

الوحدة الأولى

الاستاتيكا

| الصفحة | اسم الدرس | رقم الدرس |
|--------|-------------------------------|-----------|
| ٢ | محصلة قوتين متلاقيتين في نقطة | ١ |
| ١١ | تحليل القوة إلى مركبتين | ٢ |
| ١٦ | محصلة عدة قوى متلاقية في نقطة | ٣ |
| ٢٤ | اتزان جسم تحت تأثير ثلاث قوى | ٤ |
| ٣٤ | تلاقي خطوط عمل القوى الثلاث | ٥ |

الدرس الأول:
محصلة قوتين متلاقيتين في
نقطة

لى جسم اخر طبيعى

القوه _ هى تاثير احد الاجسام
خواص القوه

التاثير _ يتكون بالدفع او الجذب او بالتنافر او بالضغط
الجسم الطبيعى _ الجسم يتكون من ماده وله حجم لايساوى الصفر
(١) مقدار القوه (٢) اتجاه القوه (٣) نقطه تاثير القوه وبالتالى
خط عملها

القواتين

١ محصلة قوتين

$$C = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \theta}$$

أو

$$C^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \theta$$

٢ زاوية ميل المحصلة على F_1

$$\tan \alpha = \frac{F_2 \sin \theta}{F_1 + F_2 \cos \theta}$$

مثال (١) قوتان مقدارهما ٥ ، ٣ نيوتن

تؤثران في نقطة مادية والزاوية بينهم ٦٠°

أوجد مقدرا واتجاه المحصلة.

١٩ = ٥ نيوتن ٢٣ = ٣ نيوتن

٦٠° = θ

$$\text{ظا } \theta = \frac{\text{و.م جاي}}{\text{و.م + و.م جاي}}$$

$$\text{ظا } \theta = \frac{٣ \text{ جا. } ٦٠^\circ}{٣ + ٥ \text{ جا. } ٦٠^\circ}$$

Shift tan

∴ $\theta = ٢١/٤٧^\circ$ حيث θ زاوية ميل

المحصلة على القوة الأولى

$$ح = \sqrt{\text{و.م}^2 + \text{و.م}^2 + ٢ \times \text{و.م} \times \text{و.م جاي}}$$

$$\therefore ح = \sqrt{٥^2 + ٣^2 + ٢ \times ٥ \times ٣ \times \text{جا. } ٦٠^\circ} = ٧ \text{ نيوتن}$$

مثال (٢)

قوتان مقدارهما ٦ و ٧ نيوتن وقياس

الزاوية بينهما ١٣٥° أوجد مقدار المحصلة

إذا كانت تميل بزاوية ٤٥° على ٧

٧ = ٦ نيوتن

٧ = ٧

١٣٥ = θ

٤٥ = α ميله على ٧

٤٥ = ϕ

$\therefore \phi = \frac{\theta \sin \alpha}{\sin \theta + \sin \alpha}$

٤٥ = ϕ

$\therefore 1 = \frac{6 \cos 135^\circ}{6 \cos 135^\circ + 7}$

$C = \sqrt{7^2 + 6^2 + 2 \times 7 \times 6 \times \cos 135^\circ}$

$\therefore 7 + 6 \cos 135^\circ = 6 \cos 135^\circ$

$C = \sqrt{7^2 + 6^2 + 2 \times 7 \times 6 \times \cos 135^\circ}$

$\therefore 7 = 6 \cos 135^\circ - 6 \cos 135^\circ$

٦ نيوتن =

$\therefore 7 = 6 \sqrt{2}$ نيوتن

وبعدین نجيب ح

مثال (۳) قوتان مقدار هما ۳۰ ، ۱۶ اٹ.جم فیذا
 كان مقدار محصلتہم = ۲۶ اٹ.جم أوجد قياس
 الزاوية بينهما.

