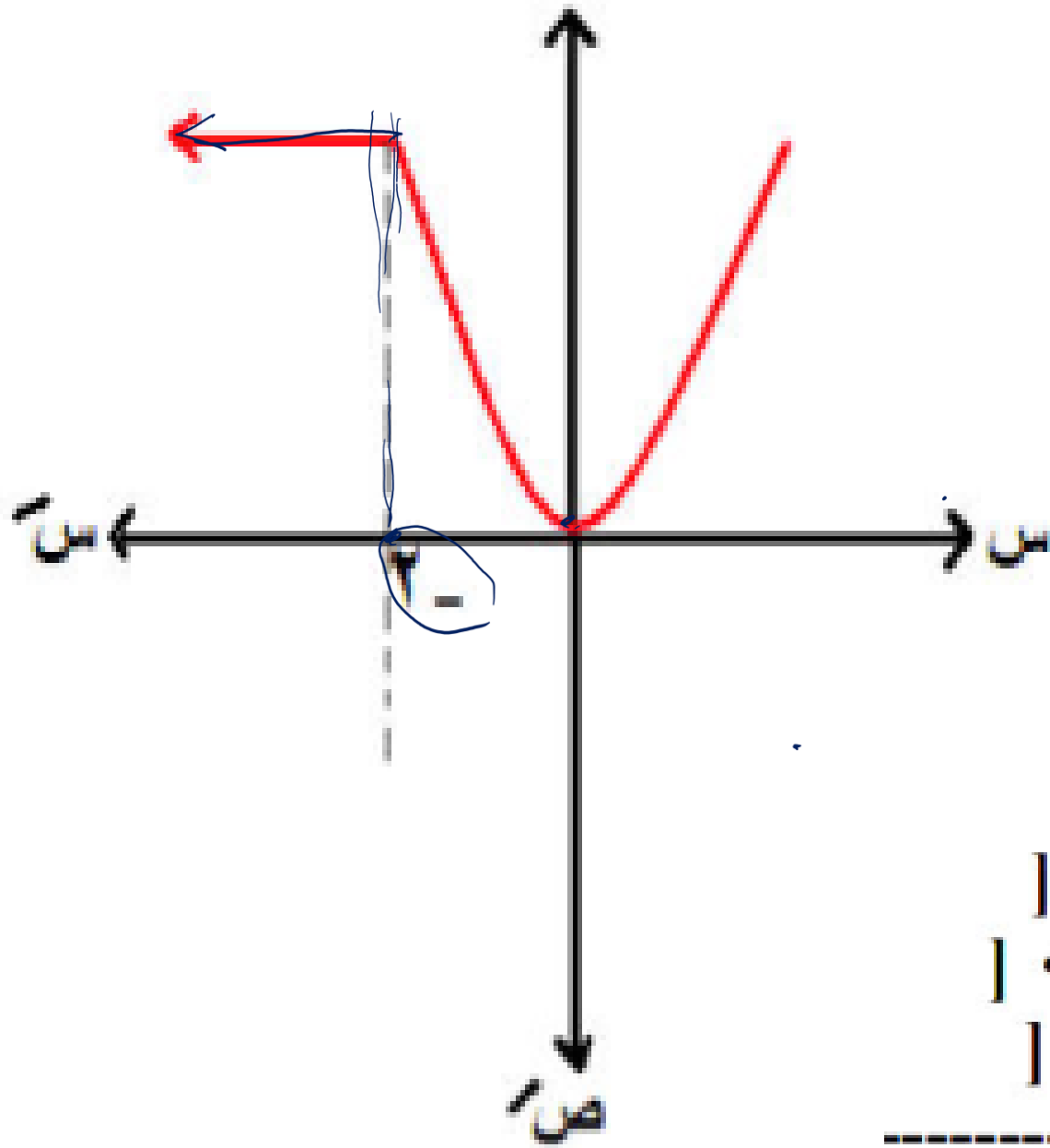
زوجية

ليست أحادية

الفكرة السادسة الدالة متعددة التعريف

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} > \text{-} 2 \\ \text{س} < \text{-} 2 \end{array} \right\} = \text{د(س)}$$

١



ثابتة [-∞ ، -2]
 تناقصية [-2 ، 0]
 تزايدية [0 ، ∞]

المجال : ح
 المدى :
] 0 ، ∞ [
 النوع :
 ليست زوجية
 ليست فردية
 ليست أحادية
 الأضداد :

آخر فكرة تعديل قاعدة الدالة

١ استخدم منحنى $d(s) = s^2$ في تمثيل :

$$(1) \quad v(s) = (s+1) d(s)$$

$$v(s) = (s+1) d(s)$$

رأس المنحني $(-1, 0)$

$$r(2) = (s) + 2$$

$$r(2) + s = (s)$$

رأس المنحني (2 ، 0)

وارسمي المنحني أنتي يا دكتور

٢ استخدم منحنى $d(s) = s^3$ في تمثيل :

$$r(2) = (s) = -s^3 + 2$$

$r(s) = -s^3 + 2$
رأس المنحنى $(0, 2)$ وهكذا

$$r(1) = (s) = (s - 1)^3$$

$r(s) = (s - 1)^3$
رأس المنحنى $(1, 0)$ وهكذا

مثل ثم أوجد المجال - المدي - النوع -
الأطراد :

$$(١) \text{ د (س) = س}^٢$$

$$(٢) \text{ د (س) = -س}^٢$$

$$(٣) \text{ د (س) = (س + ١) - ٢}$$

$$(٤) \text{ د (س) = - (س + ١) + ٣}$$

$$(٥) \text{ د (س) = - (س - ٢) + ٣}$$

$$(٦) \text{ د (س) = - (س - ٢) + ١}$$

$$(٧) \text{ د (س) = -س}^٢ + ١$$

$$(٨) \text{ د (س) = (س + ٢) + ٣}$$

$$(٩) \text{ د (س) = (س - ٢) + ٢}$$

$$(١٠) \text{ د (س) = س}^٣$$

$$(١١) \text{ د (س) = -س}^٣$$

$$(١٢) \text{ د (س) = س}^٣ - ٣$$

$$(١٣) \text{ د (س) = س}^٢ + ٤س + ٢$$

$$(١٤) \text{ د (س) = ٢ - س}^٣$$

مثل ثم أوجد المجال - المدي - النوع -
الأطراد :

$$(١) د (س) = \frac{١}{س} \quad (٢) د (س) = - |س|$$

$$(٣) د (س) = \frac{١}{س+١} - ٢$$

$$(٤) د (س) = |س-١| + ٢$$

$$(٥) د (س) = \frac{١}{س-٣}$$

$$(٦) د (س) = |س| + ٢$$

$$(٧) د (س) = \frac{٢س-٥}{س-٣}$$

$$(٨) د (س) = |س+٢|$$

$$(٩) د (س) = \sqrt{١+س^٢+٢س}$$

$$(۱) \text{ د (س) = | س }^۲ - ۱ |$$

$$(۲) \text{ د (س) = | س }^۱ |$$

$$(۳) \text{ د (س) = | س }^۲ - ۲ |$$

$$(۴) \text{ د (س) = | س }^۱ |$$

$$(۵) \text{ د (س) = | س }^۲ |$$

$$(۶) \text{ د (س) = | س }^۱ + ۲ |$$

$$(۷) \text{ د (س) = | س }^۲ + ۲ |$$

$$(۸) \text{ د (س) = | س }^۱ - ۱ |$$

٩ مثل ثم أوجد المجال – المدي – النوع –
الأطراد :

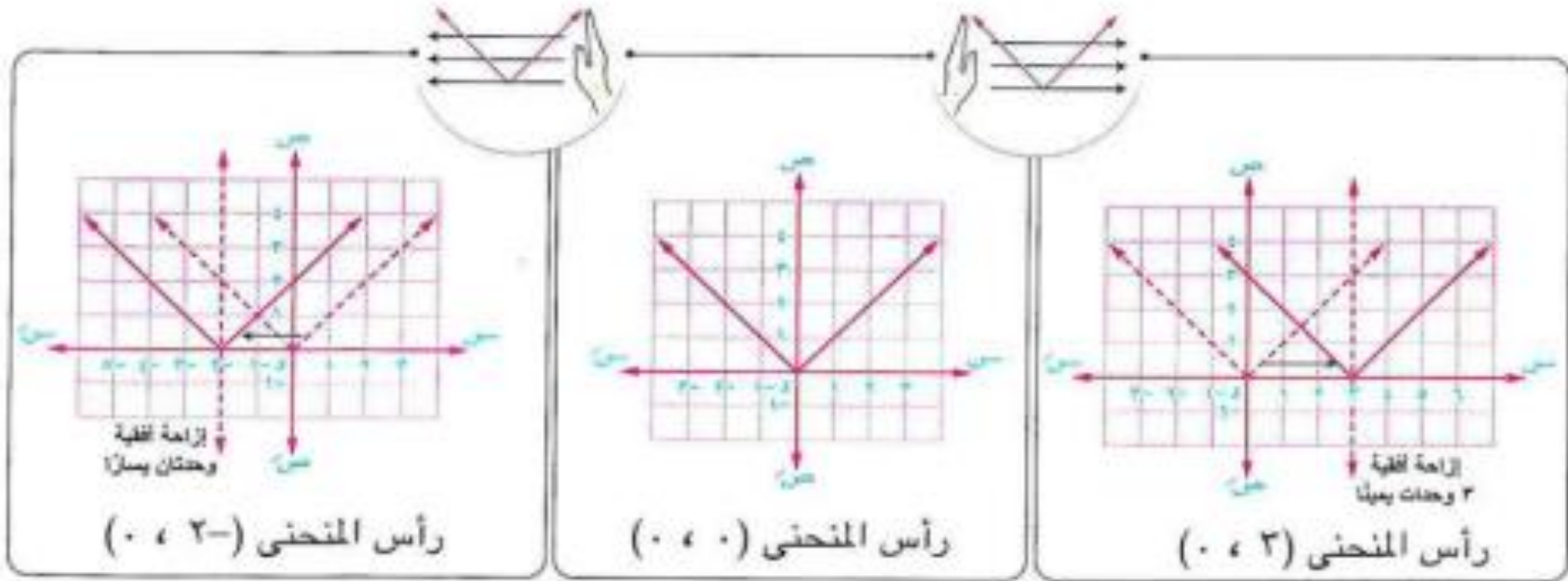
$$\left. \begin{array}{l} \text{س}^{\cdot} < \text{س}^{\cdot} \\ \text{س}^{\cdot} > \text{س}^{\cdot} \end{array} \right\} = \text{د(س)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{س}^{\cdot} \\ \text{س}^{\cdot} > \text{س}^{\cdot} \end{array} \right\} = \text{د(س)}$$

الدالة الأساسية



$$|س + ٢| = ص \xleftarrow[\text{وحداتان يسارًا}]{\text{إزاحة أفقية}} |س| = ص \xrightarrow[\text{٢ وحدات يمينًا}]{\text{إزاحة أفقية}} |س - ٢| = ص$$



بصفة عامة

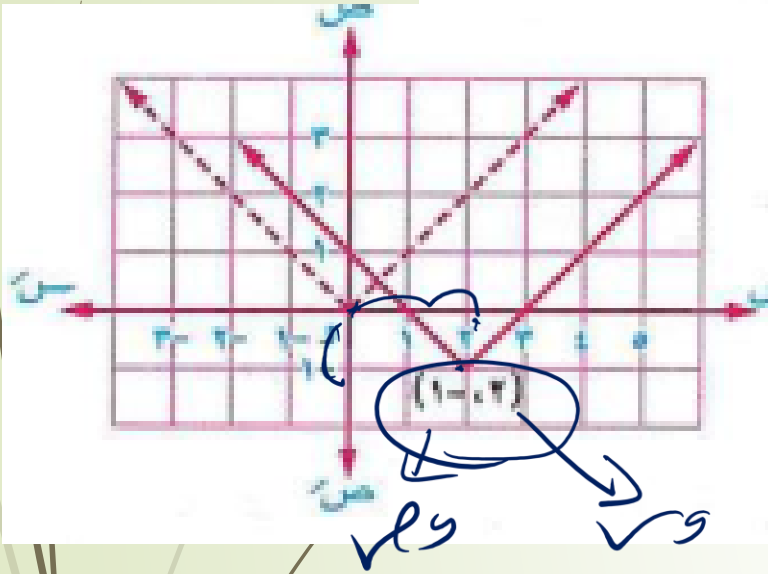
لأى دالة $د$ يكون المنحنى $ص = د(س + ٢)$ ، $ص = د(س - ٢)$ هو نفس المنحنى $ص = د(س)$

$\left. \begin{array}{l} \text{و} \overrightarrow{س} \text{ (يمينًا) عندما } ٢ > ٠ \\ \text{و} \overleftarrow{س} \text{ (يسارًا) عندما } ٢ < ٠ \end{array} \right\}$
 بإزاحة أفقية قدرها $|٢|$ وحدة طول في اتجاه :

بصفة عامة .

لأى دالة d يكون المنحنى $ص = d (س + ١) + ب$ حيث ١ ، $ب \in \mathcal{C}$ - $\{٠\}$ هو نفس المنحنى $ص = d (س)$
بإزاحة أفقية مقدارها $|١|$ وحدة طول في اتجاه $\overleftarrow{س}$ إذا كان $١ > ٠$ أو في اتجاه $\overrightarrow{س}$ إذا كان $١ < ٠$.
ثم إزاحة رأسية مقدارها $|ب|$ وحدة طول في اتجاه $\overleftarrow{ص}$ إذا كان $ب < ٠$ ، أو في اتجاه $\overrightarrow{ص}$ إذا كان $ب > ٠$.

استخدم منحنيات الدوال الأساسية لرسم منحنى الدالتين المعرفتين بالقاعدتين الآتيتين ومن الرسم عين مجال ومدى كل دالة وابحث اطرافها وبين نوعها من حيث كونها زوجية أم فردية أم غير ذلك :



$$١ \text{ م } (س) = |س - ٢| - ١$$

$$٢ \text{ م } (س) = (س - ٢)^٢ + ١$$

منحنى الدالة م هو نفس منحنى الدالة د : $د (س) = |س - ١|$
 بإزاحة أفقية ٢ وحدة في اتجاه $س$ ثم إزاحة رأسية وحدة
 واحدة في اتجاه $ص$

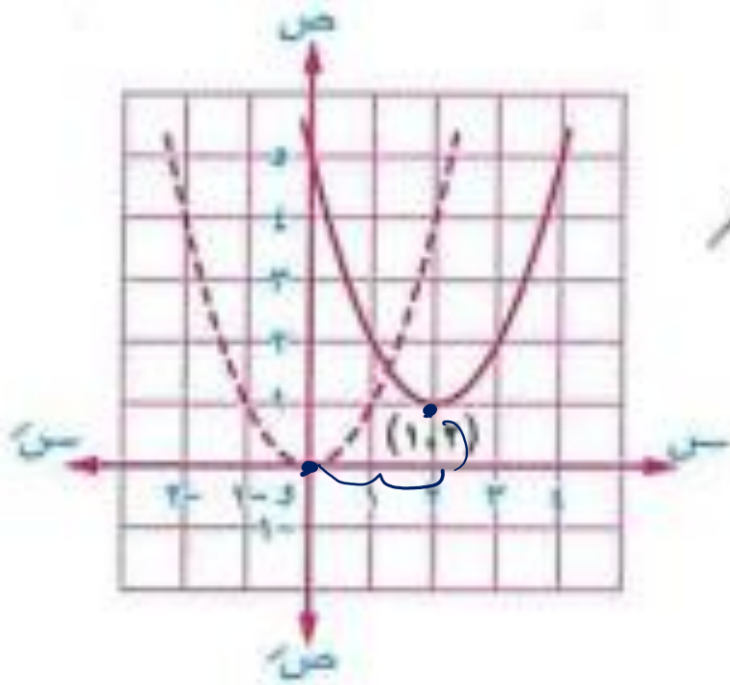
* مجال م = $ص$ ، مدى م = $[-١ ، \infty)$

* الدالة م تناقصية في $[-\infty ، ٢]$ وتزايدية في $[٢ ، \infty)$

* الدالة م ليست زوجية وليست فردية.

$$\therefore f(x) = (x-2)^2 + 1$$

$$\therefore f(x-2) = (x-2)^2$$



منحنى الدالة f هو نفس منحنى الدالة $d : d(x) = x^2$ بإزاحة أفقية 2 وحدة في اتجاه \overrightarrow{OS} ثم إزاحة رأسية وحدة واحدة في اتجاه \overrightarrow{OS}

* مجال $f = \mathbb{R}$ ، مدى $f =]-\infty, 1]$

* الدالة f تناقصية في $]-\infty, 2]$ وتزايدية في $]2, \infty[$

* الدالة f ليست زوجية وليست فردية.

مثال ٢

استخدم منحنى الدالة d : $d(s) = \frac{1}{s}$ لتمثيل الدوال m ، g ، h حيث :

1 $m(s) = \frac{1}{2-s} + 1$
 2 $g(s) = \frac{1}{s} + 3$
 3 $h(s) = \frac{1-s^2}{1-s}$

ومن الرسم حدد مجال ومدى كل دالة وابحث اطرافها.

(١٢)

١ منحنى الدالة m هو نفس منحنى الدالة d بإزاحة أفقية قدرها ٢ وحدة في اتجاه $+$ s ثم إزاحة رأسية قدرها وحدة واحدة في اتجاه $+$ s

٢ منحنى الدالة g هو نفس منحنى الدالة d بإزاحة رأسية مقدارها ٣ وحدات في اتجاه $+$ s

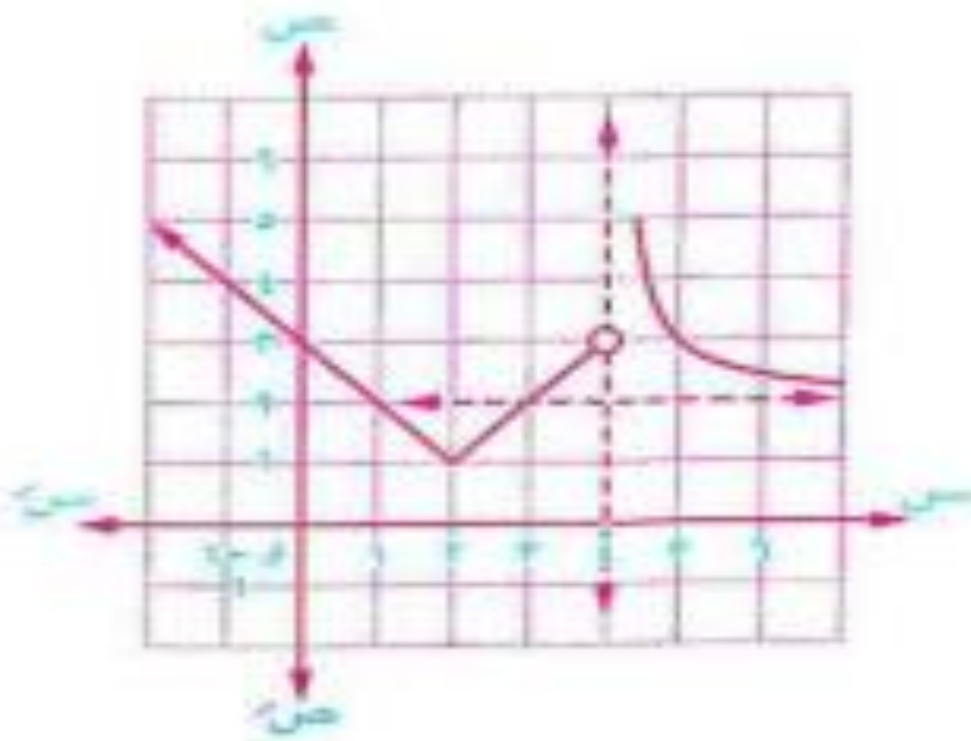
٣ $h(s) = \frac{1-s^2}{1-s} = \frac{1+(1-s)}{1-s} = \frac{1+2-s}{1-s} = \frac{1-s^2}{1-s}$

منحنى الدالة h هو نفس منحنى الدالة d بإزاحة أفقية وحدة واحدة في اتجاه $+$ s ثم إزاحة رأسية ٢ وحدة في اتجاه $+$ s

$$\left. \begin{array}{l} |x-2|+1, \quad x > 4 \\ 2+\frac{1}{x-4}, \quad x < 4 \end{array} \right\} = D(x)$$

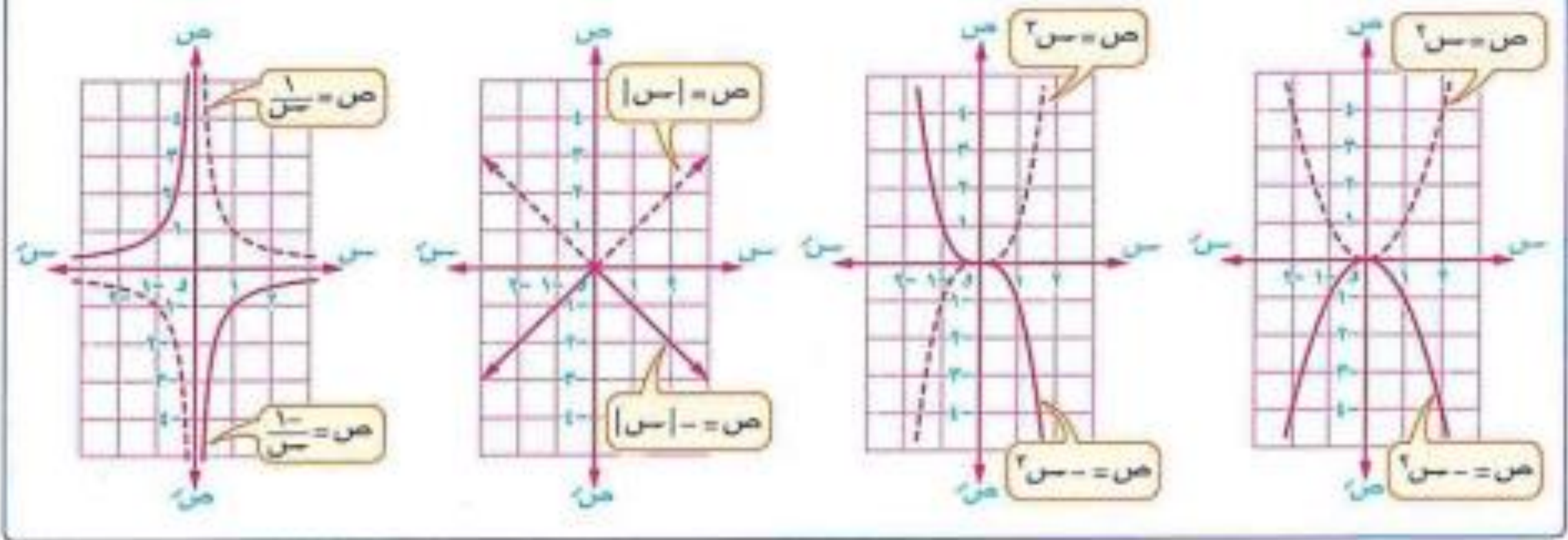
ومن الرسم أوجد مجال ومدى الدالة

واستنتج اطرادها ونوعها من حيث كونها زوجية أو فردية أو غير ذلك :

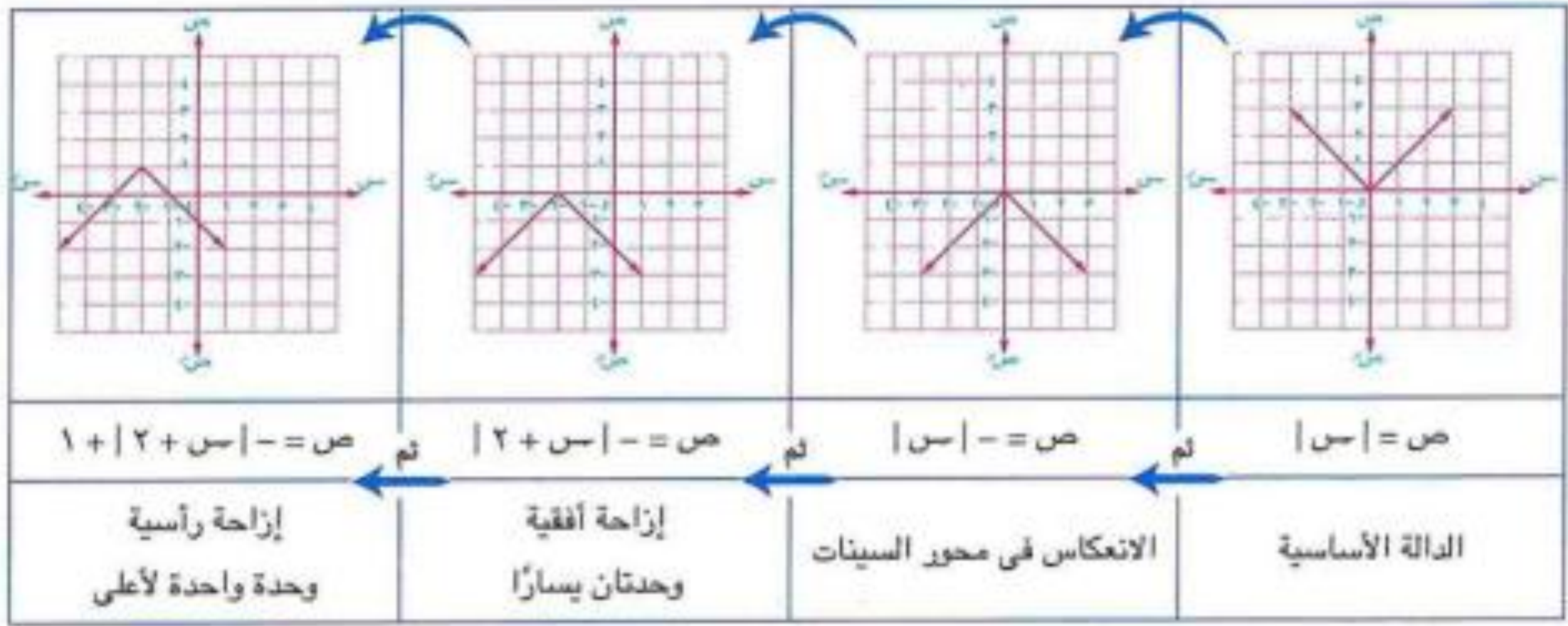


الحل

لأي دالة d يكون المنحنى $y = d(x)$ هو نفس المنحنى $y = d(-x)$ بالانعكاس في محور السينات.



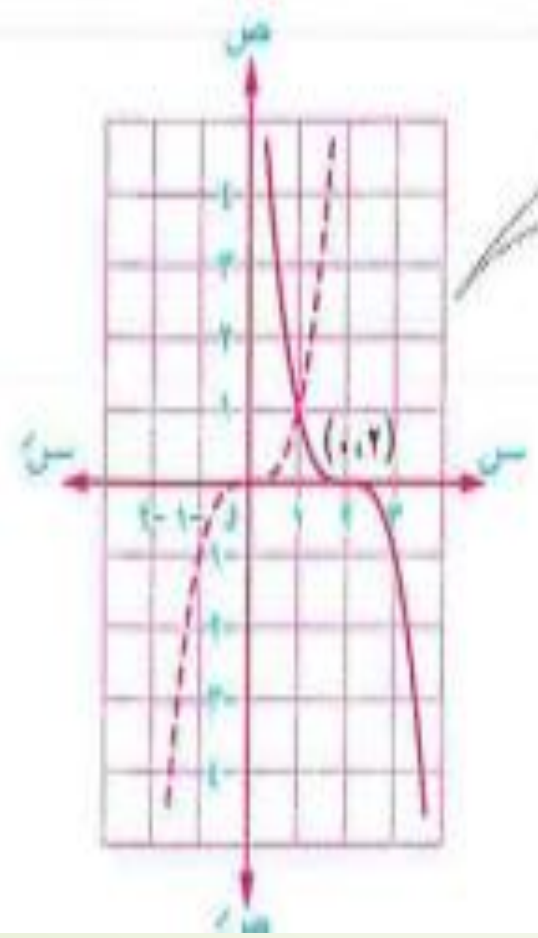
فمثلاً : من منحنى الدالة الأساسية $y = |x|$ نحصل على منحنى الدالة $y = -|x + 2| + 1$ كالآتي :



باستخدام منحنيات الدوال الأساسية ارسم منحنيات الدوال $م$ ، $ع$ ، $هـ$ حيث:

١ $م(س) = (س - ٢)^٢$ ٢ $ع(س) = ٣ + \frac{١}{س - ٢}$ ٣ $هـ(س) = ٤ - س - س^٢ - ٣$

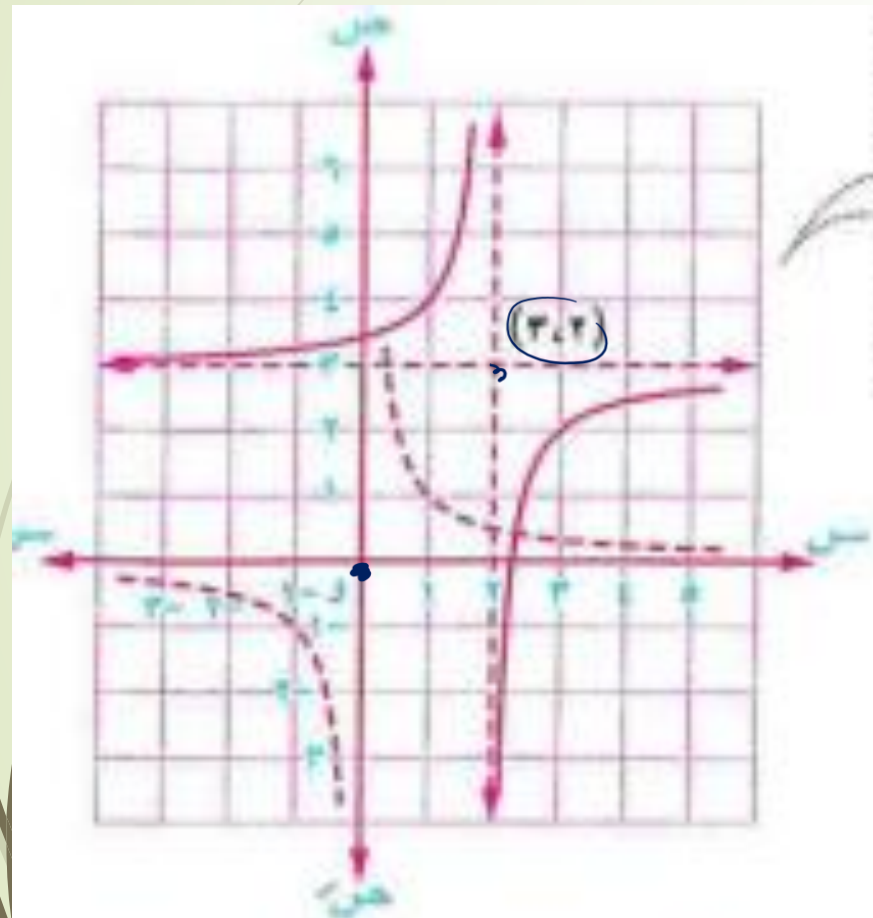
ومن الرسم بين مدى كل دالة وابحث اطرافها وتمائلها وبين نوعها من حيث كونها زوجية أم فردية أم غير ذلك.



١ منحني الدالة $م$ هو نفس منحنى الدالة $د(س) = س^٢$ بالانعكاس في محور السينات ثم إزاحة أفقية ٢ وحدة في اتجاه $س$

- * مدى $م = ع$
- * الدالة $م$ تناقصية على مجالها $ع$
- * الدالة $م$ متماثلة حول النقطة $(٠, ٢)$
- * الدالة $م$ ليست زوجية وليست فردية.

$$2 + \frac{1}{2-s} = 2 + \frac{1}{(2-s)-} = 2 + \frac{1}{2+s-} = (س) \text{ ع} \quad \boxed{2}$$



منحنى الدالة $ع$ هو نفس منحنى الدالة $د : د (س) = \frac{1}{س}$ بالانعكاس في محور السينات متبوعاً بإزاحة أفقية وحدتين في اتجاه $\overrightarrow{س}$ ثم إزاحة رأسية 2 وحدات في اتجاه $\overrightarrow{ع}$

* مدى $ع = ع - \{2\}$

* الدالة $ع$ تزايدية في الفترة $]-\infty, 2[$

وتزايدية أيضاً في الفترة $]2, \infty[$

* الدالة $ع$ متماثلة حول النقطة $(2, 2)$

* الدالة $ع$ ليست زوجية وليست فردية.

لأى دالة d يكون المنحنى $v = d(u)$ حيث $u \in \mathbb{R}^+$
 • تمدد رأسى للمنحنى $v = d(u)$ إذا كان $0 < d < 1$ • انكماش رأسى للمنحنى $v = d(u)$ إذا كان $0 < d < 1$

فمثلاً : في الشكل المقابل :

* منحنى الدالة $v = d(u)$: $v = 2|u|$

هو تمدد رأسى لمنحنى الدالة $v = d(u)$: $v = |u|$

لأن : $0 < d < 1$

أى أنه لكل (u, v) \exists بيان d

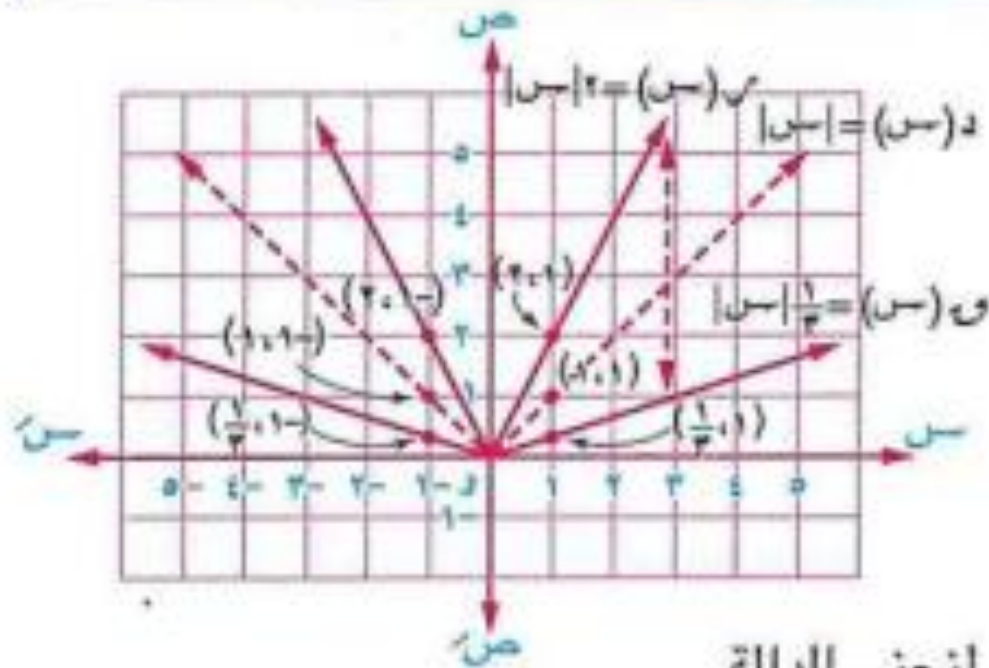
يكون (u, v) بيان $v = d(u)$

* منحنى الدالة $v = d(u)$: $v = \frac{1}{2}|u|$ هو انكماش رأسى لمنحنى الدالة

$v = d(u)$: $v = |u|$

لأن : $0 < d < 1$

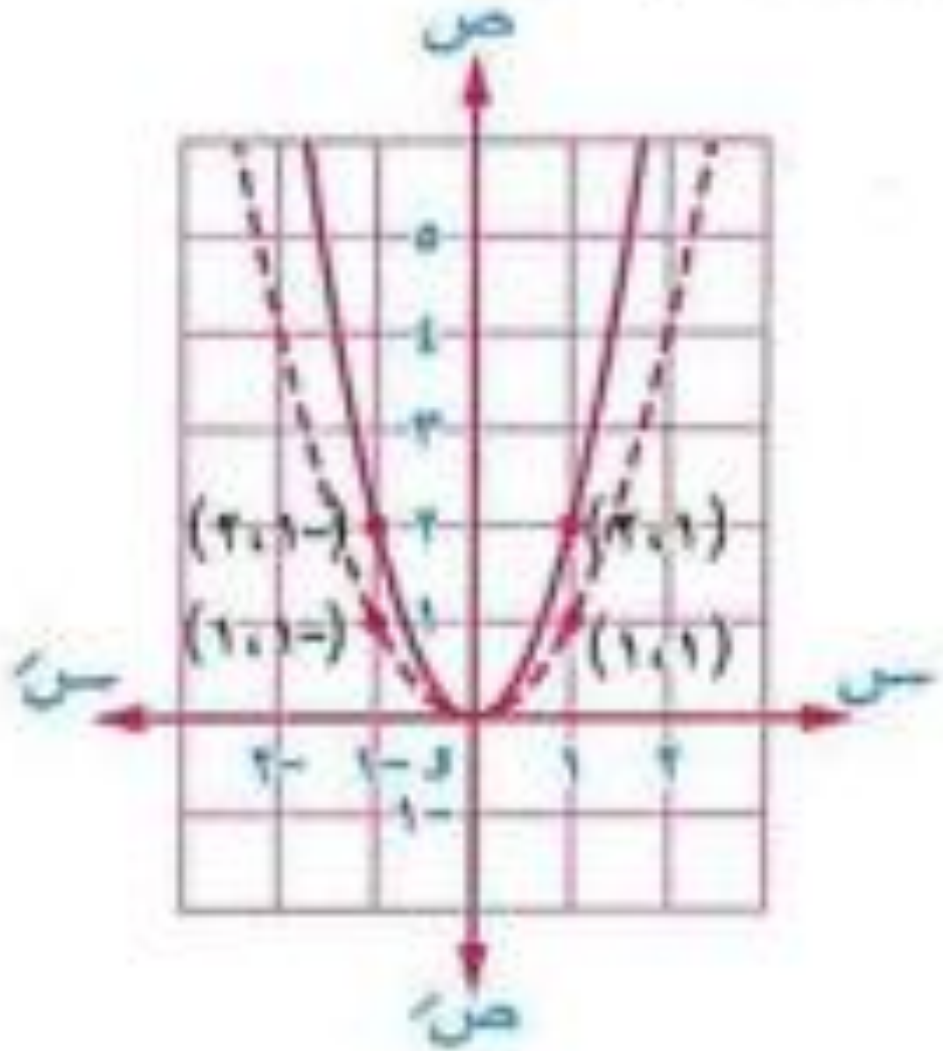
أى أنه لكل (u, v) \exists بيان d يكون (u, v) بيان $v = d(u)$

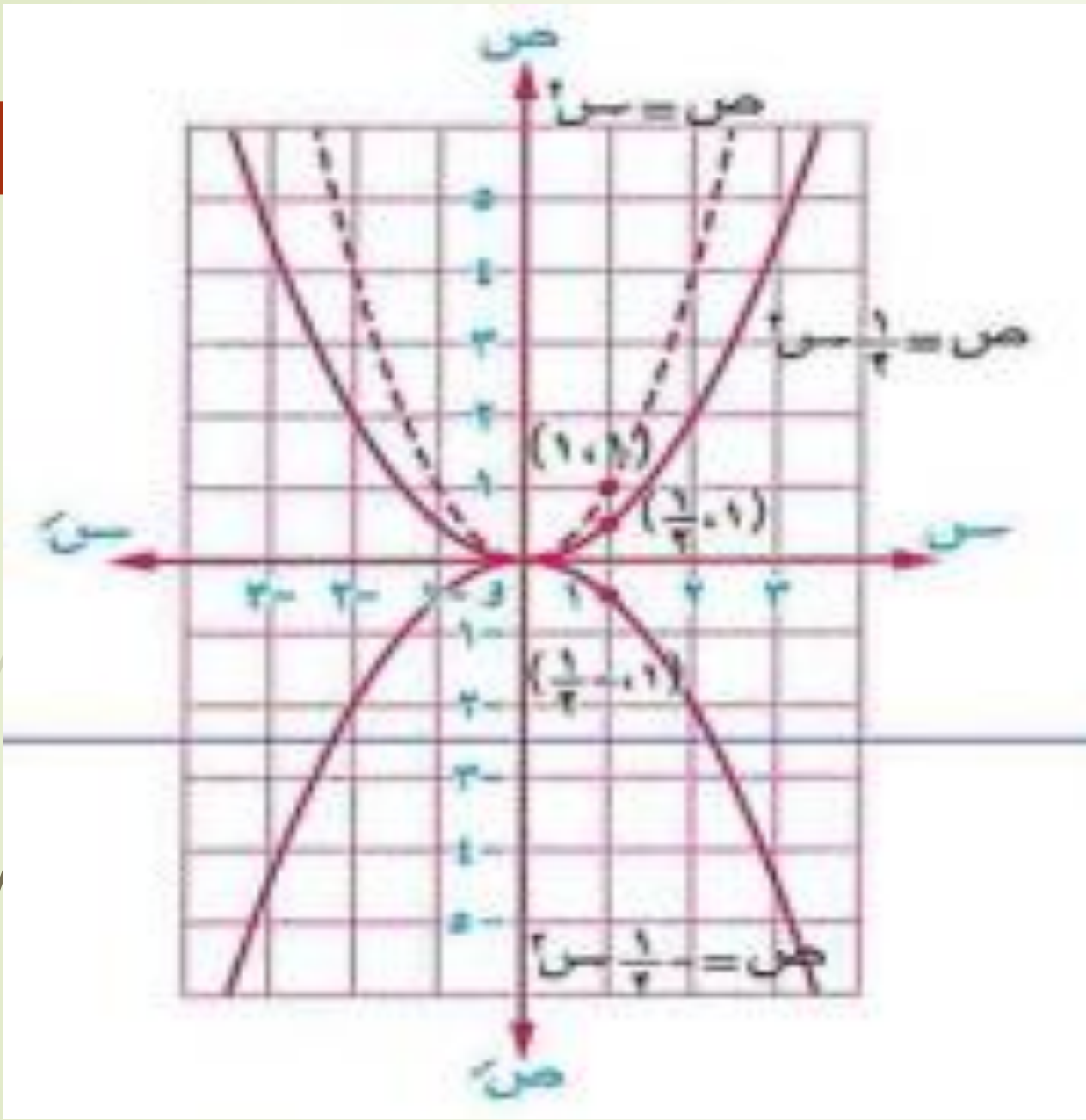


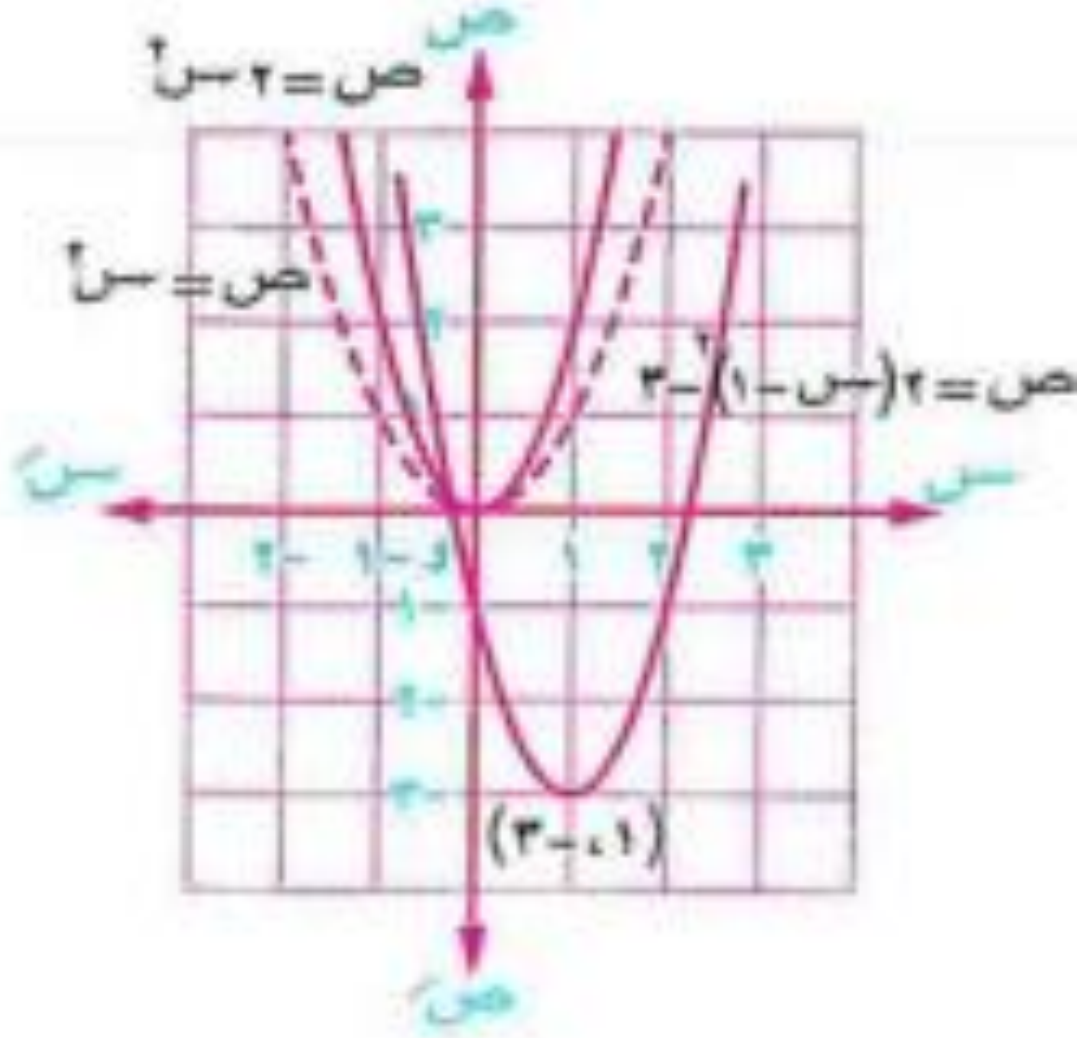
استخدم منحني الدالة d : $d(s) = s^2$ في رسم كل من المنحنيات الآتية :

$$\boxed{1} \quad s \quad (s) = 2 \quad \boxed{2} \quad s \quad (s) = \frac{1}{4} \quad \boxed{3} \quad s \quad (s) = 2 - (s - 1) - 2$$

ومن الرسم عين مدى كل منها وابحث اطرافها وبين نوعها من حيث كونها زوجية أم فردية أم غير ذلك.