$$۳۰ = ۱۶ \text{ اٹ.جم}$$

$$۲۶ = ۱۶ \text{ اٹ.جم}$$

Shift cos

$$ح = ۱۶ + ۱۶ + ۲ \times ۱۶ \times \text{جتای}$$

$$۲۶ = ۱۶ + ۱۶ + ۲ \times ۱۶ \times \text{جتای}$$

$$۲۶ - ۳۲ = ۲ \times ۱۶ \times \text{جتای}$$

$$-۴ = ۳۲ \times \text{جتای}$$

$$\therefore \text{جتای} = \frac{-۴}{۳۲}$$

$$\therefore \text{ی} = ۱۲۰^\circ$$

حالات خاصة

١ القوتان في نفس الاتجاه

تكون المحصلة قيمة عظمى وتساوي مجموع القوتين وتكون الزاوية بينهم $\theta = 0^\circ$

٢ القوتان متعامدتان

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \& \quad \theta = \tan^{-1} \frac{b}{a}$$

٣ القوتان متساويتان

$$c = 2a \cos \left(\frac{\theta}{2} \right)$$

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{c}{2a} \right) \quad \leftarrow \text{المحصلة تنصف الزاوية بين القوتين}$$

٤ القوتان في عكس الاتجاه

تكون المحصلة = الفرق بين القوتين وتكون قيمة صغرى وتكون الزاوية بينهم $\theta = 180^\circ$ والمحصلة في

$$\text{اتجاه القوة الأكبر} \quad c = |a - b|$$

مثال (٤) إذا كانت ح محصلة قوتين $\Rightarrow [32, 12]$

فأوجد:

القوتين ثم احسب المحصلة إذا كانت الزاوية بينهم $= 60^\circ$

$$\cancel{12 = 2F - F}$$

$$\cancel{32 = 2F + F}$$

$$44 = 3F$$

بالجمع

$$\therefore F = \frac{44}{3} = 14.67 \text{ نيوتن}$$

بالتعويض في ١

$$\therefore 12 = 2F - 22$$

$$22 = 12 - 2F$$

$$\therefore F = 10 \text{ نيوتن}$$

$$\text{إذا كانت } \theta = 60^\circ$$

فإن

$$H = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \theta}$$

$$= \sqrt{(10)^2 + (22)^2 + 2 \times 10 \times 22 \times \cos 60^\circ}$$

$$= 20.1 \text{ نيوتن}$$

مثال (٤) إذا أثرت القوى الثلاث التي مقاديرها

٥ ، ١٠ ، ٤ نيوتن في نقطة مادية وكان

قياس الزاوية بين الأولى والثانية = ٦٠°

أوجد القيمة العظمى والصغرى لمحصلتهم

الفكرة هنجيب محصلتين الأولى والثانية
ونعتبرهم قوة واحدة وعندنا الثالثة يبقى كده
قوتين مرة نجمعهم ومرة نطرحهم

$$\text{ح.ا.} = \sqrt{5^2 + 10^2 + 2 \times 5 \times 10 \times \cos 60^\circ}$$

$$= \sqrt{5^2 + 10^2 + 100}$$

القيمة الصغرى الجديدة

$$= \sqrt{5^2 + 10^2 - 100} = \sqrt{5^2 + 10^2 - 2 \times 5 \times 10 \times \cos 60^\circ}$$

القيمة العظمى الجديدة

$$= \sqrt{5^2 + 10^2 + 100} = \sqrt{5^2 + 10^2 + 2 \times 5 \times 10 \times \cos 60^\circ}$$

مثال (٥) قوتان مقدارها ١٢ ، ١٥ نيوتن

وجيب تمام الزاوية بينهما $\frac{4}{5}$ أوجد مقدار محصلتهما وزاوية ميلهما على \mathcal{F}