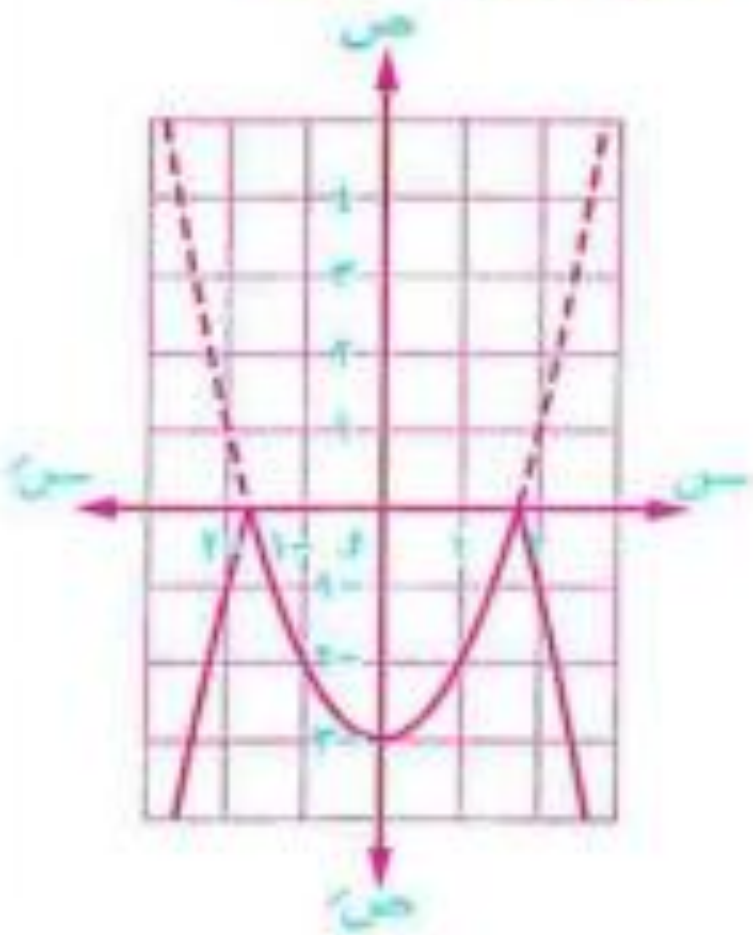






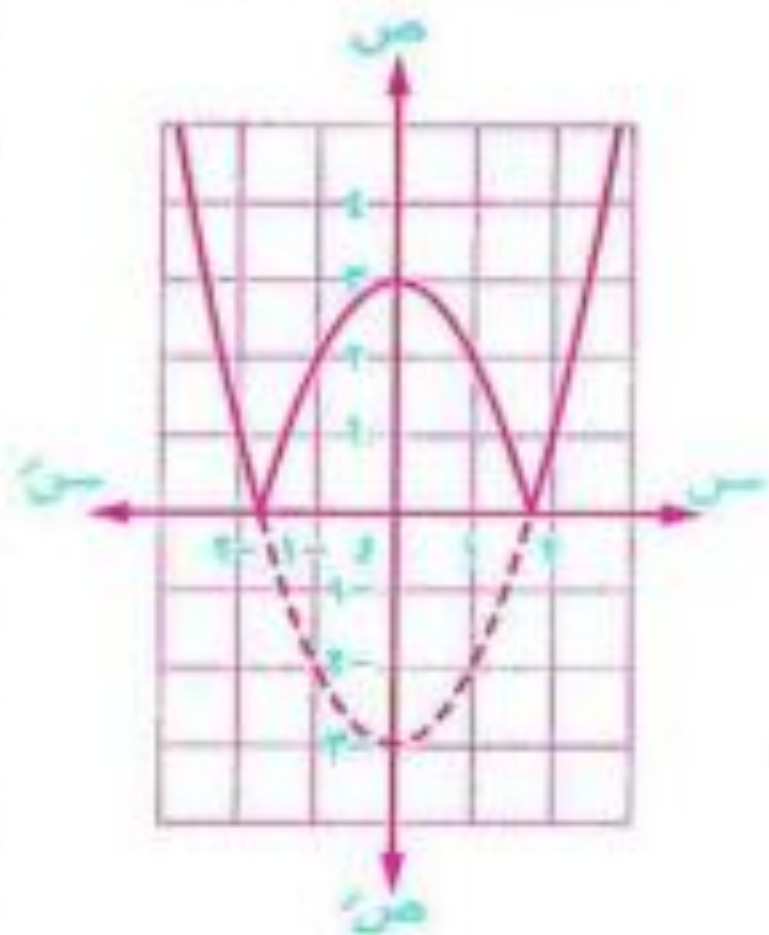
$$| -s^2 - 3 | = 0$$

تمثل بيانيًا كالتالي :



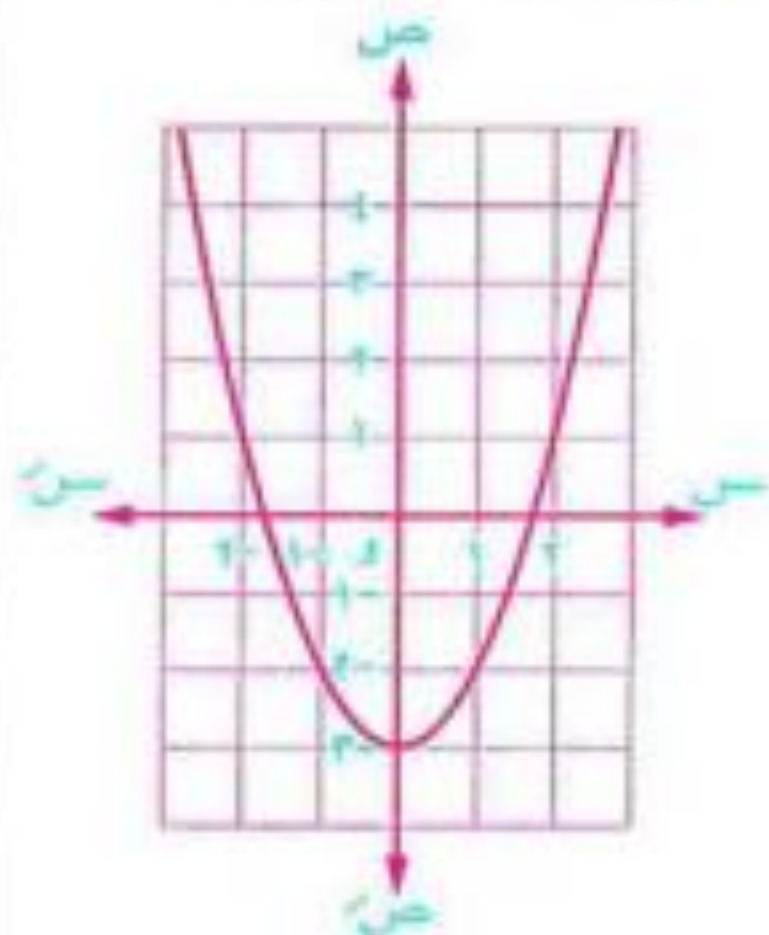
$$| -s^2 - 3 | = 3$$

تمثل بيانيًا كالتالي :



$$-s^2 - 3 = 0$$

تمثل بيانيًا كالتالي :

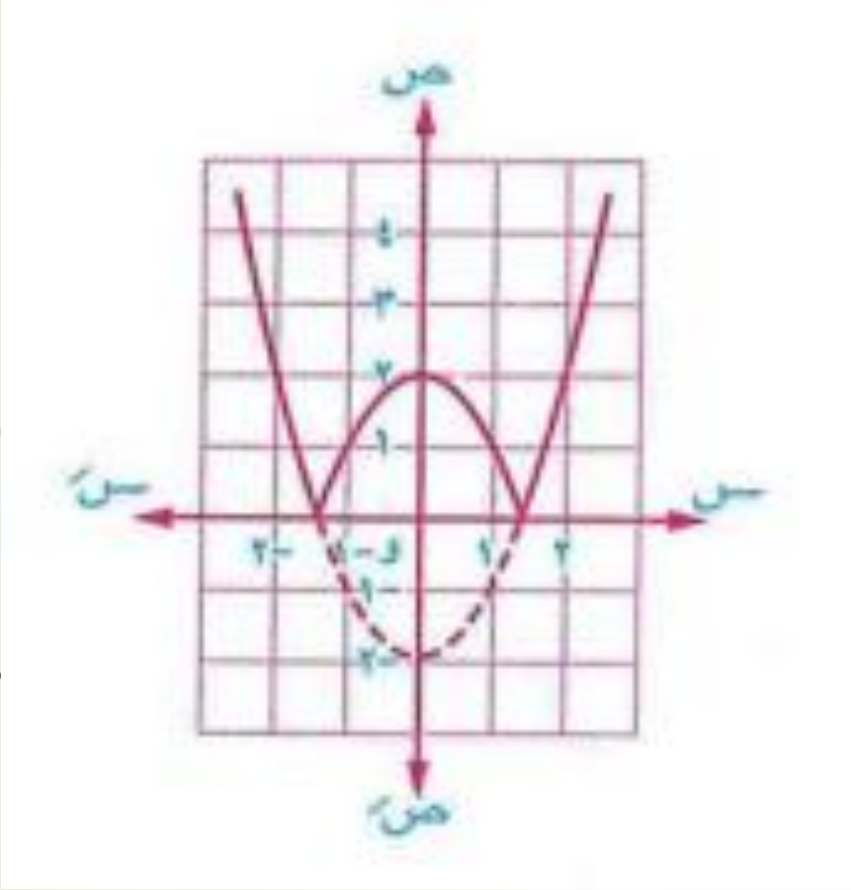


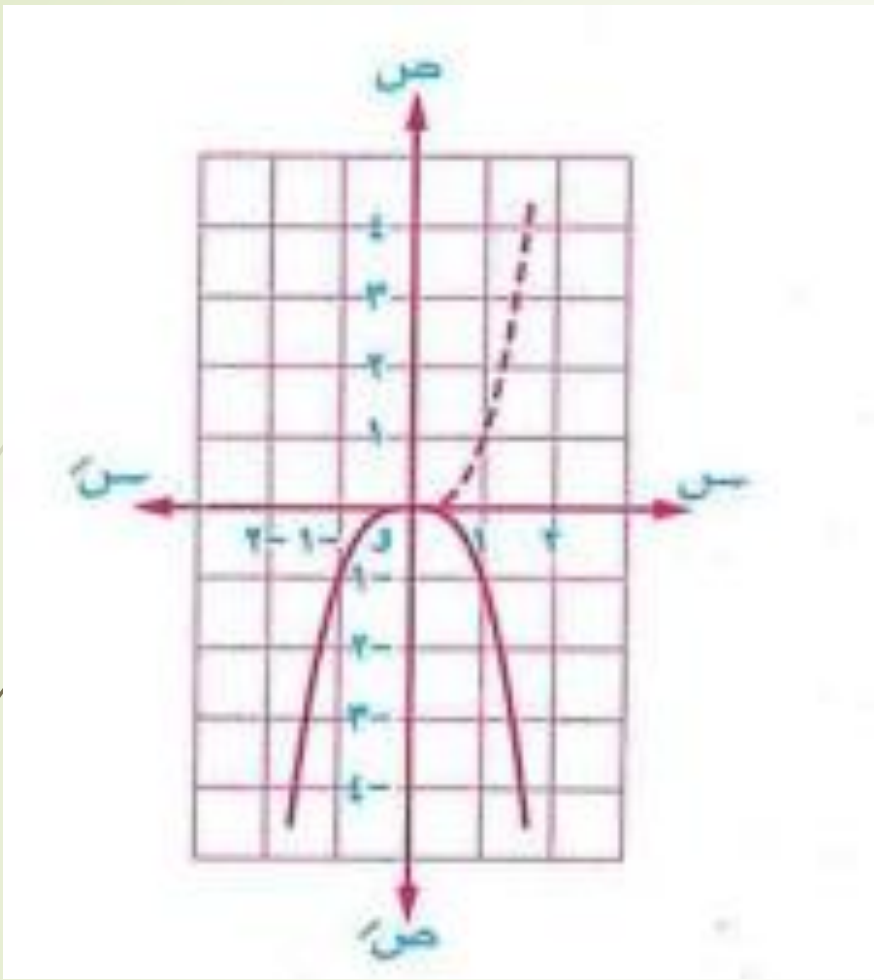
مثلاً :

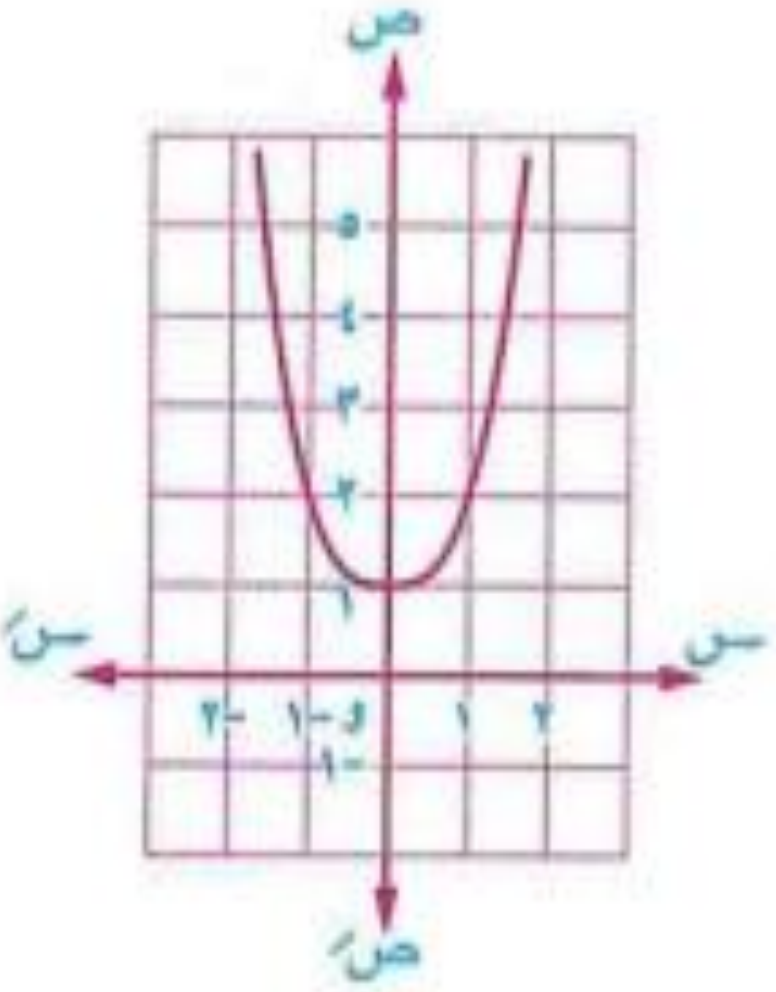
مثل بيانًا كلاً من الدوال المعرفة بالقواعد الآتية ومن الرسم أوجد مداها وعين نوعها من حيث كونها زوجية أم فردية

أم غير ذلك :

$$\boxed{1} \quad d(s) = |s^2 - 2| \quad \boxed{2} \quad d(s) = -|s^2| \quad \boxed{3} \quad d(s) = |s^2| + 1$$







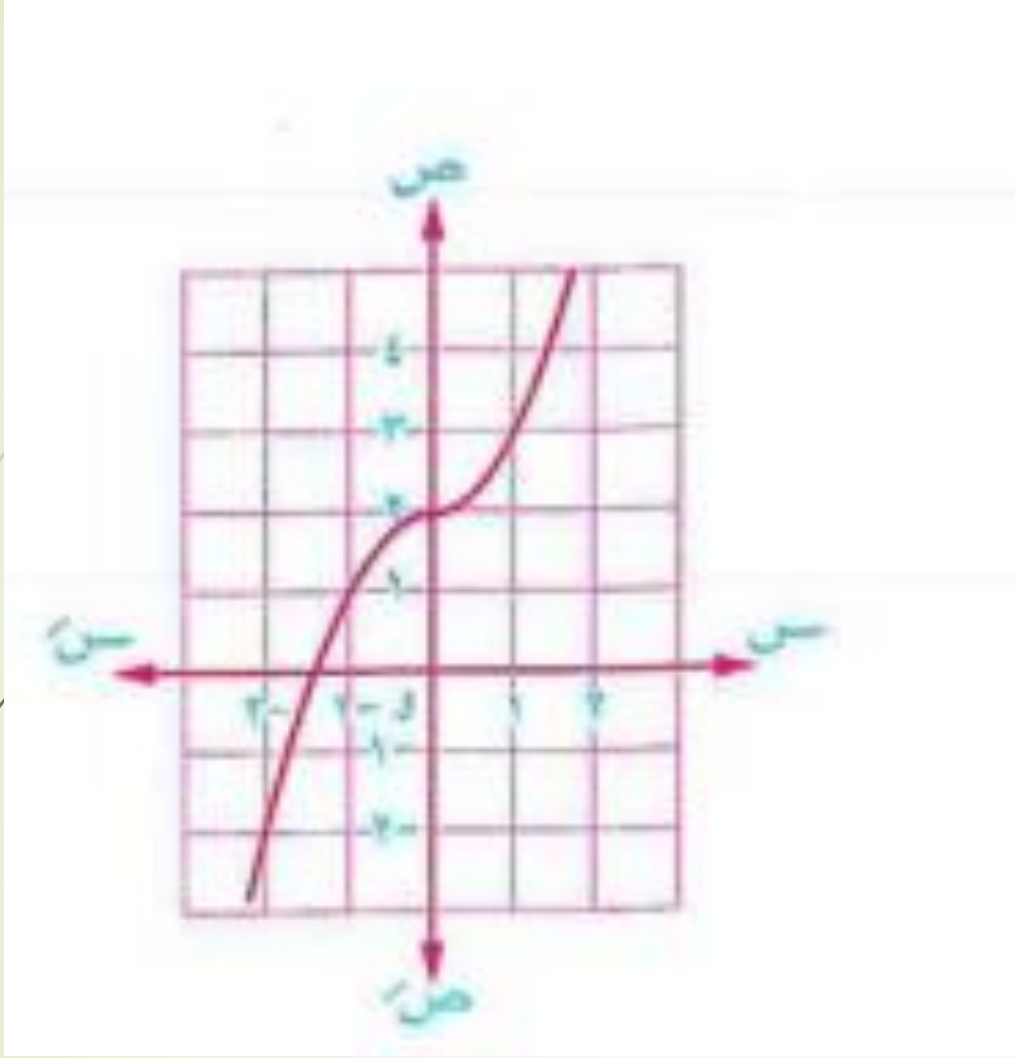
مثال ٧

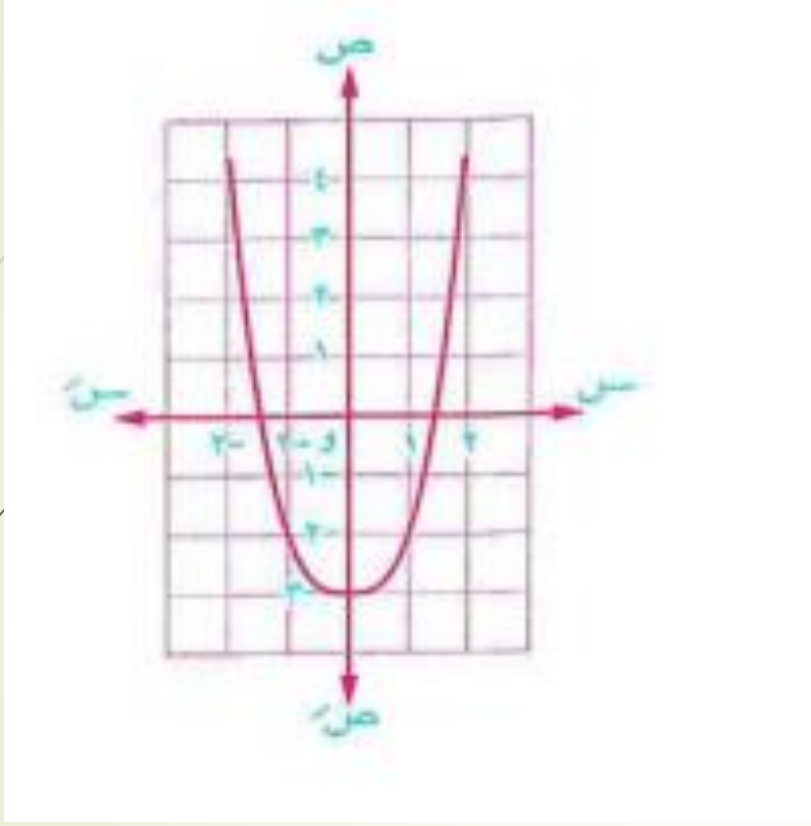
مثل بيانياً كلاً من الدوال المعرفة بالقواعد الآتية ومن الرسم أوجد مجال ومدى كل دالة وابحث اطرادها وتماثلها ونوعها من حيث كونها زوجية أو فردية أو غير ذلك :

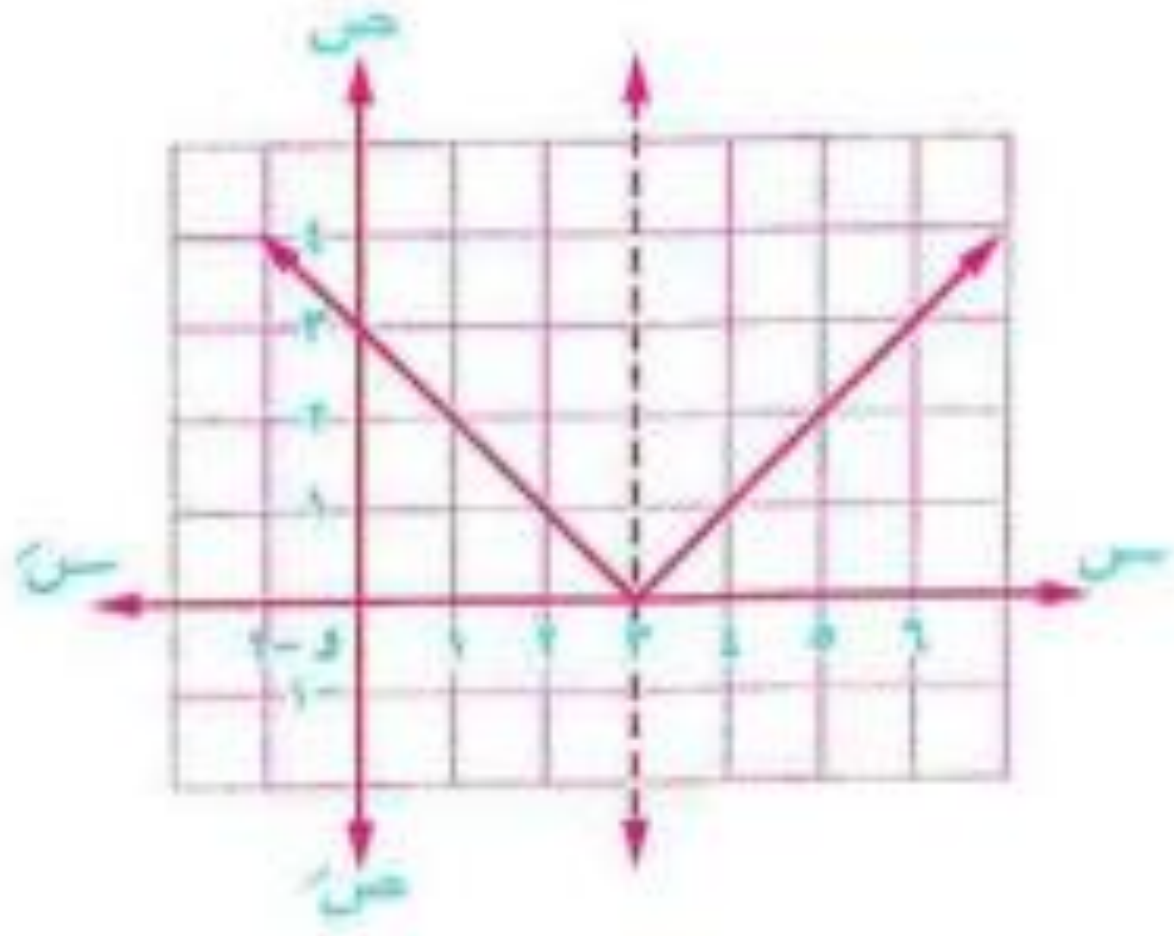
$$\boxed{2} \text{ د (س) = } |س| - ٣$$

$$\boxed{1} \text{ د (س) = } |س| + ٢$$

$$\boxed{3} \text{ د (س) = } \sqrt{|س| - ٦} + ٩$$







ص = د (-س)

ص = د (-س)

ص = د (-س)

تكون

منحنى

الدالة

في محور الصادات

في محور السينات

في نقطة الأصل

صورة منحنى

الدالة د (-س)

بالانعكاس



استخدم منحنى الدالة d حيث $d = (s)$ لتمثيل كل من الدوال المعرفة بالقواعد الآتية ومن الرسم عين مجالها ومداهما وابعث اطرافها ونوعها من حيث كونها زوجية أم فردية أم غير ذلك واكتب نقطة تماثلها :

$$f(s) = (s-3)^2 \quad \text{②} \quad \text{📖}$$

$$f(s) = (s-1)^2 - 2 \quad \text{④}$$

$$f(s) = (s-2)^2 - 1 \quad \text{⑥}$$

$$f(s) = (s)^2 + 4 \quad \text{①} \quad \text{📖}$$

$$f(s) = (s-2)^2 \quad \text{③}$$

$$f(s) = (s-3)^2 + 1 \quad \text{⑤}$$

استخدم منحنى الدالة d حيث $d = (s)$ لتمثيل كل من الدوال المعرفة بالقواعد الآتية ومن الرسم عين مجالها ومداه وابعث اطرافها وبين نوعها من حيث كونها زوجية أم فردية أم غير ذلك واكتب نقطة تماثلها :

$$\textcircled{2} \quad r(s) = \frac{1-s}{2+s}$$

$$\textcircled{4} \quad r(s) = \frac{1-s}{3-4s}$$

$$\textcircled{6} \quad r(s) = \frac{s^2}{1+s}$$

$$\textcircled{8} \quad r(s) = \frac{1-s}{1-s^2}$$

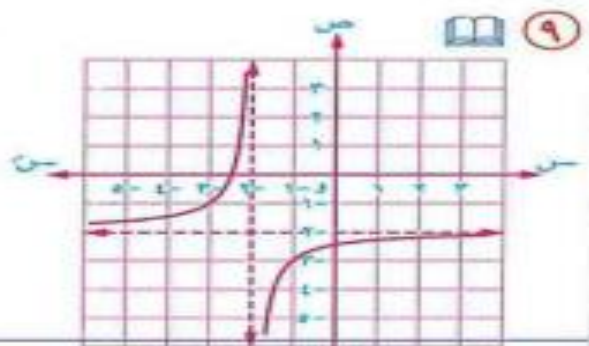
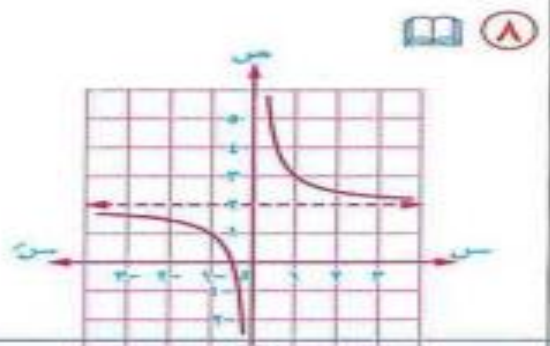
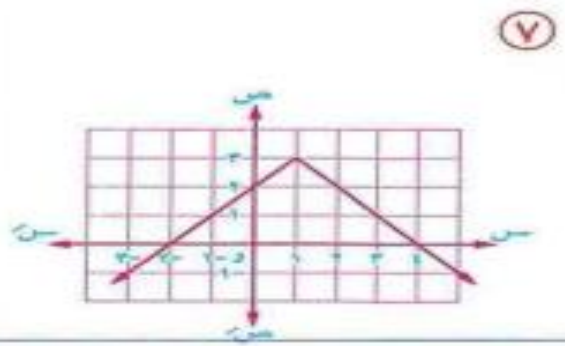
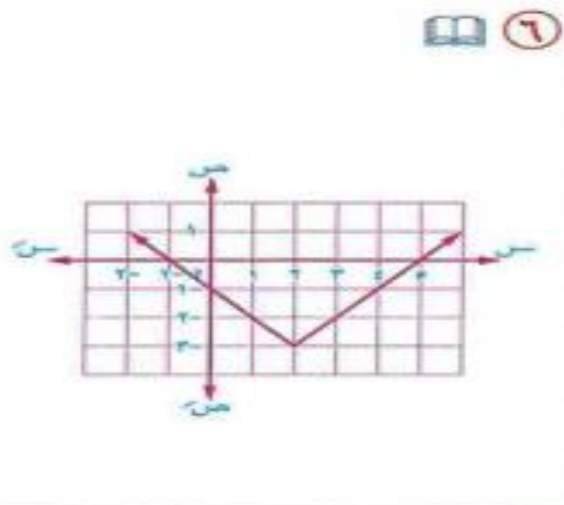
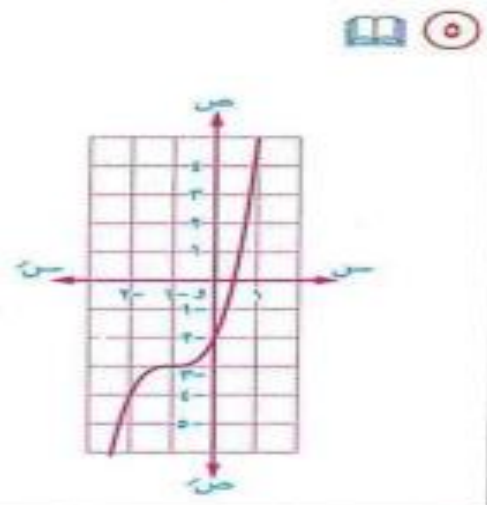
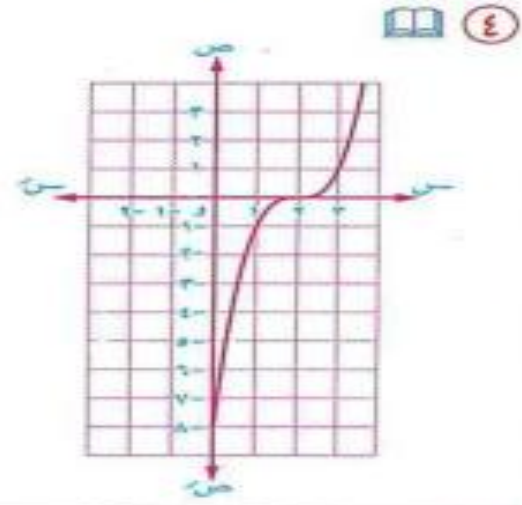
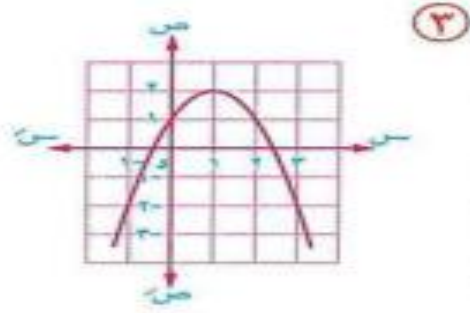
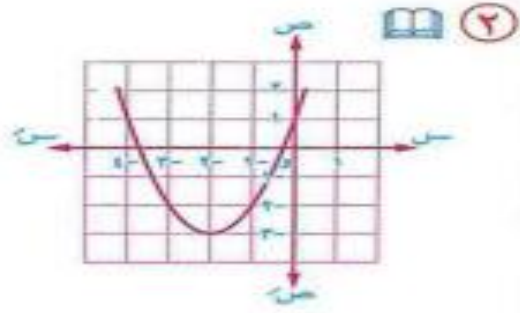
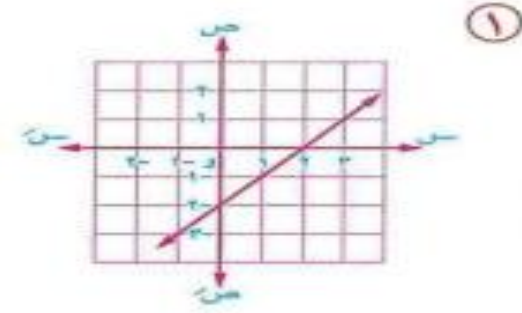
$$\textcircled{1} \quad r(s) = \frac{1}{2+s}$$

$$\textcircled{3} \quad r(s) = \frac{1-s}{2-s}$$

$$\textcircled{5} \quad r(s) = \frac{2-s}{2-s}$$

$$\textcircled{7} \quad r(s) = \frac{3-s-5}{2-s}$$

اكتب قاعدة الدالة الممثلة بيانيًا بكل من الأشكال الآتية :



الدرس السادس حل معادلات القيمة المطلقة

±

٦ إذا كان $|س| = ٢$ فإن $س = ٢ \oplus$

٧ إذا كان $|ب| = |پ|$

فإن $ب = پ$ أو $ب = -پ$

٨ $٢پ = ٢(|پ|)$

٩ $|پ| = \sqrt[٢]{پ}$

١٠ إذا كان $|س| = س$

فإن $س \in [٠, \infty)$

١١ إذا كان $|س| = -س$

فإن $س \in [-\infty, ٠]$

١ $٠ \leq |پ|$

مقياس أي عدد هو عدد غير سالب

٢ $|ب| \times |پ| = |ب \times پ|$

$١٥ = |٥| \times |٣| = |١٥|$

٣ $|ب| + |پ| \geq |ب + پ|$

$|٣| + |٥| \geq |٣ + ٥|$

٤ $|پ-| = |پ|$

٥ $|١ - س| = |س - ١|$

$|١ + س| = \sqrt{(١ + س)^2} = \sqrt{١ + ٢س + س^2} = \sqrt{١ + ٢س + س^2}$

(١, ٢)

① الفكرة الأولى

مقياس = ثابت

$$p = |c - v|$$

$$p \pm = c - v$$

$v < c$ $v > c$

$$\begin{aligned} p &= c - v \\ p &= |c - v| \\ p &= v - c \end{aligned}$$

$$p = 2 = 3 - 1 = 2$$

② الفكرة الثانية

$$s + v = |c - v|$$

مثال $s + v = |c - v|$

$$(s + v) \pm = c - v$$

$$\begin{aligned} s + v &= c - v \\ s &= c - 2v \end{aligned}$$

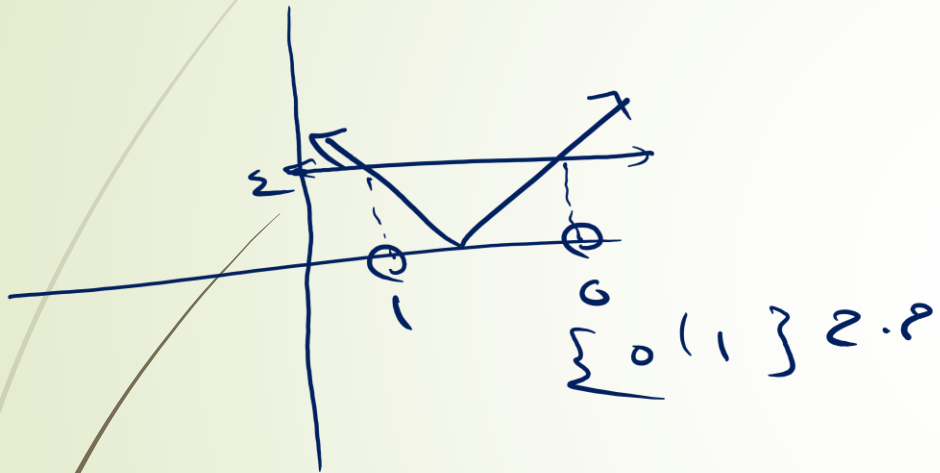
مرحوباً

$$\begin{aligned} s &= c - v \\ s &= v \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s &> v \\ s + v &= c - v \\ s - v &= c - v \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s &= v \\ s &= c - v \\ s &= 2 = 3 - 1 \end{aligned}$$

③ البرج البانج



④ الفكرة الثانية

$$|s + v| = |e + v|$$

$$|v + v| = |v + v|$$

$$(v + v) \pm = v + v$$

$$\begin{array}{l|l} (v + v) - = v + v & v + v = v + v \\ v - v = v + v & v - v = v - v \\ v - v = v + v & v - = v \\ \hline \frac{1}{0} = \frac{v}{0} & \end{array}$$

$$\{v - v\} = 2.0$$

الفكرة الأولى مقياس = ثابت

مثال ١ : أوجد جبرياً حل المعادلات التالية :

$$١ \quad |س - ٢| = ٣$$

الحل

$$\therefore س = ٢$$

$$س > ٢$$

$$س - ٢ = ٣$$

$$س = ٢ + ٣$$

$$س = ٥$$

تحقق

$$\therefore \text{م.ح} = \{٥, ١-\}$$

$$\text{بوضع } س = ٢ = ٠$$

$$\text{عندما } س \leq ٢$$

$$س - ٢ = ٣$$

$$س = ٢ + ٣$$

$$س = ٥$$

تحقق

تشيل المقياس وتحط الجنب الثاني \pm
وتعمل معادلتين وتحل

ولكن في البداية يجب تعديل المقياس

$$|س - ٥| = |٥ - س|$$

صفر المقياس : نضع ما داخل المقياس = صفر

ونحصل علي قيمة س و عندها

نعمل إعادة تعريف للمقياس .

إذا كان $|س| = - \text{عدد}$

فإن م.ح = \emptyset

$$\sum_{س=٥}^{\infty} \{٥, ١-\} \cup \{٥, ١-\}$$

$$3 \quad | 3 - 2s | = 7 \quad | 3 - 2s | = 7$$

الحل

$$7 = | 3 - 2s |$$

$$\text{بوضع } 2s - 3 = 7$$

$$\therefore 2s = 10$$

$$s > \frac{3}{2}$$

$$2s - 3 = 7$$

$$2s = 10$$

$$s = \frac{10}{2} = 5$$

تحقق

$$\therefore \text{ح.م.} = \{ 5, 2 \}$$

$$2 \quad | s - 4 | = 2 \quad | s - 4 | = 2$$

الحل

مرفوض

$$2 = | s - 4 |$$

لأن المقياس = قيمة غير سالبة

$$\therefore \text{ح.م.} = \emptyset$$

$$\text{عندما } s \leq \frac{3}{2}$$

$$2s - 3 = 7$$

$$2s = 10$$

$$s = 5$$

$$s = \frac{10}{2} = 5$$

تحقق

الفكرة الثانية

$$|2s + b| = |js + d|$$

$$|s - 2| = |s + 4| \quad 1$$

الحل

$$s - 2 = \pm (s + 4)$$

$$\therefore s = 2$$

$$s > 2$$

$$s - 2 = -(s + 4)$$

$$s + s = -4 + 2$$

$$2s = -2$$

$$s = \frac{-2}{2} = -1$$

تحقق

$$\therefore \text{م. ح.} = \{-1\}$$

$$\text{بوضع } s - 2 = 0$$

$$\text{عندما } s \leq 2$$

$$s - 2 = s + 4$$

$$-2 = 4$$

مرفوض

$$|s - 2| = |s + 4| \quad 4$$

الحل

$$s - 2 = \pm (s + 4)$$

$$|s - 2| = |s + 4|$$

$$\therefore s = 2$$

$$s > 2$$

$$s - 2 = -(s + 4)$$

$$s + s = -4 + 2$$

$$2s = -2$$

تحقق

$$\therefore \text{م. ح.} = \{-1, 2\}$$

$$\text{بوضع } s - 2 = 0$$

$$\text{عندما } s \leq 2$$

$$s - 2 = s + 4$$

$$s + s = 4 + 2$$

$$2s = 6$$

تحقق

$$|s| + s = 0 \quad 3$$

$|s| = -s$
 ارجع للمحوظة رقم ١٢

$$s \in]-\infty, 0[$$

$$s \in]-\infty, 0[= \text{ح.م.}$$

$$|s + 2| + s - 2 = 0 \quad 2$$

الحل

$$|s + 2| = 2 - s$$

$$s + 2 = \pm(2 - s)$$

$$s > -2$$

$$s + 2 = 2 - s$$

$$s = 0$$

مرفوض

$$\text{ح.م.} = \{0\}$$

$$s \leq -2$$

$$s + 2 = 2 - s$$

$$s = 0$$

$$s = 0$$

يحق

$$10 = |3s - 9| - |3 - s| \quad 5$$

$$10 = |3s - 9| - |3 - s|$$

$$10 = |3s - 9| - |3 - s|$$

$$5 = \frac{10}{2} \quad 10 = |3s - 9|$$

$$5 = |3 - s| \quad \therefore 3 - s = \pm 5$$

$$s - 3 = 5$$

$$s = 2$$

تحقق

$$s - 3 = 5$$

$$s = 8$$

تحقق

$$\therefore \text{ح.م.} = \{2, 8\}$$

$$10 - 3s = |2 + s| \quad 4$$

$$10 - 3s = |2 + s|$$

$$s > -2$$

$$\text{عندما } s \leq -2$$

$$10 + 3s = 2 + s$$

$$2 - 10 = s + 3s$$

$$8 = 4s$$

$$2 = \frac{8}{4} = s$$

لا تحقق

$$\therefore \text{ح.م.} = \{2\}$$

$$10 - 3s = 2 + s$$

$$s - 3s = 2 - 10$$

$$-2s = -8$$

$$s = \frac{-8}{-2} = 4$$

تحقق

الفكرة الثالثة مقياس = مقياس

يمكن الحل مثل كل الأنواع السابقة بدون الإلتزام بشرط صفر المقياس أو الحل بتربيع الطرفين .

$$| 3 + 2s | = | 7 + 3s | \quad 1$$

الحل

$$(3 + 2s) \pm = (7 + 3s)$$

$$3 - 2s = 7 + 3s$$

$$3 + 2s = 7 + 3s$$

$$7 - 3 = 2s + 3s$$

$$7 - 3 = 2s - 3s$$

$$4 = 5s$$

$$4 = -s$$

$$s = \frac{4}{5}$$

يحقق

يحقق

$$| 2 - | 1 - | 2 - 2 - | = 0$$

الحل

$$| 2 - | 1 - | 2 - 2 - |$$

$$| 2 - | 1 - | 2 - 2 - |$$

$$2 + 4 = 1 - 2$$

$$6 = 1 - 2$$

$$6 = 1 - 2$$

$$6 = 1 - 2$$

يحقق

$$\{ 6, 1 - 2 \} = \text{ح.م.}$$

$$2 - 2 = 1 - 2$$

$$0 = 1 - 2$$

$$0 = 1 - 2$$

$$0 = 1 - 2$$

يحقق

الحل البياني

٢

بترسم كل طرف كأنه دالة منفصلة وتجيب نقط
التقاطع يبقي ده الحل .

مثال ١ : حل بيانياً :