$\mathcal{F} = 12$ نيوتن

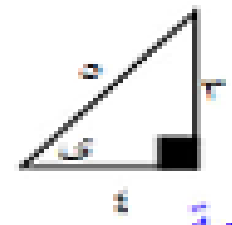
$\mathcal{F} = 15$ نيوتن

جتاي $\frac{4}{5}$

$$C = \sqrt{\mathcal{F}_1^2 + \mathcal{F}_2^2 + 2\mathcal{F}_1\mathcal{F}_2 \cos \theta}$$

$$C = \sqrt{12^2 + 15^2 + 2 \times 12 \times 15 \times \frac{4}{5}}$$

$\therefore C = 9$ نيوتن



في الربع الثاني زاوية منفرجة

جتاي $\frac{4}{5}$

جاي $\frac{3}{5}$

$$\text{ظا } \theta = \frac{\mathcal{F}_1 \sin \theta}{\mathcal{F}_1 \cos \theta + \mathcal{F}_2} = \frac{\frac{4}{5} \times 15}{\frac{4}{5} \times 15 + 12}$$

$\therefore \theta = 90^\circ$

وعلى فكرة يا شباب

لو لاحظت ان جتاي $\frac{4}{5} = \frac{4}{5} = \frac{12}{15}$

$\frac{\mathcal{F}_1 \sin \theta}{\mathcal{F}_1} =$

\therefore المحصلة عمودية على القوة الاولى

$\therefore \theta = 90^\circ$

(١) قوتان مقدارهما ٨،٤ نيوتن تؤثران في نقطة مادية وتحصران بينهما زاوية قياسها 120° . أوجد مقدار محصلتهما.

(٢) قوتان تؤثران في نقطة مادية فإذا كانت أكبر قيمة لمحصلتهما ٥٤ ث.كجم وكانت اصغر قيمة لمحصلتهما ١٨ ث.كجم. أوجد مقدار كل من القوتين.

(٣) أثرت قوتان في نقطة مادية فإذا كان مقدار القوة الأولى ٦ نيوتن تؤثر في اتجاه الشرق ومقدار الثانية $6\sqrt{2}$ نيوتن وتؤثر في اتجاه الشمال الغربي احسب مقدار المحصلة.

(٤) قوتان مقدارهما ٢،٣ نيوتن وكان مقدار محصلتهما $3\sqrt{13}$ نيوتن فأوجد قياس الزاوية بين القوتين.

(٥) قوتان متعامدتان ٦، ٨ ث.كجم أوجد مقدار واتجاه محصلتهما.

(٦) قوتان مقدارهما ٩ ، ٨ نيوتن تؤثران في نقطة مادية ومحصلتها عمودية على القوة الأولى أوجد قياس الزاوية بينهما.

(٧) تؤثر القوتان المتعامدتان \vec{F}_1 ، \vec{F}_2 نيوتن عند نقطة. وكان مقدار محصلتهما ١٦ نيوتن وتنصع زاوية قياسها 30° مع \vec{F}_1 أوجد مقدار كلا من القوتان \vec{F}_1 ، \vec{F}_2 .

(٨) قوتان متساويتان في المقدار ومتلاقيتان في نقطة ومقدار محصلتهما يساوي ٤ ث. كجم وإذا عكسنا اتجاه احدهما فإن مقدار المحصلة يساوي ٣ ث. كجم. أوجد مقدار كل من القوتين.

(٩) قوتان مقدارهما $\sqrt{3}$ ، $2\sqrt{2}$ داین تؤثران في نقطة مادية ومحصلتها عمودية على القوة الأولى. أوجد قياس الزاوية بين القوتين.

(١٠) أوجد مقدار المحصلة لقوتين متلاقيتين في نقطة مادية مقدارهما ٤ ، ٢ نيوتن والمحصلة عمودية على احدهما.

(١١) قوتان متساويتان في المقدار يحصران زاوية بينهما قياسها 120° ومقدار محصلتها ٥٠ نيوتن. فأوجد مقدار القوتان.

(١) قوتان مقدارهما ١٥ ، ٨ ث. كجم تؤثران في نقطة مادية إذا كان مقدار محصلتهما ١٣ ث. كجم فأوجد قياس الزاوية بين هاتين القوتين.