١ |س| - ٢ = ٠

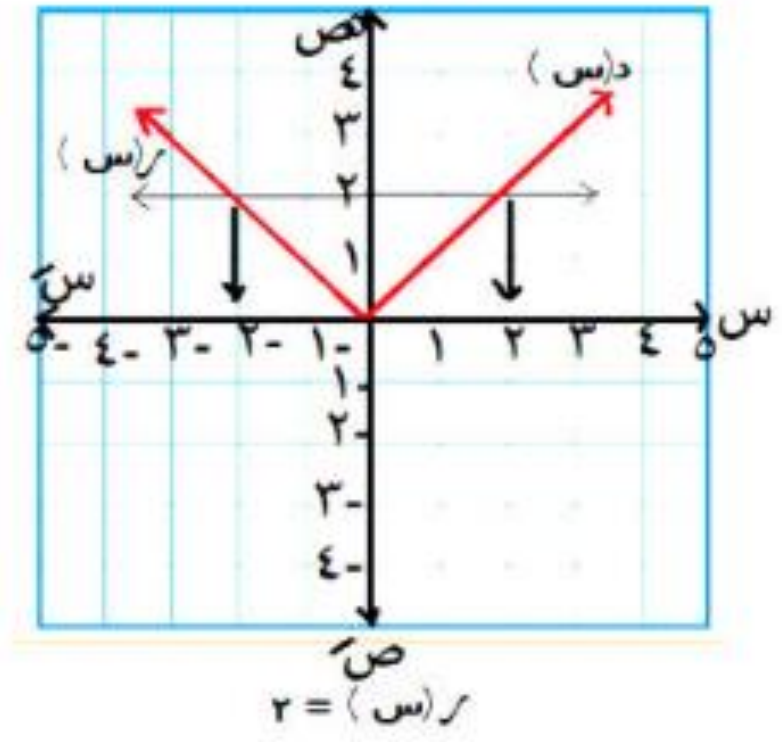
الحل

|س| = ٢
د(س) = |س|

من الرسم

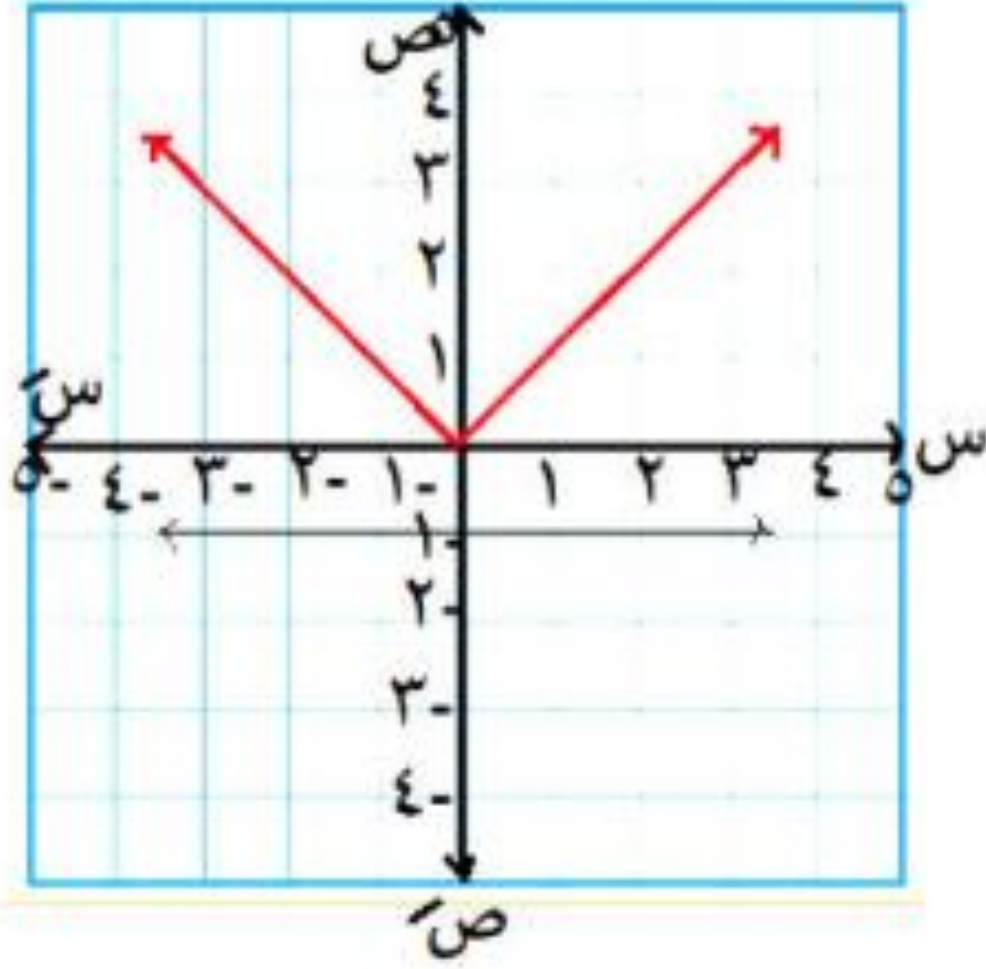
∴ ح.م =

{ -٢, ٢ }



$$2 \quad |s| + 1 = 0$$

الحل

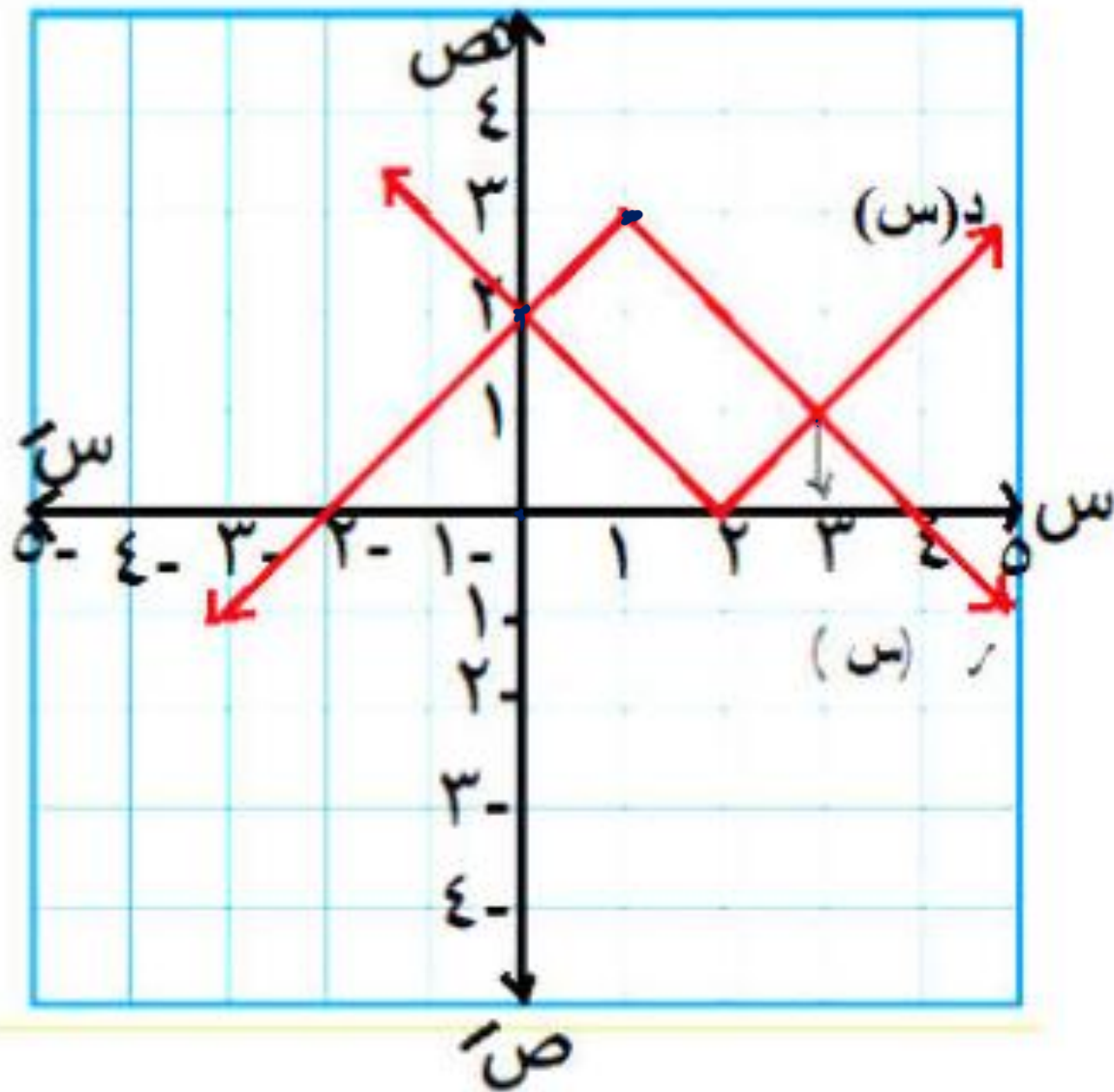


$$|s| = -1$$
$$D(s) = |s|$$

من الرسم

$$\emptyset = \text{م. ح.}$$

$$3 = |1 - s| + |2 - s|$$



$$(0, 2) \quad |2 - s| = (s)$$

$$= (s)$$

$$(1, 3) \quad |1 - s| = 3$$

من الرسم

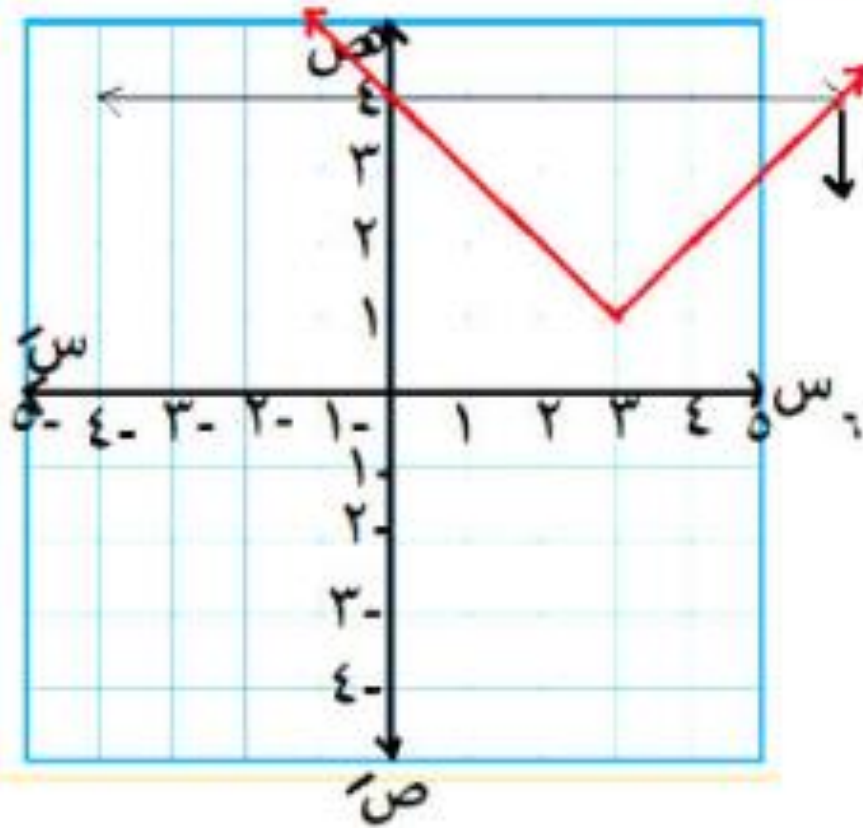
$$\{3, 0\} = \text{ح.م.}$$

٤ ارسم منحنى الدالة $d(s) = |s-3| + 1$

ومن الرسم ابحث الأضداد ثم أوجد مجموعة

حل المعادلة $d(s) = 4$

الحل



الأضداد :

تناقصية في

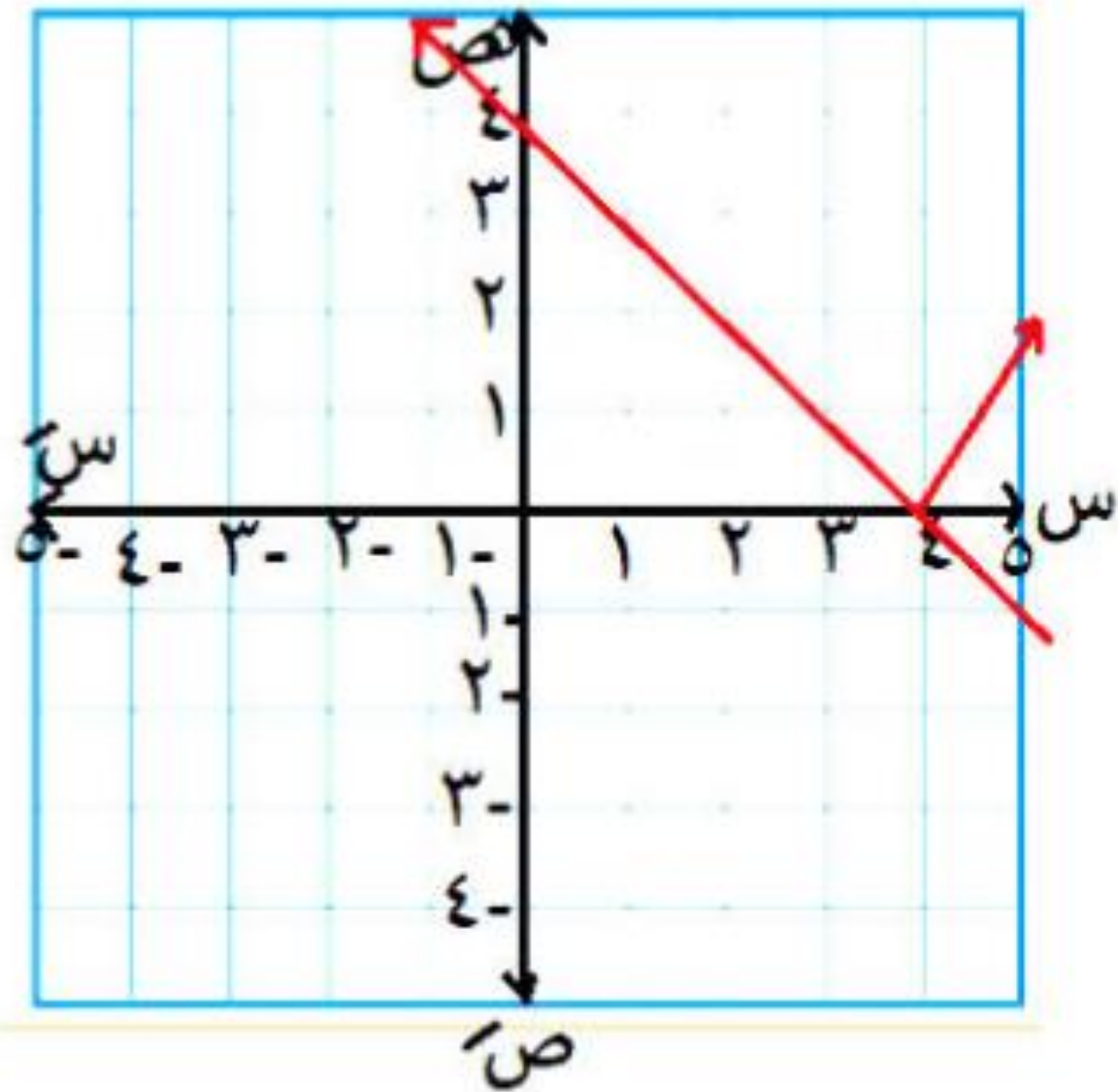
$]-\infty, 3[$

تزايدية في

$]3, \infty[$

$\therefore \text{م.ح} = \{0, 6\}$

$$5 \quad | 5 - 4 = 1 | \text{سر}$$



$$د(س) = | 5 - 4 |$$

$$ر(س) = 5 - 4$$

من الرسم

ن.م.ح =

$$[-\infty , 4]$$

أوجد جبرياً في ح مجموعة حل كل من المعادلات الآتية :



$$x - \sqrt{x} = 15 - \sqrt{x}$$

$$(x - \sqrt{x}) + = 15 - \sqrt{x}$$

عبر الصيغتين

$$x - \sqrt{x} = 15 - \sqrt{x}$$

$$x = 15$$

$$x + \sqrt{x} = 15 - \sqrt{x}$$

$$x + 3 = \sqrt{x} + 15$$

$$x + 3 = 15 + \sqrt{x}$$

$$x = 15 + \sqrt{x} - 3$$

$$x = 12 + \sqrt{x}$$

$$x - \sqrt{x} = 12$$

$$\sqrt{x} = 12$$

$$x = 144$$

لا تتحقق

ج.م = $\left\{ \frac{15}{1} \right\}$

$$1) \quad |x| = 20 \Rightarrow x = 20 \text{ or } x = -20$$

$$2) \quad 2 = |2 + x| - 2 \Rightarrow |2 + x| = 4 \Rightarrow 2 + x = 4 \text{ or } 2 + x = -4 \Rightarrow x = 2 \text{ or } x = -6$$

$$3) \quad |x - 2| = |2 - x| - 4 \Rightarrow |x - 2| + 4 = |2 - x|$$

$$4) \quad |x| = 2 \Rightarrow x = 2 \text{ or } x = -2$$

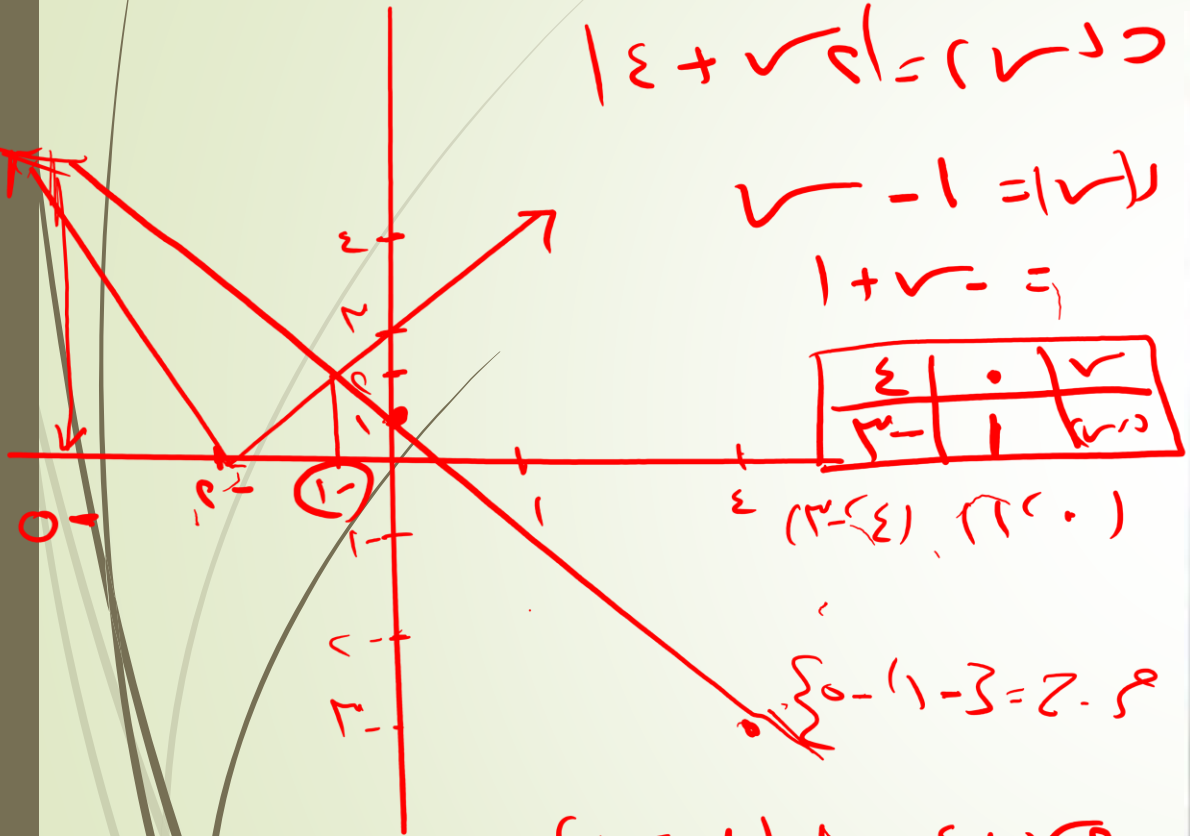
$$5) \quad |x + 5| = |5 + x| - 2 \Rightarrow |x + 5| + 2 = |5 + x|$$

$$6) \quad |x - 2| = |5 + x|$$

$\left\{ \frac{2}{2} \right\}$

(-5) .

أوجد بيانًا في مع مجموعة حل كل من المعادلات الآتية ، وحقق الناتج جبريًا :



$$\sqrt{x} - 1 = 1 + \sqrt{x}$$

$$\sqrt{x} - 1 = 1 + \sqrt{x}$$

$$1 + \sqrt{x} = 1 + \sqrt{x}$$

4	0	√
3	1	د

(0, 0) (3, 1) (4, 2)

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$\sqrt{x} - 1 = 1 + \sqrt{x}$$

$$\sqrt{x} - 1 = 1 + \sqrt{x}$$

$$\sqrt{x} - 1 = 1 + \sqrt{x}$$

$$\sqrt{x} - 1 = 1 + \sqrt{x}$$

$$\sqrt{x} - 1 = 1 + \sqrt{x}$$

$$\sqrt{x} - 1 = 1 + \sqrt{x}$$

$$\sqrt{x} - 1 = 1 + \sqrt{x}$$

$$\sqrt{x} - 1 = 1 + \sqrt{x}$$

- 1. $x = 4$
- 2. $x = 0$
- 3. $x = 1$
- 4. $x = 0$
- 5. $x = 0$
- 6. $x = 1$
- 7. $x = 1$
- 8. $x = 1$
- 9. $x = 1$
- 10. $x = 1$
- 11. $x = 1$
- 12. $x = 1$
- 13. $x = 1$
- 14. $x = 1$
- 15. $x = 1$

١ مجموعة حل المعادلة : $|x - 2| = 3$ هي

(1) $\{2, 3\}$ (ب) $\{-1, 0\}$ (ج) $[-1, 0]$ (د) $\{0, -1\}$

٢ مجموعة حل المعادلة $|5 - x| = 1 + 4 = 5$ هي \mathcal{E} هي

(1) $\{\frac{4}{5}\}$ (ب) $\{\frac{4}{5}, \frac{6}{5}\}$ (ج) \emptyset (د) $\{\frac{7}{5}\}$

٣ مجموعة حل المعادلة : $|x - 2| = |2 - x|$ هي \mathcal{E} هي

(1) $\{2\}$ (ب) $\{2, -2\}$ (ج) \mathcal{E} (د) \emptyset

٤ مجموعة حل المعادلة : $|2 - x| = |4 - x|$ هي \mathcal{E} هي

(1) $\{0, 1\}$ (ب) $\{0, -1\}$ (ج) $\{-1, 0\}$ (د) $\{-1, -0\}$

٥ مجموعة حل المعادلة : $|2 - x| = |1 - x|$ هي \mathcal{E} هي

(1) $\{2\}$ (ب) $\{2, \frac{1}{2}\}$ (ج) $\{2, \frac{1}{2}\}$ (د) \emptyset

٦ مجموعة حل المعادلة : $|x - 2| = |x - 2|$ هي \mathcal{E} هي

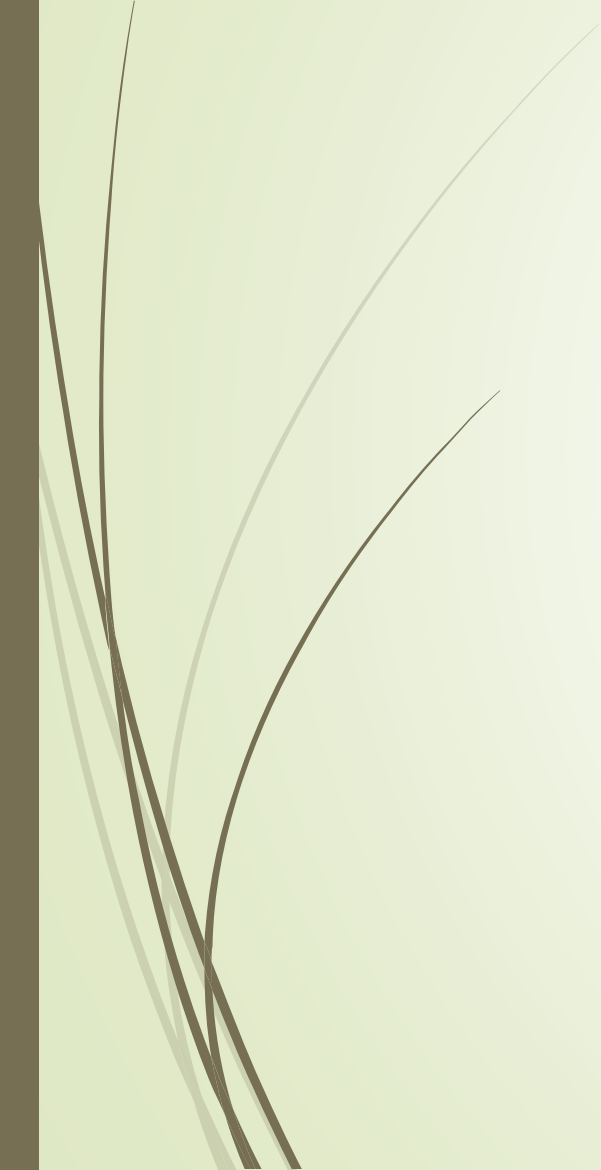
(1) \emptyset (ب) $\{2\}$ (ج) $]-\infty, 2]$ (د) \mathcal{E}

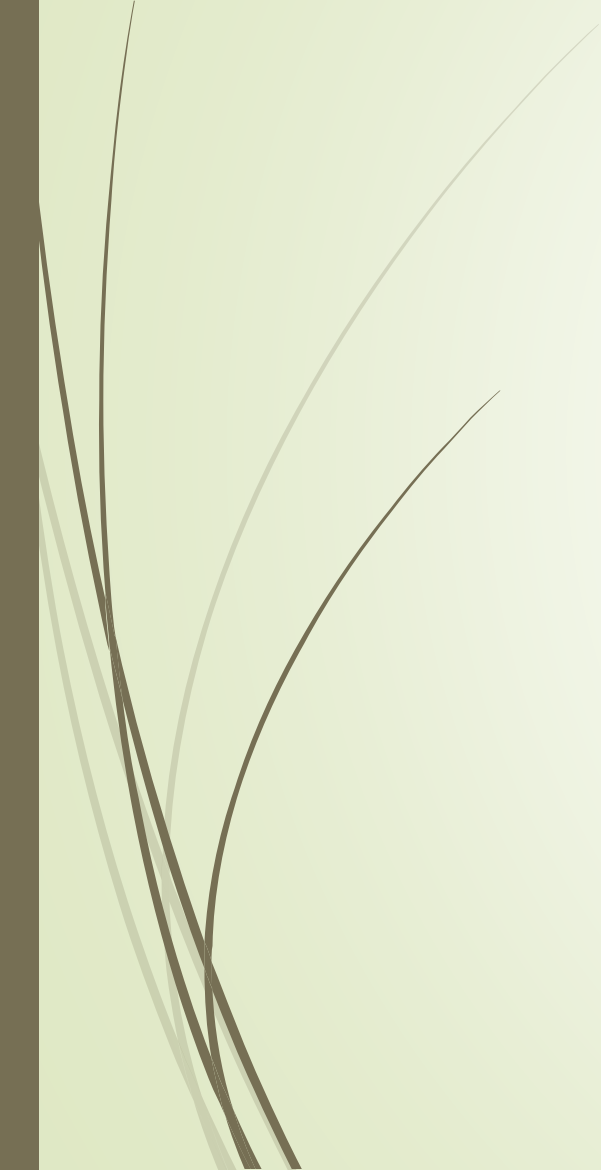
٧ مجموعة حل المعادلة : $\frac{1}{x} = \frac{1}{|x - 2|}$ هي حيث $x \neq 2$

(1) $\{0\}$ (ب) $\{1\}$ (ج) $\{0, 1\}$ (د) \emptyset

٨ مجموعة حل المعادلة : $|x - 2| = x + 2$ هي

(1) $\{2\}$ (ب) $]-\infty, 2[$ (ج) $]-\infty, 2[$ (د) \emptyset





الجزء الثاني من الدرس
متباينات القيمة المطلقة

شوية ملاحظات هامة

١ $|s| \geq p$

$p \geq s \geq -p$

$|p, -p| = \text{ح.م.}$

٢ $|s| \leq p$ (منفصل)

إما $s \leq p$ أو $s \geq -p$

$|p, -p| = \text{ح.م.}$

٣ $|s| \geq 0$

$\therefore |s| = 0$

لأنه مینفعلش يكون أصغر من صفر

٤ $|s| > 0$

$\therefore \text{ح.م.} = \emptyset$

٥ $|s| > 1$

$\therefore \text{ح.م.} = \emptyset$

٦ $|s| < 1$

عام جداً

$\therefore \text{ح.م.} = \text{كل الأعداد الحقيقية}$

٧ $|s| < 0$

$\therefore \text{ح.م.} = \emptyset$

$|s| < 0$
 $\therefore \text{ح.م.} = \emptyset$

* لكل $a \in \mathbb{R}^+$

١ إذا كان : $a > |x|$ فإن : $-a > x > a$
 أي أن $x \in]-a, a[$



٢ إذا كان : $a \geq |x|$ فإن : $-a \geq x \geq a$
 أي أن $x \in [-a, a]$



٣ إذا كان : $a < |x|$ فإن : $x < -a$ أو $x > a$ *نصفين*
 أي أن $x \in]-\infty, -a[\cup]a, \infty[$