(٢) قوتان متلاقيتان في نقطة مادية مقدارها ١٤ ، ١٦ نيوتن وكانت القيمة الصغرى لمحصلتها ٢٤ نيوتن أوجد القيمة العظمى لمحصلتها.

(٣) قوتان مقدارهما ١٨ ، ١٣ ث. كجم وكان مقدار محصلتهما ١٥ ث. كجم فأوجد قياس الزاوية بين القوتين.

(٤) قوتان تؤثران في نقطة مادية فإذا كانت اقل قيمة لمحصلتها ١٤ ث. كجم وكانت أكبر قيمة لمحصلتها ٣٦ ث. كجم. أوجد مقدار كل من القوتين.

(٥) قوتان مقدارهما ٢٤ ، ٢٥ نيوتن تؤثران في نقطة مادية. إذا كانت المحصلة عمودية على القوة الأولى فأوجد مقدار المحصلة.

(٦) قوتان متساويتان في المقدار يحصران زاوية بينهما قياسها 60° ومقدار محصلتها $3\sqrt{3}$ نيوتن. فأوجد مقدار القوتان.

(٧) قوتان متساويتان في المقدار ومتلاقيتان في نقطة ومقدار محصلتهما يساوي ٢٤ ث. كجم وإذا عكسنا اتجاه احدهما فإن مقدار المحصلة يساوي ٧ ث. كجم. أوجد مقدار كل من القوتين.

(٨) قوتان مقدارهما ٧ ، ١٤ تؤثران في نقطة مادية ومحصلتهما عمودية على القوة الأولى أوجد قياس الزاوية بينهما.

(٩) أوجد قيمة القوتان المتساويتان في المقدار ومقدار محصلتهما ٦ داین إذا كان قياس الزاوية بينهما ٩٠° .

(١٠) قوتان مقدارهما ٧ ، $2\sqrt{2}$ نيوتن وكانت المحصلة تنصف الزاوية بين القوتين. فأوجد قيمة θ .

(١١) أوجد مقدار واتجاه محصلة قوتين متعامدتين مقدارهما ٩ ، ٤٠ داین.

(١٢) قوتان مقدارهما ٧ ، ٢ نيوتن تؤثران في نقطة مادية ومحصلتهما عمودية على القوة الأولى. أوجد قياس الزاوية بين القوتين.

التقييم الأسبوعي (الأسبوع الأول) – تطبيقات الرياضيات

(١) قوتان مقدارهما ١٨ و ١٠ دابن وكان مقدار محصلتهما ٢٨ و دابن. فأوجد قياس الزاوية بين القوتين.

(٢) قوتان مقدارهما ١٠ و ٦ نيوتن تؤثران في نقطة مادية وقياس الزاوية بينهما 120° فإذا كان مقدار محصلتهما $6\sqrt{3}$ فأوجد مقدار u .

(٥) قوتان مقدارهما ١٠ و $2\sqrt{2}$ نيوتن تؤثران في نقطة مادية ومحصلتهما عمودية على القوة الأولى. أوجد قياس الزاوية بين القوتين.

(٦) أوجد مقدار المحصلة لقوتين متلاقيتين في نقطة مادية مقدارهما ١٠ و ٥ نيوتن والمحصلة عمودية على احدهما.

(١٠) قياس الزاوية المحصورة بين قوتين 120° ومقدار محصلتهما $\sqrt{3} \times 50$ نيوتن أوجد مقدار كلا من القوتين إذا كان مجموعهما 150 نيوتن.

(١١) قوتان مقدارهما 5 ، 10 تؤثران في نقطة مادية ومحصلتهما عمودية على القوة الأولى أوجد قياس الزاوية بينهما.

(١٤) قوتان متساويتان في المقدار ومتلاقيتان في نقطة ومقدار محصلتهما يساوي 12 ث. كجم وإذا عكسنا اتجاه أحدهما فإن مقدار المحصلة يساوي 5 ث. كجم. أوجد مقدار كل من القوتين.

(١٥) قوتان متساويتان في المقدار يحصران زاوية بينهما قياسها 60° ومقدار محصلتها $\sqrt{3} \times 15$ نيوتن. فأوجد

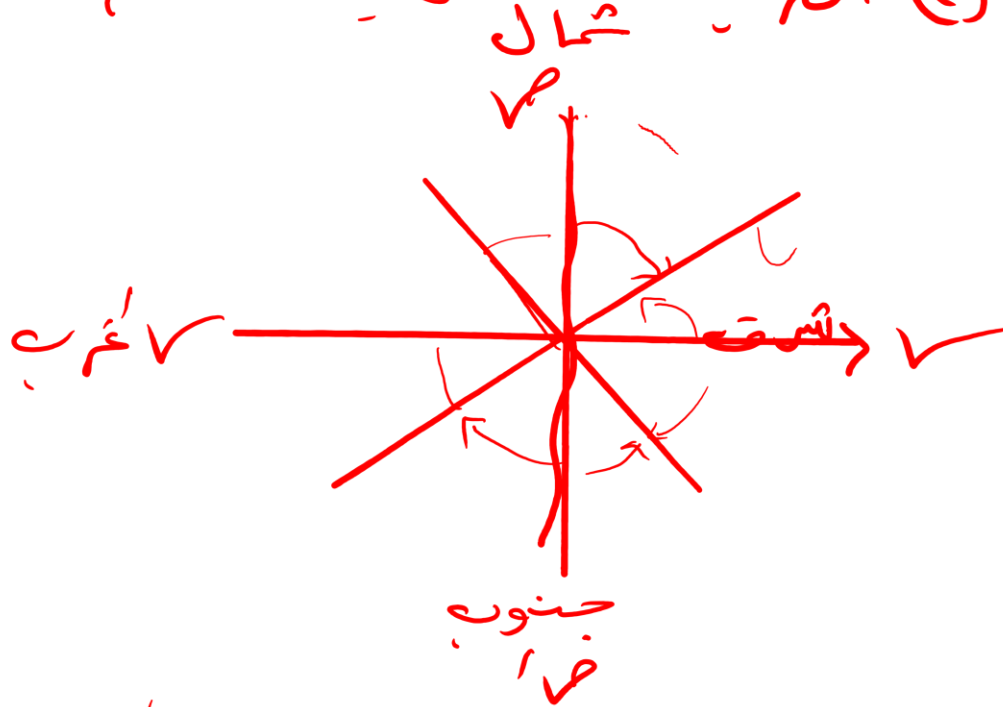
مقدار القوتين

الدرس الثالث:
محصلة عدة قوى متلاقية
في نقطة

$$\sqrt{P^2 + Q^2} = Z$$

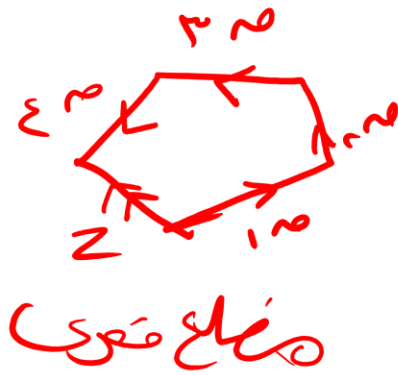
$$\frac{P}{S} = \frac{Q}{S}$$

⑤ المربع التحليلي



(ص) (0)

الشرط الازم والكافي لاتزان مجموعة من القوى المستوية أن تمثل هندسياً بأضلاع مضلع مقفل مأخوذة في اتجاه دوري واحد