٤ إذا كان : $a \leq |x|$ فإن : $x \leq -a$ أو $x \geq a$
 أي أن $x \in]-\infty, -a] \cup [a, \infty[$



* لكل $a \in \mathbb{R}^-$

١ مجموعة حل المتباينة : $a > |x|$ ، $a \in \mathbb{R}^-$ هي $x \geq a$ تساوي \emptyset

٢ مجموعة حل المتباينة : $a < |x|$ ، $a \in \mathbb{R}^-$ هي $x \leq a$ تساوي \mathbb{R}

١ $|x| - 2 \geq 0$

$|x| \geq 2$

$x \geq 2$ $x \leq -2$

م.ح = $[-2, 2]$

٢ $\sqrt{x^2 - 1} \geq 1$

$\sqrt{(x-1)}$ ≥ 1

$|x-1| \geq 1$

بإضافة ١ $1 \geq x - 1 \geq 1$

$1 + 1 \geq 1 + 1 - x \geq 1 + 1$

$x \geq 0$ $x \geq 2$

م.ح = $[2, \infty)$

٣ $|x^2 - 5| + |5 - x^2| > 14$

$|x^2 - 5| + |5 - x^2| > 14$

$2 \div |x^2 - 5| > 14 \div 2$

$7 > |x^2 - 5|$

$7 > x^2 - 5 > 0$ بإضافة ٥

$0 + 7 > 0 + 0 - x^2 > 0 + 7$

$2 > x^2 > 12 \div 2$

$1 > x > 1$

م.ح = $[-1, 1]$

$$0 > |2s - 3| \quad 6$$

$$\emptyset = \text{م.ح}$$

$$2 > |1 - s| \quad 4$$

$$\emptyset = \text{م.ح}$$

لأن المقياس عدد غير سالب

$$0 \geq |2 + s| \quad 5$$

المقياس لا يمكن أن يكون أصغر من صفر
لكن ممكن = صفر

$$0 = |2 + s| \quad \therefore$$

$$2 + s = 0 \quad s = -2$$

$$\therefore \text{م.ح} = \{-2\}$$

الفكرة الثانية | س | < عدد

دي تنفصل لجزئين

$$1 \quad | \text{س} | < 2$$

$$3 \quad | \text{س} | < 2 - 3$$

إما $س < 2$ أو $س > 2$

$$\text{م.ح} = \text{ح} - [2, 2)$$

لاحظ في الفرق بتفعل المفتوح وتفتح المغلق

$$2 \quad | \text{س} + 2 | < 3$$

إما $س + 2 < 3$ أو $س + 2 > 3$

$$\text{س} < 3 - 2 \quad \text{س} > 3 - 2$$

$$\text{س} < 1 \quad \text{س} > 5$$

$$\text{م.ح} = \text{ح} - [5, 1)$$

$$| \text{س} - 3 | < 5$$

إما $س - 3 < 5$ أو $س - 3 > 5$

$$\text{س} < 3 + 5 \quad \text{س} > 3 + 5$$

$$\text{س} < 8 \quad \text{س} > 2$$

$$\text{س} < 4 \quad \text{س} > 1$$

$$\text{م.ح} = \text{ح} - [1, 4)$$

$$5 \leq \frac{1}{|1-3s|} \quad 6$$

هتقلب الطرفين وتغير إتجاه المتباينة

$$\frac{1}{5} \geq |1-3s|$$

بإضافة 1 + $\frac{1}{5} \geq 1-3s \geq \frac{1}{5}$

3 ÷

$$\frac{1}{5} \geq 3s \geq \frac{4}{5}$$

$$\frac{1}{15} \geq s \geq \frac{4}{15}$$

متساوئ تصفر المقام

$$\frac{1}{15} = s = \frac{4}{15}$$

$$\text{م.ح} = \left[\frac{1}{15}, \frac{4}{15} \right] - \left\{ \frac{1}{3} \right\}$$

$$6 \leq |4+3s| + \sqrt{(2+s)} \quad 4$$

$$6 \leq |2+s| + |2+s|$$

$$6 \leq |2+s| + 2$$

$$4 \leq |2+s|$$

$$2 \leq 2+s \text{ أو } 2 \leq 2+s$$

$$2-2 \leq s$$

$$0 \leq s$$

$$2-2 \leq s$$

$$0 \leq s$$

$$\text{م.ح} = [-4, 0]$$

$$5 \leq |s| \quad 5$$

$$\text{م.ح} = \text{م.ح} = \text{ح}$$

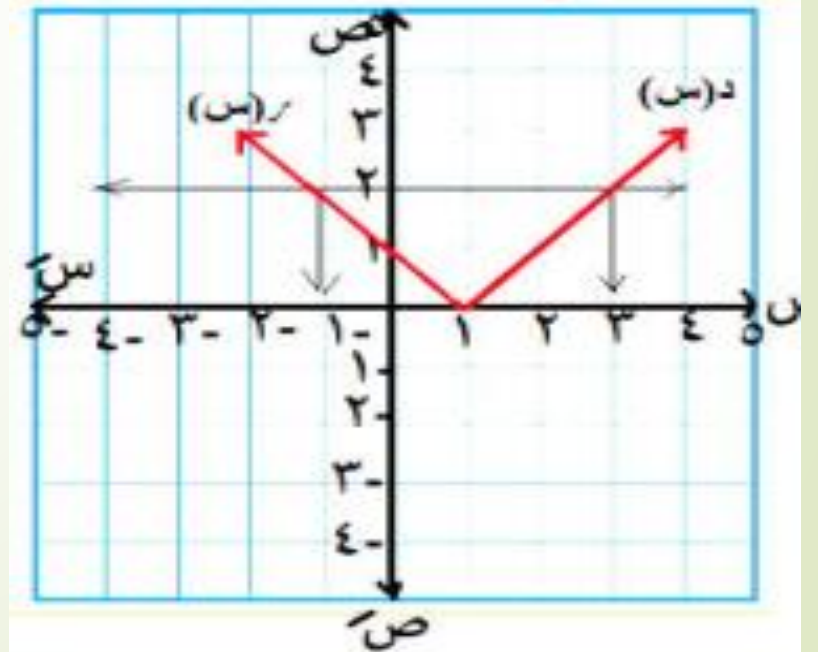
لأن المقياس دائماً ≥ 0

يعني أكبر من أي عدد سالب

الفكرة الثالثة الحل البياني

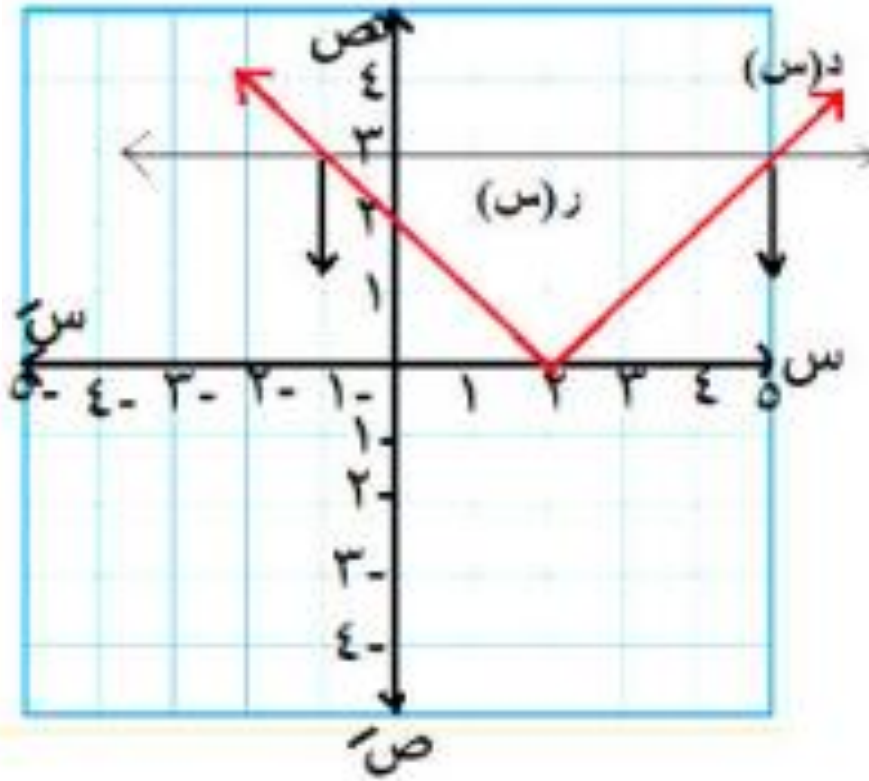
$$x > 1 \quad | \quad x - 1$$

$$\begin{aligned} \text{د(س)} &= |x - 1| \quad \text{ب.م.ح.} \\ \text{ر(س)} &= 2 \end{aligned}$$



$$x > 2 \quad | \quad x - 2$$

$$\begin{aligned} \text{د(س)} &= |x - 2| \\ \text{ر(س)} &= 3 \end{aligned}$$

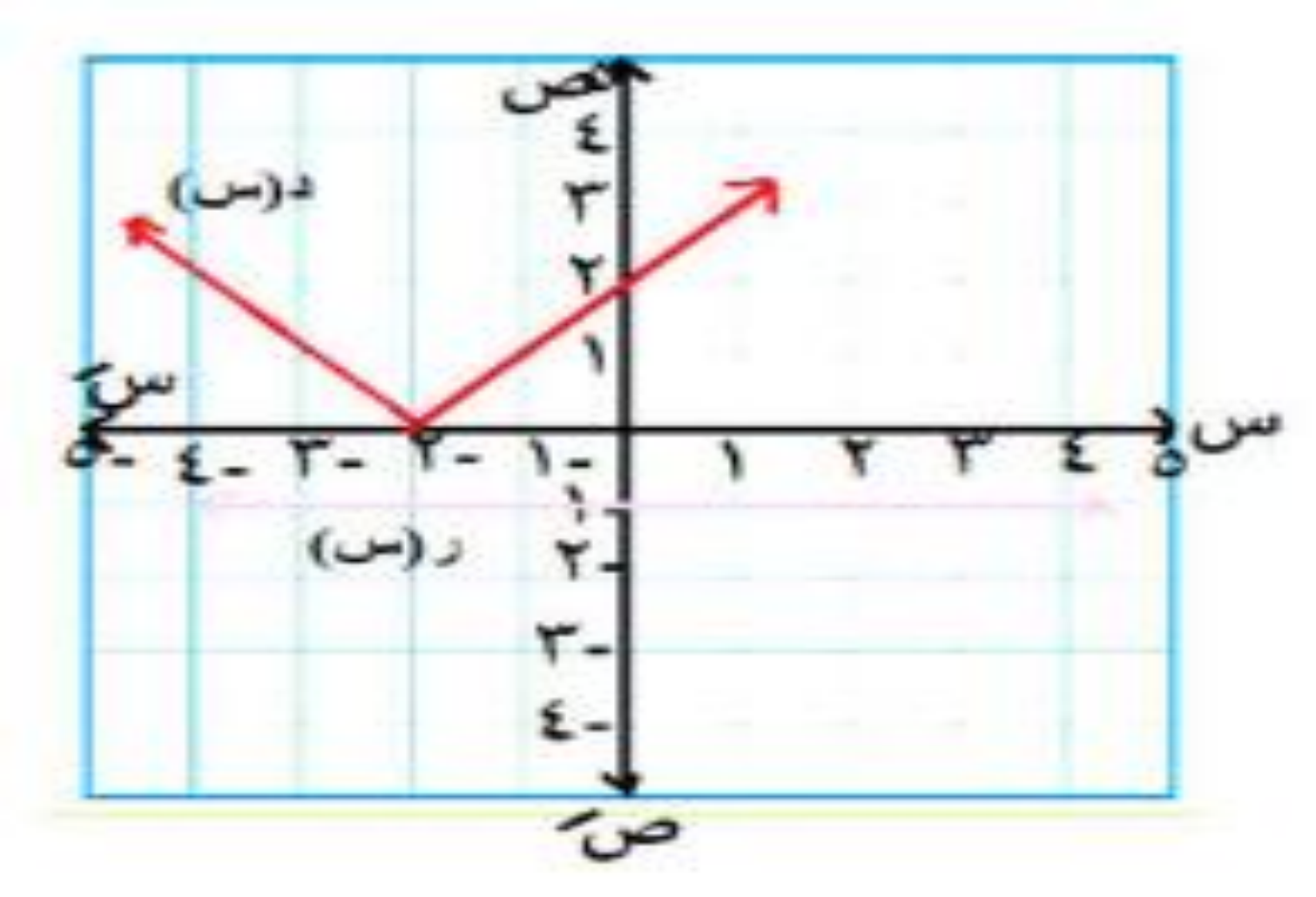


$$\begin{aligned} \text{ب.م.ح.} &= \\ &[-1, 5] \end{aligned}$$

۳ | $s + 2 < 1$

د (س) = $s + 2$
ر (س) = 1

∴ م. ح = ح



الفكرة الرابعة تعيين المجال

$$1 \quad \text{د(س)} = \frac{1+s}{|5+s|}$$

بوضع $|5+s| = 0$

$$s = -5$$

المجال : ح - $\{ -5 \}$

$$s = -5$$

$$2 \quad \text{د(س)} = \frac{2s}{3-|s|}$$

بوضع $|s| - 3 = 0$

$$s = \pm 3$$

المجال : ح - $\{ \pm 3 \}$

$$3 \quad \text{د(س)} = \frac{2}{|s|-2}$$

بوضع $|s| - 2 = 0$

$$|s| = 2$$

إما $s = 2$ أو $s = -2$

المجال : ح - $\{ -2, 2 \}$

$$4 \quad \text{د(س)} = \frac{1}{|s-5|}$$

بوضع $|s| - 5 < 0$

$$]-\infty, -2[\cup]2, \infty[$$

$$-|s| \leq -5$$

$$|s| > 5$$

$$-5 > s > 5$$

المجال : $]-\infty, -5[\cup]5, \infty[$

آخر فكرة

ابحث نوع الدوال من حيث كونها زوجية أو فردية أو غير ذلك :

$$١ \quad د (س) = س^٢ |س| - ١$$

لكل س ، (- س) \exists للمجال

$$د (- س) = (- س)^٢ | - س | - ١$$

$$= س^٢ |س| - ١ = د (س)$$

∴ الدالة زوجية

$$٢ \quad د (س) = \frac{جئاس}{٣ - |س|}$$

$$د (- س) = \frac{جئ(- س)}{٣ - | - س |}$$

$$∴ الدالة زوجية \quad د (س) = \frac{جئاس}{٣ - |س|} =$$

$$٣ \quad د (س) = \frac{|س + ٢| - |س - ٢|}{|س + ٢| + |س - ٢|}$$

$$د (- س) = \frac{| - س - ٢| - | - س + ٢|}{| - س - ٢| + | - س + ٢|}$$

$$∴ الدالة فردية = \frac{(|س + ٢| - |س - ٢|)}{|س + ٢| + |س - ٢|}$$

$$\left. \begin{array}{l} \bullet \text{ - من } \leq \\ \bullet \text{ - من } > \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2 \text{ (س - س)} \\ | \text{ س - س } | \end{array} = \text{د (س - س)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \bullet \text{ من } \geq \\ \bullet \text{ من } < \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2 \text{ س} \\ | \text{ س } | \end{array} = \text{د (س - س)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \bullet \text{ من } \leq \\ \bullet \text{ من } > \end{array} \right\} \begin{array}{l} | \text{ س } | \\ 2 \text{ س} \end{array} =$$

د (س - س) \neq د (س) \neq د - د (س)
 ∴ الدالة ليست زوجية وليست فردية

$$\left. \begin{array}{l} \bullet \text{ من } \leq \\ \bullet \text{ من } > \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2 \text{ س} \\ | \text{ س } | \end{array} = \text{د (س)}$$

أوجد جبريًا مجموعة الحل في \mathbb{R} لكل من المعادلات الآتية :

$$10 = |3x - 2| - |9 - x| \quad [1] \quad 10 = \sqrt{x^2 - 4x + 4} + x \quad [2]$$

$$x^2 - |x| - 28 = 0 \quad [3]$$

$$10 = |3x - 2| - |9 - x| \quad [1]$$

(لاحظ أن: $|3x - 2| = |2 - 3x|$)

$$\therefore 2|2 - 3x| - 10 = 0 \quad \therefore |2 - 3x| = 5 \quad \therefore 3 - x = \pm 5$$

$$\therefore 3 - x = 5 \text{ ومنها } x = -2$$

$$\text{أ، } 3 - x = -5 \text{ ومنها } x = 8$$

$$\therefore 2|2 - 3x| - 10 = 0$$

$$[3] \quad |x| = \begin{cases} x & , x \leq 0 \\ -x & , x > 0 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x^2 - 2x - 28 = 0 & , x \leq 0 \\ x^2 + 2x - 28 = 0 & , x > 0 \end{cases}$$

$$\text{، عندما } x \leq 0 : x^2 - 2x - 28 = 0$$

$$\therefore (x - 7)(x + 4) = 0 \text{ ومنها } x = 7 \text{ ومنها } x = -4 \text{ ، }]-\infty, 0] \not\subset \{-4, 7\}$$

$$\text{، عندما } x > 0 : x^2 + 2x - 28 = 0$$

$$\therefore (x + 7)(x - 4) = 0 \text{ ومنها } x = -7 \text{ ومنها } x = 4 \text{ ، }]0, \infty[\not\subset \{-7, 4\}$$

$$\therefore \text{مجموعة الحل} = \{7, -7\}$$

$$\therefore \sqrt{(x-2)^2} = 10 - x$$

$$[2] \quad \sqrt{x^2 - 4x + 4} + x = 10$$

$$\therefore |x - 2| = 10 - x$$

$$\text{، } |x - 2| = \begin{cases} x - 2 & , x \geq 2 \\ 2 - x & , x < 2 \end{cases}$$

$$\text{عندما } x \geq 2 : x - 2 = 10 - x \text{ ومنها } x = 6 \in]2, \infty[$$

$$\text{، عندما } x < 2 : 2 - x = 10 - x$$

$$\therefore \text{مجموعة الحل} = \{6\}$$

$$\therefore 2 = 10 \text{ (وهذا مستحيل)}$$

١١) مجموعة حل المعادلة : $x^2 = 2 - |x|$ هي

- (1) $\{1, -1\}$ (ب) $\{2, -2\}$ (ج) $\{1, -2\}$ (د) $\{-1, 2\}$

١٢) إذا كانت مجموعة حل المعادلة : $|x - 4| = b$ هي $\{9, 5\}$ فإن : (أ) $(4, 2) =$

- (1) $(7, 2-)$ (ب) $(2, 7)$ (ج) $(7, 2)$ (د) $(2, 7-)$

١٣) إذا كانت : د (س) $= \sqrt{x^2 + |x|}$ فإن مجموعة حل المعادلة : د (س) $= 2$ في ح

- (1) $\{2, -2\}$ (ب) $\{1, -1\}$ (ج) $\{0, 2\}$ (د) $\{-1, 0\}$

١٤) إذا كان : د (س) $= |x - 2| + 4$ فإن مجموعة حل المعادلة : د (س) $= 2$ هي

- (1) $\{3, 1\}$ (ب) ح (ج) \emptyset (د) $\{-1, -2\}$

١٥) إذا كان : د (س) $= |x - 2| + 4$ فإن مجموعة حل المعادلة : د (س) $= 6$ هي

- (1) $\{4, 0\}$ (ب) $\{2, -2\}$ (ج) $\{4, 2\}$ (د) $\{-2, -4\}$

١٦) مجموعة حل المعادلة : $\sqrt{x^2 - 12x + 9} = 5$ هي

- (1) $\{4\}$ (ب) $\{-1\}$ (ج) $\{4, -1\}$ (د) ح

١٧) أى مما يأتى لا ينتمى لمجموعة حل المعادلة $|x + 2| + |x - 1| = 3$

- (1) $2-$ (ب) صفر (ج) $3-$ (د) 1

١٨) مجال الدالة د : د (س) $= \frac{2}{x - |x|}$ هو

- (1) ح $\{2\}$ - (ب) ح $\{2-\}$ (ج) ح (د) ح $\{2, -2\}$ -

١٩) مجال الدالة د : د (س) $= \frac{1}{x + |x|}$ هو

- (1) ح (ب) $\{3, -2\}$ (ج) ح $\{2, -2\}$ (د) ح $\{3\}$ -

٢٠) إذا كان مجال الدالة د : د (س) $= \frac{x}{x + |x|}$ هو ح $\{2, -2\}$ فإن : ٢ =

- (1) 2 (ب) $2-$ (ج) $2 \pm$ (د) صفر

٢١) الدالة د : د (س) $= \frac{x|x|}{|x|}$ من حيث نوعها تكون

- (أ) فردية. (ب) زوجية.

- (ج) ليست فردية وليست زوجية. (د) أحادية.