ص, ح, ح, ح, ح, ح

$$Z = \sum \text{ح, ح, ح, ح, ح, ح}$$

$$\sum \text{ح, ح} + \sum \text{ح, ح} = Z$$

١ ترسم المسألة في نظام إحداثي متعامد ولو فيه اتجاهات تكتب الاتجاهات على الأسهم

٢ تحدد كل قوة والزاوية التي تصنعها مع الاتجاه الموجب لمحور السينات. \rightarrow

٣ $\sin = \frac{ق}{ج}$ جناه ✓

٤ $\cos = \frac{ق}{ح}$ حاه ✓

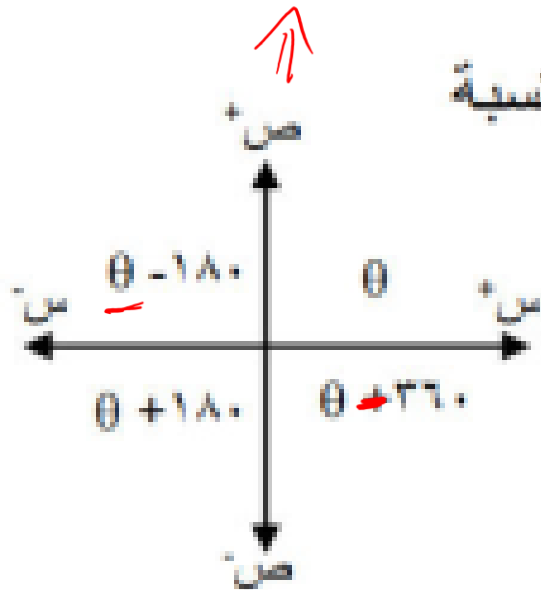
٥ $\tan = \frac{ق}{ح}$ حاه ✓

٦ $\cot = \frac{ح}{ق}$ من غير إشارة

وتشوف الربع الذي تقع فيه.

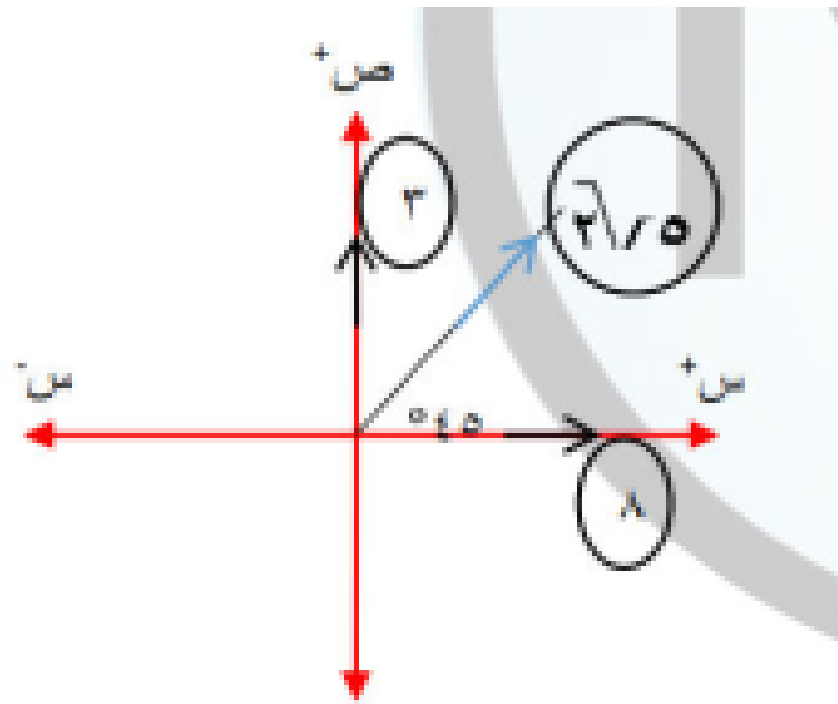
| د | الربع | ص | س |
|------------------------------------|--------|---|---|
| قياس الزاوية الحادة ✓ | الأول | + | + |
| (-180°) قياس الزاوية الحادة | الثاني | + | - |
| $+180^\circ$ قياس الزاوية الحادة | الثالث | - | - |
| -360° قياس الزاوية الحادة | الرابع | - | + |