أوجد في ح مجموعة حل كل من المتباينات الآتية جبرياً :

$$]8, 2[- \text{ - ح}$$

$$5 \leq |3 - س| \text{ ②}$$

$$]8, 2[- \text{ ,}$$

$$5 \geq |3 - س| \text{ ①}$$

$$]10, 4[- \text{ ,}$$

$$7 > |س - 2| \text{ ③}$$

$$]1, 4[- \text{ - ح}$$

$$2 < |5 + س| \text{ ④}$$

$$\emptyset$$

$$4 > 5 + |2 + س| \text{ ⑥}$$

$$]7, 1[- \text{ ,}$$

$$1 \geq \left| \frac{3 - س}{4} \right| \text{ ⑤}$$

$$\left\{ \frac{2}{3} \right\} -] \frac{7}{4}, \frac{5}{4} [\text{ , } 2 < \frac{1}{|3 - س|} \text{ ⑧}$$

$$\{0\} - \left[\frac{1}{15}, \frac{1}{15} - \right] \text{ , } 5 \leq \frac{1}{|س|} \text{ ⑦}$$

$$]5, 2[- \text{ - ح} \text{ , } 4 \leq \sqrt{1 + س - 2س} \text{ ⑩}$$

$$\left[\frac{7}{4}, \frac{1}{4} - \right] - \text{ ح} \text{ , } 7 < 2 + |3 - س| \text{ ⑨}$$

أوجد مجال كل من الدوال المعرفة بالقواعد الآتية

$$① \text{ د (س) } = \frac{2}{1 - |س|}$$

$$② \text{ د (س) } = \frac{س^2}{5 - |س - 2|}$$

$$⑤ \text{ د (س) } = \sqrt{2 - |س|}$$

١٤ ابحث نوع كل من الدوال المعرفة بالقواعد الآتية من حيث كونها زوجية أو فردية أو غير ذلك :

$$① \text{ د (س) } = |س|$$

$$② \text{ د (س) } = \frac{|س + 1| + |س - 1|}{|س + 1| - |س - 1|}$$

$$⑤ \text{ د (س) } = 2 - |س| + 2|س|$$

الفكرة الأولى تعويض مباشر

الدرس الثاني:
إيجاد نهاية الدالة جبرياً

** ببساطة كدة هنتكلم عن إيه الدرس ده؟؟
هنجيب نهاية الدالة بالتعويض المباشر تمام؟

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x+2}$$

الحل

$$\frac{2-2}{2+2} = \frac{0}{4} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x+2} = 0$$

نهما (0) = 0
الفكرة الثانية التحليل

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2-25}{x-5}$$

الحل

بالتعويض المباشر = $\frac{0}{0}$

كمية غير معينة

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-5)(x+5)}{x-5}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} (x+5) = 5+5 = 10$$

صفر
صفر

الحالة الأولى:

إذا أعطاني ناتج كمية معينة أكتبها
وخلص

الحالة الثانية:

إذا كانت كمية غير معينة
هنعمل 3 حاجات

هم ✓ التحليل

القسمة المطولة

الضرب x المرافق ✓

$$\frac{س^2 + س - 12}{س + 4} \text{ نها}$$

٤

بالتعويض المباشر = $\frac{3}{4}$

كمية غير معينة

$$\frac{(س + 4)(س - 3)}{(س + 4)} \text{ نها}$$

$$س - 3 =$$

$$س - 4 = 3 - 4 =$$

$$\frac{س^2 - 7س + 10}{س - 4} \text{ نها}$$

بالتعويض المباشر = $\frac{3}{4}$

كمية غير معينة

$$= \frac{(س - 5)(س - 2)}{(س - 2)(س + 2)} \text{ نها}$$

$$= \frac{س - 5}{س + 2} = \frac{3 - 5}{3 + 2} = \frac{-2}{5}$$

٣

$$\frac{س^2 - 5س + 6}{س - 3} \text{ نها}$$

الحل

بالتعويض المباشر = $\frac{3}{4}$

كمية غير معينة

$$\frac{(س - 3)(س - 2)}{س - 3} \text{ نها}$$

$$= س - 2 = 3 - 2 = 1$$

$$\frac{8-2s}{6+s} \quad \text{نها} \quad \begin{matrix} 2 \\ \leftarrow s \end{matrix}$$

٢

$$\frac{\cdot}{\cdot} = \frac{8-2s}{6+s} = \text{بالتعويض المباشر}$$

كمية غير معينة

$$\frac{(4+s+2s)(2-s)}{(3-s)(2-s)} \quad \text{نها} \quad \begin{matrix} 2 \\ \leftarrow s \end{matrix}$$

$$\frac{4+4+4}{3-2} = \frac{4+2s+s}{(3-s)} \quad \text{نها} \quad \begin{matrix} 2 \\ \leftarrow s \end{matrix}$$

$$12 = \frac{12}{1} =$$

$$\frac{9-2s}{3-s} \quad \text{نها} \quad \begin{matrix} 1 \\ \leftarrow s \end{matrix}$$

١

بالتعويض المباشر

$$\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}} = \frac{9-2s}{3-s} = \frac{9-2s}{3-s} \quad \text{نها} \quad \begin{matrix} 1 \\ \leftarrow s \end{matrix}$$

كمية غير معينة

هنا بقي نحلل

$$\frac{(3+s)(3-s)}{(3-s)} \quad \text{نها} \quad \begin{matrix} 1 \\ \leftarrow s \end{matrix}$$

$$6 = 3+3 = (3+s) \quad \text{نها} \quad \begin{matrix} 1 \\ \leftarrow s \end{matrix}$$

الفكرة الثالثة القسمة المطولة

معلمك طريقة اسمها القسمة التركيبية أسهل بكثير جداً من القسمة المطولة

مثال (3) أوجد النهايات التالية:

$$\lim_{s \rightarrow 4} \frac{s^3 - 5s - 4}{s - 4}$$

بالتعويض المباشر = كمية غير معينة

العامل الصفري هو (s - 4)

$$\begin{array}{r} s^3 \quad s^2 \quad s \quad \text{مطلق} \\ 1 \quad 0 \quad -15 \quad -4 \\ \times 4 \\ \hline 4 \quad 16 \quad 4 \quad 4 \\ \hline 1 \quad 4 \quad 1 \quad 0 \end{array} \quad \boxed{4}$$

$s^2 \quad s \quad \text{مطلق}$

$$= \lim_{s \rightarrow 4} \frac{(s - 4)(s^2 + 4s + 1)}{(s - 4)}$$

$$= \lim_{s \rightarrow 4} (s^2 + 4s + 1)$$

$$= 33 = 1 + 16 + 16$$

مثال (٤) $\frac{س^٣ - ٢س + ١}{س^٢ + س - ٢}$ **نہا**

الحل

بالتعويض المباشر = كمية غير معينة

$\frac{(\dots)(س-١)}{(س-١)(س+٢)}$ **نہا**

$س^٣$	$س^٢$	$س$	$مطلق$	
١	٢ -	٠	١	
١ -	١	١	١	×
				١
٠	١ -	١	١	
	$س^٢$	$س$	$مطلق$	

$\frac{(س-١)(س+٢)}{(س-١)(س+٢)}$ **نہا**

$$\frac{1}{3} = \frac{1-1+1}{2+1} =$$

الفكرة الرابعة الضرب في المرافق

نفس الجذر بس بتغير الإشارة اللي بين الجذرين

مثال (٤) أوجد النهايات التالية

$$\lim_{s \rightarrow 5} \frac{\sqrt{s-1}-2}{s-5}$$

١

$$= \lim_{s \rightarrow 5} \frac{\sqrt{s-1}-2}{s-5} \times \frac{\sqrt{s-1}+2}{\sqrt{s-1}+2}$$

$$\frac{\sqrt{s-1}-2}{s-5} \times \frac{\sqrt{s-1}+2}{\sqrt{s-1}+2}$$

$$= \lim_{s \rightarrow 5} \frac{(s-1-4)}{(s-5)(\sqrt{s-1}+2)}$$

$$= \lim_{s \rightarrow 5} \frac{(s-5)}{(s-5)(\sqrt{s-1}+2)}$$

$$= \lim_{s \rightarrow 5} \frac{1}{\sqrt{s-1}+2}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{4}+2} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \frac{1}{4} = \frac{\sqrt{4}-2}{4-4} = \frac{2-2}{4-4}$$

بالضرب في المرافق بسطاً ومقاماً

$$\frac{\text{نہا} \text{س} 5 - 2}{\text{س} 3 - 4 + \sqrt{\text{س} 5}}$$

$$\therefore \frac{25 - 25}{3 - 9\sqrt{}} = \text{بالتعويض المباشر}$$

بالضرب \times المرافق بسطاً ومقاماً

$$\frac{\text{س} 3 + 4 + \sqrt{\text{س} 5}}{\text{س} 3 - 4 + \sqrt{\text{س} 5}} \times \frac{\text{س} 5 - 2}{\text{س} 3 + 4 + \sqrt{\text{س} 5}} =$$

$$= \text{نہا} \text{س} 5$$

$$\frac{(\text{س} 3 + 4 + \sqrt{\text{س} 5}) \times (\text{س} 5 - 2)}{(\text{س} 9 - 4 + \text{س})}$$

$$= \text{نہا} \text{س} (\text{س} 3 + 4 + \sqrt{\text{س} 5})$$

$$(\text{س} 3 + 3)5 = (\text{س} 3 + 9\sqrt{})5 =$$

$$30 = 6 \times 5 =$$

مثال (٥) اختر الإجابة الصحيحة

$$\frac{4}{\pi}$$

٤
نها $\frac{\pi}{4}$ س
ظاس

٥

١
نها (٥) =
س

٢

٢
نها $\sqrt{4-s}$ =
س

٥

إذا كانت نها $\frac{p}{1+s} = 4$ فإن $p = 1.6$

٧

١.٦

جنا $\frac{2s}{\pi}$ =
س

$\frac{p}{2} = 4$

$\frac{1}{\pi}$

إذا كانت نها $\frac{s^2-2}{s-2}$ لها وجود
فإن $p = 1$

٦

$\frac{\sqrt{1+\sqrt{1+s}}}{1+\sqrt{1+s}}$

نها $\frac{\sqrt{1+s}-1}{s}$

٣

١

بنا $\frac{1}{2} = \frac{1}{1+\sqrt{1+s}} = \frac{1-x+x+\sqrt{x}}{1+\sqrt{1+s}}$

ثانياً الأسئلة المقالية

أوجد قيمة كلاً مما يلي

١

١) $\frac{س^2 - 25}{س - 5}$ نها $\leftarrow س$

٢) $\frac{س^2 - 8}{س - 2}$ نها $\leftarrow س$

٣) $\frac{س^2 + 4س + 3}{س^2 - 9}$ نها $\leftarrow س$

نها $\leftarrow س$ $\frac{3س^2 + س - 4}{س^2 - 1}$

٥) إذا كان $\frac{س - 5}{2} = \frac{س^2 - 7س + 2}{س^2 - 1}$ نها $\leftarrow س$

فاوجد قيمة م

٢

أوجد كلاً من:

١) $\frac{س(س + 2) - 4}{س + 2}$ نها $\leftarrow س$

٢) $\frac{س(س - 1) - 1}{س}$ نها $\leftarrow س$

٣) $\frac{س + \sqrt{س} - 12}{س - 9}$ نها $\leftarrow س$

نها $\leftarrow س$ $\left(\frac{3}{س - 1} - \frac{1}{س - 2} \right)$

٣

أوجد كلاً من

١) $\frac{س^2 - 5س - 4}{س - 4}$ نها $\leftarrow س$

٢) $\frac{س^4 - 2س^3 + 2س^2 + 2س}{س - 4}$ نها $\leftarrow س$

٣) $\frac{س^2 + 4س + 4}{س^2 + س - 8}$ نها $\leftarrow س$

أوجد كلاً من

١) $\frac{س\sqrt{س - 1} - 2}{س - 5}$ نها $\leftarrow س$

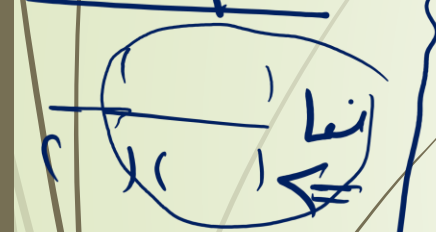
٢) $\frac{س + 1}{س\sqrt{س + 5} - 2}$ نها $\leftarrow س$

٣) $\frac{س^2 - 5س}{س\sqrt{س + 4} - 3}$ نها $\leftarrow س$

نها $\leftarrow س$ $\frac{س\sqrt{س + 8} - 3}{س + 1}$

تقريب (ك) القانون

تقسيم النفاذ



$$\frac{P \cdot \sqrt{1-n}}{P-\sqrt{1-n}}$$

$$\frac{P \cdot \sqrt{1-n}}{P-\sqrt{1-n}}$$

تعديل النفاذ



مباشر
مباشره

$$\frac{1-n}{P \times \sqrt{1-n}} = \frac{\sqrt{1-n}}{P-\sqrt{1-n}} \quad \text{نفاذ } P \leftarrow \sqrt{1-n}$$

$$\frac{P-n}{P \times \frac{P-n}{P}} = \frac{\sqrt{P-n}}{\sqrt{P-n}} \quad \text{نفاذ } P \leftarrow \sqrt{P-n}$$

$$\frac{1-n}{P \times \sqrt{1-n}} = \frac{\sqrt{P} - \sqrt{P+n}}{\sqrt{1-n}}$$

الدرس الثالث:
نظرية (٤) "القانون"

نظرية (٤)

نتيجة (١)

$$\bar{u} = \frac{(P + S) \bar{p} - \bar{u}}{S} \quad \text{هنا}$$

$$\bar{u} = \frac{\bar{p} - \bar{u}}{S - P} \quad \text{هنا}$$

نتيجة (٢)

$$\bar{u} = \frac{\bar{p} - \bar{u}}{P - S} \quad \text{هنا}$$

الفكرة الأولى مسائل مباشرة

مثال (١) أوجد قيمة كلاً مما يلي :

$$١ \quad \frac{٨-٢}{٢} \text{ من } \frac{٢}{٢}$$

الحل

$$١٢ = ٢٢ \times ٣ = \frac{٢-٢}{٢} \text{ من } \frac{٢}{٢}$$

٢

$$\frac{٣٢+٥}{٢+٢} \text{ من } \frac{٢}{٢}$$

الحل

$$\frac{٥(٢-)-٥}{(٢-)-٢} \text{ من } \frac{٢}{٢}$$

$$٨٠ = ١٦ \times ٥ = ١-٥(٢-)\times ٥ =$$

٣

$$\frac{١-٥}{١-٣} \text{ من } \frac{١}{١}$$

$$= \frac{١-٥}{٣-١} \text{ من } \frac{٥}{٣} = \frac{٥(١-٥)}{٣(١-٥)}$$

٤

$$\frac{٦٢٥-٤(٥+٢)}{٢} \text{ من } \frac{٢}{٢}$$

$$\frac{٤٥-٤(٥+٢)}{٢} \text{ من } \frac{٢}{٢}$$

$$٥٠٠ = ٢٥ \times ٤ = ١-٤٥ \times ٤ =$$

نتيجة (٢)

٥

$$\frac{١-٢}{١-٢} \text{ من } \frac{١}{١}$$

الحل

$$= \frac{١-٢}{٢-١} \text{ من } \frac{١}{٢} = \frac{١-٢}{٢(١-٢)}$$

الأمن
الدليل

ملحوظة هامة

$$\sqrt[2]{s} = s^{\frac{1}{2}}$$

١

بنقول $\frac{\text{الأس}}{\text{الدليل}}$

$$\sqrt[3]{s} = s^{\frac{3}{5}}$$

العدد (١) ينفع يتشكل معك بأي أس

٢

لأن (١) عدد = ١

الفكرة الثانية تعديل النهاية

مثال (٢) أوجد كلاً من النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - (x^4 + 1)^{-1/x}}{x}$$

٣ ← ٣ ٠ ← ٠

$$1 = 1 + 0 = 1 + x^4 = x^4 + 1$$

$$\frac{1 - (x^4 + 1)^{-1/x}}{1 - (x^4 + 1)^{-1/x}} = \frac{1}{1}$$

$$32 = 8 \times 4 = 1 \times 8 \times 4 =$$

بناخذ معامل الرمز اللي فوق
معامل الرمز اللي تحت

خارج النهاية

$$\lim_{s \rightarrow 2} \frac{1 - (s + 3)^{-5}}{s + 2}$$

هنعدل النهاية

٢ ← ٢

$$1 = 2 + 2 - 2 = 2 + 2 - 2$$

$$0 = 1 \times 0 = \frac{1 - (s + 3)^{-5}}{1 - (s + 3)^{-5}}$$

$$\lim_{s \rightarrow 6} \frac{1 - (s - 5)^{-7}}{s - 6}$$

الحل

هنعدل النهاية شبه ما داخل القوس

$$5 - 6 = 5 - 6 \quad \therefore \quad 6 - 6 = 0 - 0$$

$$1 - 5 = 1 - 5$$

$$7 = 1 \times 7 = \frac{1 - (s - 5)^{-7}}{1 - (s - 5)^{-7}}$$

$$\frac{2-2s}{s} \text{ نهيا } \text{س}$$

س ← ∴ 2s ←

$$2 + 2s = P$$

هناخذ معامل $\frac{1}{s}$ من فوق خارج النهاية من تحت

$$\frac{2-2s}{s} \text{ نهيا } \frac{2}{s}$$

$$\frac{2}{s} = 1-2s \times 2 \times \frac{1}{s}$$

$$\frac{2-25+s}{s-7} \text{ نهيا } \text{س}$$

$$= \frac{2-\frac{1}{s}(25+s)}{s-7}$$

هنعدل س ← 25 + 7 ← 25 + 7

$$32 \leftarrow 25 + s$$

$$\therefore \text{ نهيا } \frac{\frac{1}{s} 32 - \frac{1}{s}(25+s)}{32-(25+s)}$$

$$\frac{1}{8} = \frac{1}{s}(32) \times \frac{1}{s} =$$

مثال (3) إذا كان $\frac{س-٦٤}{س-٢} = ل$

$$\frac{س-١٤+٢}{س-١} = ل$$

هنعدل $\frac{س-١٤+٢}{س-١} = ل$ $\therefore \frac{س-١٤}{س-١} = ل$ $\therefore \frac{س-١٤}{س-١} = ل$

$$\frac{س-١٤}{س-١} = ل$$

$$\frac{س-١٤}{س-١} = ل$$

$$١٩٢ = ٢ \times ٦ = ١٢ \times ٦ =$$

$$\therefore ١٩٢ = ل ، ٦ = ل$$

متناسايش تاخذ $\frac{\text{المعامل}}{\text{المعامل}}$ خارج النهاية

$$\frac{س-١٤}{س-١} = ل$$

$$\frac{١}{س-١} = \frac{١}{س-١} (١٦) \times \frac{١}{٤} \times ٢ =$$

الفكرة الثالثة تقسيم النهاية إلى نهایتين

$$\frac{\text{نهاية من } 32-0}{\text{نهاية من } 2 + \text{نهاية من } 3 - \text{نهاية من } 10}$$

٢

مثال (٤) أوجد كلاً من النهايات التالية

$$\frac{\text{نهاية من } 1-0}{\text{نهاية من } 4-2} \times \frac{\text{نهاية من } (3+0)}{\text{نهاية من } 2}$$

١

$$= \frac{\text{نهاية من } 1-0}{\text{نهاية من } (2+0)(2-0)} \times \frac{\text{نهاية من } (3+0)}{\text{نهاية من } 2}$$

$$= \frac{\text{نهاية من } 1-0}{\text{نهاية من } 2+0} \times \frac{\text{نهاية من } 1}{\text{نهاية من } 2-0} \times \frac{\text{نهاية من } (3+0)}{\text{نهاية من } 2}$$

$$= \frac{\text{نهاية من } 1-0}{\text{نهاية من } 1-(3+0)} \times \frac{\text{نهاية من } 1}{\text{نهاية من } 2-2} \times \frac{\text{نهاية من } (3+0)}{\text{نهاية من } 2}$$

$$= \frac{0-0}{4} = 1 \times 0 \times \frac{1}{2} = 0$$

$$= \frac{\text{نهاية من } 32-0}{\text{نهاية من } (2-0)(5+0)}$$

$$= \frac{\text{نهاية من } 32-0}{\text{نهاية من } 2-0} \times \frac{\text{نهاية من } 1}{\text{نهاية من } 5+0}$$

$$= \frac{\text{نهاية من } 0-0}{\text{نهاية من } 2-0} \times \frac{1}{5}$$

۳

$$\frac{2 - \sqrt{4 + s}}{s + 1}$$

$$\frac{2 - \sqrt{4 + s}}{(s + 1)}$$

$$= \frac{2 - \frac{1}{2}(4 + s)}{s} \times \frac{1}{s + 1}$$

$$\frac{\frac{1}{2}4 - \frac{1}{2}(4 + s)}{4 - (4 + s)} \times \frac{1}{s}$$

$$= \frac{1}{2} = \frac{1}{2}(4) \times \frac{1}{2} \times 1 =$$

و ممکن تحملها بالضرب \times المرافق

۴

$$\frac{128 + s^7}{48 - s^4}$$

$$\frac{128 + s^7}{(3 - s^4)(16 - s^4)}$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{16 - s^4} - \frac{1}{48 - s^4}$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{(4 - s^2)(4 + s^2)} - \frac{1}{48 - s^4}$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{(4 - s^2)(4 + s^2)} - \frac{1}{(4 - s^2)(4 + s^2)}$$

$$\frac{3-p}{4-p} =$$

مثال (5) نهيا $\frac{3-p}{4-p} =$

5

مثال (5) أكمل ما يلي:

1 نهيا $\frac{7p-7}{p-1}$

1

$$7p-7 =$$

مثال (6) أوجد قيمة p إذا كانت

نهيا $30 = \frac{12p-12}{10p-1}$

2

نهيا $\frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{2}}{2-2}$

3

نهيا $0 = \frac{1-(1+p)}{p}$

$$30 = \frac{12p-12}{10p-1}$$

$$30 = \frac{12p}{10}$$

$$20 = \frac{300}{12} = \frac{10}{12} \times 30 = \frac{1}{2} p \therefore$$

$$0 \pm = p \therefore$$

4 إذا كان نهيا $80 = \frac{80-k}{k}$ ك $\pm = \sqrt{64} = 8 \pm$

4

فإن ك =

مثال (٧) إذا كانت د(س) = $\frac{1}{س}$

أوجد نها $\frac{د(س) - د(٢)}{س - ٢}$

$$د(س) = \frac{1}{س} \quad د(٢) = \frac{1}{٢}$$

$$\therefore \text{المقدار} = \lim_{س \rightarrow ٢} \frac{\frac{1}{س} - \frac{1}{٢}}{س - ٢}$$

$$= \lim_{س \rightarrow ٢} \frac{٢ - س}{س(٢ - س)}$$

$$\frac{1}{٢} = \frac{٢}{٢٢}$$

اوجد كلاً مما يأتي:

١

نہا $\frac{8 - 3س}{2 - س}$ سر ← ٢

١

نہا $\frac{625 - 4س}{5 + س}$ سر ← ٥

٢

نہا $\frac{81 - 4س}{243 + 5س}$ سر ← ٣

٣

نہا $\frac{64 - 6س}{6 + 3س}$ سر ← ٢

٤

نہا $\frac{7 - (2) - 7س}{2 - س}$ سر ← ٢

٥

نہا $\frac{128 - 7س}{16 - س}$ سر ← ١٦

٦

نہا $\frac{1 - 7س}{1 - س}$ سر ← ١

٧

٢

اوجد كلاً مما يأتي

نہا $\frac{1 - 7(5 - س)}{6 - س}$ سر ← ٦

١

نہا $\frac{1 - 5(3 + س)}{2 + س}$ سر ← ٢

٢

نہا $\frac{81 - 4(5 + 3س)}{56}$ سر ← ٥

٣

نہا $\frac{1 - 8(54 + 1)}{5}$ سر ← ٥

٤

٥

٦

٧

٨

نہا $\frac{2 - 25 + 5س}{7 - س}$ سر ← ٧

نہا $\frac{1 - 3(3 + س)}{4 - 2س}$ سر ← ٢

نہا $\frac{32 + 5(4 - س)}{2 - س}$ سر ← ٢

نہا $\frac{32 - 5(3 - س)}{5س - 2س}$ سر ← ٥

الواجب

أولاً: اختر الاجابة الصحيحة

$$\dots = \frac{\text{نها} \leftarrow \text{س}^{\text{س}} - \text{س}^{\text{س}}}{\text{س}^{\text{س}} - \text{س}^{\text{س}}} \quad \text{1}$$

$$\frac{\text{س}}{\text{س}} \text{ (ب)} \quad \frac{\text{س}}{\text{س}} \text{ (د)}$$

$$\frac{\text{س}}{\text{س}} \text{ (ب)} \quad \frac{\text{س}}{\text{س}} \text{ (د)}$$

$$\dots = \frac{\text{نها} \leftarrow \text{س}^{\text{س}} - \text{س}^{\text{س}}}{\text{س}^{\text{س}} - \text{س}^{\text{س}}} \quad \text{2}$$

$$\frac{\text{س}}{\text{س}} \text{ (ب)} \quad \frac{\text{س}}{\text{س}} \text{ (د)}$$

$$\text{س} \text{ (ب)}$$

$$\dots = \frac{\text{نها} \leftarrow \text{س}^{\text{س}} + \text{س}^{\text{س}}}{\text{س}^{\text{س}} + \text{س}^{\text{س}}} \quad \text{3}$$

$$\text{س} \text{ (ب)}$$

$$\text{س} \text{ (د)}$$

$$\text{س} \text{ (ب)}$$

$$\text{س} \text{ (د)}$$

$$\dots = \frac{\text{نها} \leftarrow \text{س}^{\text{س}} - \text{س}^{\text{س}}}{\text{س}^{\text{س}} - \text{س}^{\text{س}}} \quad \text{4}$$

$$\text{س} \text{ (ب)}$$

$$\text{س} \text{ (د)}$$

$$\text{س} \text{ (ب)}$$

$$\text{س} \text{ (د)}$$

$$\dots = \frac{\text{نها} \leftarrow \text{س}^{\text{س}} - \text{س}^{\text{س}}}{\text{س}^{\text{س}} + \text{س}^{\text{س}}} \quad \text{5}$$

$$\text{س} \text{ (ب)}$$

$$\text{س} \text{ (د)}$$

$$\text{س} \text{ (ب)}$$

$$\text{س} \text{ (د)}$$

1 إذا كانت نها $\frac{32 = \frac{2^5 - 2^0}{2 - 2}}$ فإن $\dots = \dots$

- (پ) 3
(ب) 4
(ج) 9
(د) 12

7 نها $\dots = \frac{1 - 3س 8}{1 - 5س 32}$

- (پ) $\frac{3}{5}$
(ب) $\frac{5}{3}$
(ج) $\frac{3}{2}$
(د) $\frac{1}{4}$

8 نها $\dots = \frac{81 - 4(1 + س)}{2 - س}$

- (پ) 18
(ب) 81
(ج) 108-
(د) 108

9 نها $\dots = \frac{32 - 5س}{10 - س 3 + 2س}$

- (پ) 80
(ب) $\frac{80}{5}$
(ج) $\frac{5}{80}$
(د) $\frac{1}{80}$

10 نها $\dots = \frac{1 - 5(3 + س)}{4 - 2س}$

- (پ) $\frac{5}{4}$
(ب) $\frac{5}{4}$
(ج) $\frac{1}{4}$
(د) $\frac{1}{4}$

11 نها $\dots = \frac{128 + 7س}{16 - 4س}$

- (پ) 14
(ب) $\frac{7}{4}$
(ج) 14-
(د) 8

12 نها $\dots = \frac{1 + 5(1 - 5س)}{50}$

- (پ) 3-
(ب) $\frac{3}{5}$
(ج) 3
(د) 5

13 نها $\dots = \frac{32 - 2(2 + س)}{س}$

- (پ) 25
(ب) 64
(ج) 80
(د) 100

14 نها $\dots = \frac{1 - 2س}{1 - س}$

- (پ) 1
(ب) $\frac{2}{3}$
(ج) 1-
(د) $\frac{2}{3}$

15 نها $\dots = \frac{س 4 - س 3}{س 5 - س 4}$

- (پ) $\frac{س-4}{س-5}$
(ب) $\frac{س+4}{س+5}$
(ج) $\frac{س 4 - س 3}{س 5 - س 4}$
(د) $\frac{س}{س}$

16 نها $\dots = \frac{1 - 2س}{1 - س}$

- (پ) 7
(ب) $\frac{1}{4}$
(ج) 6
(د) $\frac{1}{4}$

17 نها $\dots = \frac{128 - 7س}{16 - س}$

- (پ) 14-
(ب) 16
(ج) 14
(د) 80

18 نها $\dots = \frac{1 - 7(5 - س)}{6 - س}$

- (پ) 7
(ب) 7-
(ج) $\frac{1}{7}$
(د) 49

الوحدة الثانية

الصفحة	اسم الدرس	رقم الدرس
٦٤	<u>الأسس الكسرية والمعادلات الأسية</u>	١
٧٦	الدالة الأسية وتطبيقاتها	٢
٨٣	الدالة العكسية	٣
٨٩	الدالة اللوغاريتمية وتمثيلها البياني	٤
٩٧	بعض خواص اللوغاريتمات	٥

الأسس الكسرية

$$a^{u \times p} = a^u (a^p)^u \quad 5$$

أس مرفوع لأس نضرب الأسس

$$a^u \times a^p = a^{(u+p)} \quad 6$$

$$\frac{a^u}{a^p} = a^u \left(\frac{1}{a^p} \right) \quad 7$$

قانون توزيع الأسس
على الضرب والقسمة

(أي عدد أس صفر =

$$a^0 = 1 \quad 1$$

$$\frac{1}{a^p} = a^{-p} \quad 2$$

(الأس السالب نحوله لموجب) هنقلب الكسر

$$a^{u+p} = a^u \times a^p \quad 3$$

في حالة الضرب نجمع الأسس

$$a^{u-p} = a^u \div a^p \quad 4$$

في حالة القسمة نطرح الأسس

مثال ١ : اختصر لأبسط صورة :

$$\frac{{}^{n-2}P_3 \times {}^{n-1}P_1}{{}^{n-4}P_2}$$

$$\frac{{}^{n-2}P_2 \times {}^{n-1}P_1}{{}^{n-4}P_2}$$

$$\frac{{}^{n-2}P_2 \times {}^{n-1}P_1}{{}^{n-4}P_2} = \frac{(n-2)(n-3) \times (n-1)}{(n-4)(n-3)}$$

$$= \frac{(n-2)(n-1)}{(n-4)}$$

$$\frac{{}^{1+3}P_4 \times {}^{1-2}P_3}{{}^{1+3}P_4} = 2$$

$$\frac{{}^{1+3}P_2 \times {}^{1-2}P_3}{{}^{1+3}P_2 \times {}^{1-2}P_3} = \frac{{}^{1+3}P_2 \times {}^{1-2}P_3}{{}^{1+3}P_2 \times {}^{1-2}P_3} = 1$$

$$\frac{{}^{2+3}P_2 \times {}^{1-2}P_3}{{}^{2+3}P_2 \times {}^{1-2}P_3} = \frac{{}^{2+3}P_2 \times {}^{1-2}P_3}{{}^{2+3}P_2 \times {}^{1-2}P_3} = 1$$

$$\frac{{}^{2+3}P_2 \times {}^{1-2}P_3}{{}^{2+3}P_2 \times {}^{1-2}P_3} = \frac{{}^{2+3}P_2 \times {}^{1-2}P_3}{{}^{2+3}P_2 \times {}^{1-2}P_3} = 1$$

$$\frac{{}^{2+3}P_2 \times {}^{1-2}P_3}{{}^{2+3}P_2 \times {}^{1-2}P_3} = \frac{{}^{2+3}P_2 \times {}^{1-2}P_3}{{}^{2+3}P_2 \times {}^{1-2}P_3} = 1$$

تمارين اختصر

$$\frac{2 - \nu q \times \nu - \nu \quad 6 \times 4 - \nu 8}{3 + \nu 3 \times 10 - \nu 2 \quad 2}$$

$$\frac{2 \quad 12 \quad \times \quad 3 - 27}{2 - 11 \quad \times \quad 16}$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$$

$$= \frac{2 + \nu - \nu + \nu}{\nu - \nu - \nu - \nu} \times \frac{2 - \nu - \nu - \nu}{\nu - \nu - \nu - \nu}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{(1-1) - 2+9 - \quad \nu \quad \nu \quad \nu \quad \nu \quad \nu}{\nu - \nu \quad \times \quad \nu \quad \nu \quad \nu}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{2 + \nu - \nu - \nu}{\nu - \nu + \nu - \nu} \times \frac{2 + \nu - \nu - \nu}{\nu - \nu + \nu - \nu}$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$

ملاحظات

$$p = n$$

عدد الجذور = n (الأسس)

أما عدد الجذور الحقيقية

إذا كانت n فردي = 1

إذا كانت n زوجي = 2

بس بشرط يكون العدد موجب (p)

أما إذا كان سالب فليس لها حل في ح

عدد الجذور الحقيقية = صفر

مثال 1: $18 = 2$ أس

لها 5 جذور ، 1 جذر حقيقي

مثال 2: $16 = 4$ أس

لها 4 جذور ، 2 جذر حقيقي

مثال 3: $16 = 4$ أس

لها 4 جذور ، جذر حقيقي

ليس لها جذور حقيقية

هز

ملاحظة ثانية

إذا كان الأس زوجي $p = \sqrt[n]{p}$

إذا كان الأس فردي $p = \sqrt[n]{p}$

اذا كان $V = \frac{P}{n}$ \Rightarrow $V = \frac{P}{n}$

(۴) $P = \frac{M}{n}$ فان $P = \frac{M}{n}$

حيث M فردي

اذا كان

(۴) $P = \frac{M}{n}$ فان $P = \frac{M}{n}$

حيث M زوجي

أكمل:

$$3 = \sqrt{(3-)} \quad (1)$$

$$3 = \sqrt{(3-)} \quad (2)$$

$$2 = \sqrt{(2-)} \quad (3)$$

$$2 = \sqrt{(2-)} \quad (4)$$

$$1 = \sqrt{(س)} \quad (5)$$

مثال ٢ : أوجد مجموعة حل المعادلات التالية في ح :

١ ١ س $\frac{2}{3} = 27$

الحل

لاحظ أن الأس $\frac{2}{3}$ فردي

$\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$

٢ ٢ س $1 = 5$

الحل

س $1 = 5$ لاحظ أن الأس $\frac{2}{5}$ زوجي

$\sqrt[5]{1} = \sqrt[5]{1^5} = 1$

واحدنا عارفين (١) عدد $1 =$

$\sqrt[5]{1} = \sqrt[5]{1^5} = 1$ \therefore م.ح. = $\{1\}$ \therefore س $1 = \pm 1$ \therefore م.ح. = $\{1, -1\}$

٣ ٣ س $\frac{1}{5} = 32$

الحل

$\sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2$

\therefore م.ح. = $\{2\}$

لاحظ أن عدد سالب مع أس فردي ينفع

$81 = (2s + 3)$ 6

$8 = (2 + 3s)$ 5

$16 = s$ 4

$\frac{2}{3} (81) \pm = (2 + 3s)$ عدد زوجي $\frac{4}{3}$

$\frac{3}{4}$ فردي

$s = \sqrt[4]{16}$ مرفوض يا حج
 لاحظ أن عدد سالب مع أس زوجي مرفوض
 $\emptyset = \text{ح. م.}$

$27 \pm = 3 + 2s$

$(8) = (2 + 3s)$

$27 - = 3 + 2s$
 $3 - 27 - = 2s$
 $30 - = 2s$
 $15 - = s$

$27 = 3 + 2s$
 $3 - 27 = 2s$
 $24 = 2s$
 $12 = s$

$16 = 2 = \frac{4}{3} (2) = 2 + 3s$

$16 = 2 + 3s$
 $2 - 16 = 3s$

$\{15, 12\} = \text{ح. م.}$

$\frac{14}{3} = s$

$14 = 3s$

$\{\frac{14}{3}\} = \text{ح. م.}$

$\sqrt[3]{81}$

$\sqrt[3]{27}$

م. زوجي +
 م. زوجي يعني

$\sqrt{\text{عدد}} = \text{م. زوجي}$

میں کہتے ہیں کہ اس میں

حل آنت

۸

$$x^2 - 10x + 9 = 0$$

$$(x - 9)(x - 1) = 0$$

میں کہتے ہیں کہ $x - 9 = 0$ میں کہتے ہیں کہ $x - 1 = 0$

میں کہتے ہیں کہ $x = 9$ میں کہتے ہیں کہ $x = 1$

میں کہتے ہیں کہ $x = 9$ میں کہتے ہیں کہ $x = 1$

میں کہتے ہیں کہ $x = 9$ میں کہتے ہیں کہ $x = 1$

م. ح. = { 9, 1 }

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

۷

میں کہتے ہیں کہ $x - 5 = 0$ میں کہتے ہیں کہ $x - 4 = 0$

لاحظظ ان یعنی ہنحل

$$(x - 4)(x - 1) = 0$$

میں کہتے ہیں کہ $x = 4$ میں کہتے ہیں کہ $x = 1$

میں کہتے ہیں کہ $x = 4$ میں کہتے ہیں کہ $x = 1$

میں کہتے ہیں کہ $x = 4$ میں کہتے ہیں کہ $x = 1$

م. ح. = { 4, 1 }

مسائل أكمل

٤ إذا كان ٢ س = ٥ فإن ٢ س + ١ =

$$٢ س + ١ = ٢ س ٢ = ١٠ = ٢ \times ٥ = ١٠$$

٥ إذا كان ٣ س = ٤ فإن ٣ س + ٢ =

$$٣ س + ٢ = ٣ س ٣ = ٣٦ = ٩ \times ٤ = ٣٦$$

٦ إذا كان ٥ س = ١٠ فإن ٥ س - ١ =

$$٥ س - ١ = \frac{١٠}{٥} = \frac{٥}{١} = ٥ - ١ = ٤$$

٧ إذا كان ٢ س = ١٢ فإن ٢ س - ١ =

$$٢ س - ١ = \frac{١٢}{٢} = \frac{٦}{١} = ٦ - ١ = ٥$$

١ إذا كان ٢ س = ٥ فإن ٤ س = ٢٥ ...

الفكرة $٤ (٢) = ٨$

∴ الناتج $٢٥ = ٢ (٥) = ١٠$

٢ إذا كان ٥ س = ٣ فإن ٢٥ س = ٩ ...

٣ إذا كان ٢ س = ٥ فإن ٨ س = ١٢٥ ..

س -

٥ إذا كانت $s > 0$ فإن

$$= 1 + \sqrt{1 + s} - \sqrt{s} - \sqrt[3]{s} - \sqrt[3]{s^2}$$

$$1 + \sqrt{(1-s)} - \sqrt[3]{s} - \sqrt[3]{s^2}$$

$$1 + |1-s| - s - |s|$$

من خواص المقياس عندما يكون ما داخله سالب
ناخذ عكسه

$$s - s - (1 + s) - 1 + s = 1 + s - s - 1 = 0$$

٦ إذا كان $\sqrt[4]{\frac{64}{72}} = 2$ فأي من الأعداد الآتية

عدد نسبي؟ $\frac{24}{9} = 2 \times 3 \times 4 = 24$

$$\therefore 9 = 16 = 9 \quad \therefore 16 = 9 \quad \therefore 9 = 16$$

$$\therefore \text{المطلوب} = 9 + 16 = 25$$

ودي أسهل الطرق وفي غيرها كثير .

١ مجموعة جذور المعادلة $(s - 2)^4 = 16$

الحقيقية هي $\{0, 4, 2, 4\}$

$$\frac{2}{2}$$

$$2 \quad (2^2 \div 2^0 = 2^2)$$

٣ أي مما يأتي لا يساوي $(\sqrt[5]{s})^4$ ؟

$$\sqrt[4]{s^5}$$

٤ إذا كان $3^4 = 81$ فإن $9^{\frac{1}{4}} + 16^{\frac{1}{4}}$

$$25$$

المعادلات الأسية

$$\boxed{2} \quad \underline{m} = \underline{m}^n \quad \text{فإن } n = m$$

إذا تساوت الأساسات تساوت الأسس

أمثلة:

$$(1) \quad \underline{3} = \underline{3}^2 \quad \text{س} = 2$$

$$(2) \quad \underline{5} = \underline{5}^2 \quad \text{س} = 2 \quad \text{س} = 5$$

$$(3) \quad \underline{7} = \underline{7}^{34} \quad \text{س} = 3$$

$$\boxed{1} \quad \underline{m} = \underline{m}^n \quad \text{فإن } n = \text{صفر}$$

أمثلة: حل المعادلات الآتية:

$$(1) \quad 5 = \text{س} \quad \text{س} = 0$$

$$(2) \quad 1 = \text{س} \quad \text{س} = 0$$

$$(3) \quad 1 = \text{س} + 2 \quad \text{س} + 2 = 0 \quad \text{س} = -2$$

$$(4) \quad 1 = \text{س}^2 - 6 \quad \text{س}^2 - 6 = 0$$

$$\text{س}^2 = 6 \quad \text{س} = 3$$

$$p \sim b = \sim b \text{ فإن } p = b$$

إذا تساوت الأسس تساوت الأساسات
بس بشرط

أعداد غير متساوية

زوجي

الأس فردي

$\cdot = \text{الأس}$ $\pm = \text{الأساس}$ $\text{الأساس} = \text{الأساس}$
 $\sim 3 = \sim 5$ $\sim 4 = \sim 2$ $\sim 8 = \sim 3$
 $\sim 1 = \sim 1$ $\sim 2 = \pm 2$ $\sim 2 = \sim 2$

أمثلة وتمارين حل المعادلات الآتية :

٤

$$س + ٢ = س + ٢ \quad \text{س مهم}$$

الأس = صفر $س + ٢ = ٠$ $س - ٢ = ٠$

وفي الحالة دي هتكون $س = ٤$

$$س \pm ٤$$

$$\text{م.ح} = \{-٢, ٤, ٤, ٤-\}$$

٥

$$س - ٢ = ٢ - ٥ \quad \text{س مهم}$$

الأس = صفر $س - ٢ = ٢ - ٥$ $٠ = ٢ - ٥$

$$س \pm ٢ = ٢ - ٥$$

وفي الحالة دي هتكون $س = ٣$

$$س \pm ٣$$

$$\text{م.ح} = \{٣, ٣, ٥, ٥-\}$$

١

$$٢ + س = ٥ + ٨$$

$$٢ + س = ١٣$$

$$س = ١٣ - ٢ = ١١$$

$$\text{م.ح} = \{١١-\}$$

٢

$$٣ + س - ٢ = ٤ - ١$$

$$١ + س = ٣$$

$$\text{م.ح} = \{٣ \pm ١-\}$$

٣

$$٢ - س = ٢ - ٧$$

$$٠ = ٢ - ٧$$

$$\text{م.ح} = \{٢-\}$$

$${}^2_6 \left(\frac{1}{2} \right) = |5 - 6| \quad \boxed{6}$$

$${}^2_{27} \left(\frac{1}{8} \right) = |5 - 6|$$

$${}^6_6 \left(\frac{1}{2} \right) = {}^2_6 \left(\frac{1}{2} \right) = |5 - 6|$$

$${}^6_6 \left(\frac{1}{2} \right) = |5 - 6|$$

∴ الأساسات متساوية ∴ الأساس متساوية

$$6 = |5 - 6|$$

$$6 \pm = (5 - 6)$$

$$6 - = 5 - 6$$

$$6 = 5 - 6$$

$$5 + 6 - = 6$$

$$5 + 6 = 6$$

$$1 - = 6$$

$$11 = 6$$

م. ح = { -1, 11 }

النوع الثاني المعادلات علي الشكل

$$٥ = ١ - س٢ + ١ + س٢ \quad (١)$$

$$٢٦ = ١ - س٥ + ١ + س٥ \quad (٢)$$

طريقة أخرى لحل هذا النوع من المعادلات الأسية

فاكر لما كنا بنقول في حالة الضرب نجمع الأسس
دلوقتى هنقول الأسس المجموعة جاية من ضرب
والمطروحة جاية من قسمة

$$\text{فمثلاً: } ١٢ \times س٢ = ١ + س٢$$

$$٢٥ \times س٥ = ٢ + س٥$$

$$\text{وهكذا } \frac{س٧}{٢٧} = ٢ - س٧$$

وبعدين نقول

بوضع $س٢$ مثلاً $= ص$ ويبقى المعادلة الأولى:

$$٥ = ١ - ٢ \times س٢ + ٢ \times س٢$$

$$\text{بوضع } س٢ = ص$$

$$٥ = \frac{ص}{٢} + ٢ص \quad \text{بالضرب } \times ٢$$

$$١٠ = ص + ٤ص$$

$$١٠ = ٥ص \quad ٢ = ص$$

$$\therefore س٢ = ٢ \quad \therefore س = ١ \quad \text{م. ح.} = \{١\}$$

٢ حل المعادلة :

$$162 = 3^2 + 3^3 - 3^2 + 3^2$$

$$162 = 3^2 \times 3^3 - 3^2 \times 3^2$$

بوضع $3^3 = 3^2$

$$162 = 3^2 \times 9 - 3^2 \times 3$$

$$162 = 3^2 \times 18$$

$$9 = \frac{162}{18} = 3^2$$

$$3^3 = 3^2 \therefore 3 = 3$$

$$\therefore 3 = 2 \quad \text{م. ح} = \{2\}$$

٣ حل المعادلة :

$$5 \times 26 = 25 + 5^2$$

بوضع $5 = 5^2$ ويكون $5^2 = 5^2$

$$5 \times 26 = 25 + 5^2$$

$$5 \times 26 - 5^2 = 25 + 5^2 - 5^2$$

$$0 = (5 - 25)(5 - 5^2)$$

$$0 = 5 - 25 \quad 0 = 5 - 5^2$$

$$25 = 5 \quad 5 = 5^2$$

$$5^2 = 5 \quad 5 = 5^2$$

$$5 = 2 \quad 0 = 5$$

$$\text{م. ح} = \{2, 0\}$$

حل انت

$$(1) \quad 8 = 1 + 2s + 4s$$

$$(2) \quad 1 = 1 - 2s + 4s + 2s - 2s$$

3 حل المعادلة :

$$12 = 2s + 2 - 5s$$

$$12 = \frac{2}{2s} + 2s \quad \text{بوضع } 2s = ص$$

$$ص \times \text{بالضرب} \quad 12 = \frac{2}{ص} + 2ص$$

$$ص 12 = 2 + 2ص^2$$

$$ص 12 - 2 = 2 + 2ص^2$$

$$0 = (ص - 4) (ص - 8)$$

$$ص = 4 \quad ص = 8$$

$$2 = 2ص \quad 8 = 2ص$$

$$2 = 2ص \quad 3 = 2ص$$

$$2 = ص \quad 3 = ص$$

$$\{2, 3\} = \text{ح.م}$$

النوع الأخير

أكمل : إذا كان $d = (s)$ $2 = s$ فإن :

$$d = (1) \quad 2 = 1 \cdot 2$$

$$d = (2) \quad 2 = 2 \cdot 1$$

$$d = (1-1) \quad 2 = 1 - 1$$

$$d = (s+1) \quad 2 = 1 + s$$

$$d = (s-1) \quad 2 = 1 - s$$

٧ إذا كان د (س) = ٥ س فأوجد قيمة :

$$\frac{د(س + ٣) + د(س + ٤)}{د(س + ٤) - د(س + ٥)}$$

الحل

$$\frac{٣ + س \quad ٥ + س \quad ٤ + س \quad ٥ + س}{٤ + س \quad ٥ + س \quad ٥ + س \quad ٥ + س} \quad \text{المقدار}$$

$$\frac{٣٥ \times س + ٤٥ \times س}{٤٥ \times س - ٥٥ \times س} =$$

$$\frac{٣}{١٠} = \frac{٧٥٠}{٢٥٠٠} = \frac{(٣٥ + ٤٥)س}{(٤٥ - ٥٥)س} =$$

٦ إذا كان د (س) = ٣ س فأثبت أن :

$$د(٢) = \frac{د(س + ٣) + د(س + ٥)}{د(س + ١) + د(س + ٣)}$$

الحل

$$\frac{٣ + س \quad ٣ + س \quad ٥ + س \quad ٣ + س}{١ + س \quad ٣ + س \quad ٣ + س \quad ٣ + س} = \text{الطرف الأيمن}$$

$$= \frac{٣٣ \times س + ٥٣ \times س}{٣٣ \times س + ٣٣ \times س} =$$

$$٩ = \frac{٢٧ + ٢٤٣}{٣ + ٢٧} = \frac{(٣٣ + ٥٣)س}{(٣ + ٣٣)س}$$

$$٩ = ٣ = د(٢)$$

∴ الطرفان متساويان

٩ إذا كان د (س) = ٧ + ١ فاوجد قيمة س

التي تحقق :

$$٥٠ = (٢ - س) د + (١ - س٢) د$$

$$٥٠ = ١ + (٢ - س) د + ١ + (١ - س٢) د = \text{المقدار}$$

$$٥٠ = ١ - س د + س٢ د =$$

$$٥٠ = \frac{س د}{٧} + س٢ د =$$

بوضع ٧ = ص

$$٥٠ = \frac{ص}{٧} + ص٢ \quad \text{بالضرب } \times ٧$$

$$٥٠ = ٣٥٠ - ص + ص٢$$

$$٥٠ = (٥٠ + ص) (٧ - ص)$$

$$\frac{٥٠ -}{٧} = ص \quad ٧ = ص$$

٨ إذا كان د (س) = ٢ = فانثبت أن :

$$\frac{١٧}{٤} = \frac{(١ - س) د}{(١ + س) د} + \frac{(١ + س) د}{(١ - س) د}$$

$$\frac{١ - س}{١ + س} + \frac{١ + س}{١ - س} \quad \text{المقدار}$$

$$\frac{١ - س \times س}{١ + س} + \frac{١ + س \times س}{١ - س} =$$

$$\frac{١٧}{٤} = \frac{١}{٤} + ٤ = \frac{١ - س}{٢} + \frac{١ + س}{١ - س} =$$