وتحاول تخليها زاوية منتسبة



منتسبات تحط القوة

في دائرة على الرسم



$$H = \sqrt{(3)^2 + (8)^2} = \sqrt{73} = 8.544 \text{ نيوتن}$$

$$= \sqrt{73} = 8.544 \text{ نيوتن}$$

$$\text{ظاهر} = \frac{8}{13} = \frac{H}{3} \text{ في الربع الأول}$$

$$\therefore \theta \approx 36.87^\circ$$

مثال (١) ثلاث قوى مستوية ومتلاقية في نقطة فإذا كان الزاوية بين الأولى والثانية = 45° وبين الثانية والثالثة = 45° فأوجد مقدار واتجاه المحصلة حيث القوى ٣ ، $2\sqrt{5}$ ، ٨ نيوتن

| القوة | ٨ | $2\sqrt{5}$ | ٣ |
|----------------------|--------------|-------------|------------|
| قياس زاويتها القطبية | صفر $^\circ$ | 45° | 90° |

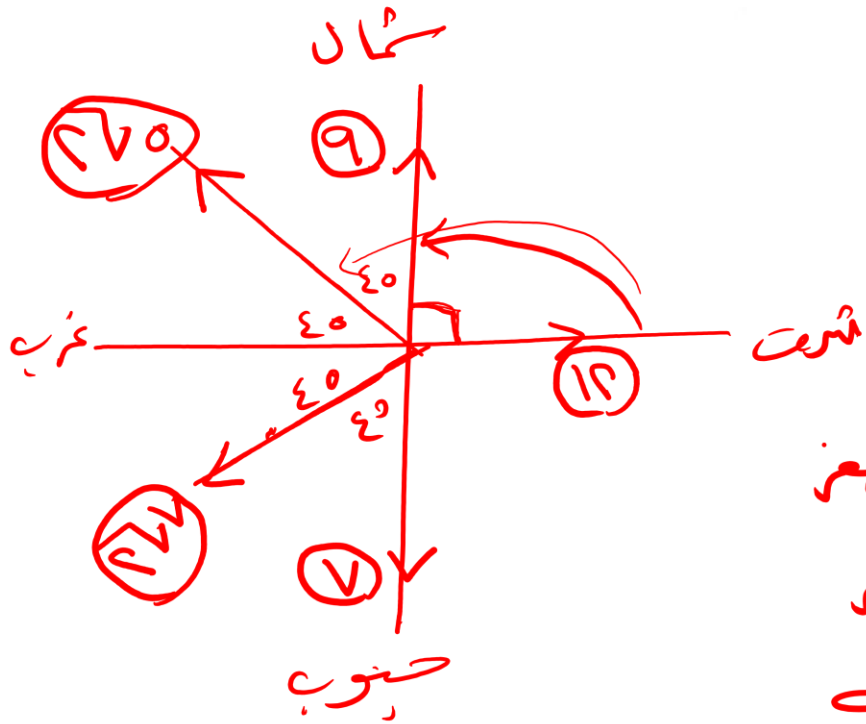
$$H_x = 8 \cos 0^\circ + 2\sqrt{5} \cos 45^\circ + 3 \cos 90^\circ = 8 + 7.071 + 0 = 15.071$$

$$= 13 \text{ نيوتن}$$

$$H_y = 8 \sin 0^\circ + 2\sqrt{5} \sin 45^\circ + 3 \sin 90^\circ = 0 + 7.071 + 3 = 10.071$$

$$= 8 \text{ نيوتن}$$

خمس قوى مستوية ومتلاقية في نقطة مقاديرها ١٢ ، ٩ ، ٥ ، ٧ ، ٧ شكجم. تعمل في اتجاهات : الشرق ، الشمال ، الشمال الغربي ، الجنوب الغربي ، الجنوب على الترتيب. أثبت أن مجموعة القوى متزنة.



قوى (قوى ، زوايا)

$$= (0.4) + (9.1) + (13.5) + (7.7) + (7.7)$$

$$(7.7.1)$$

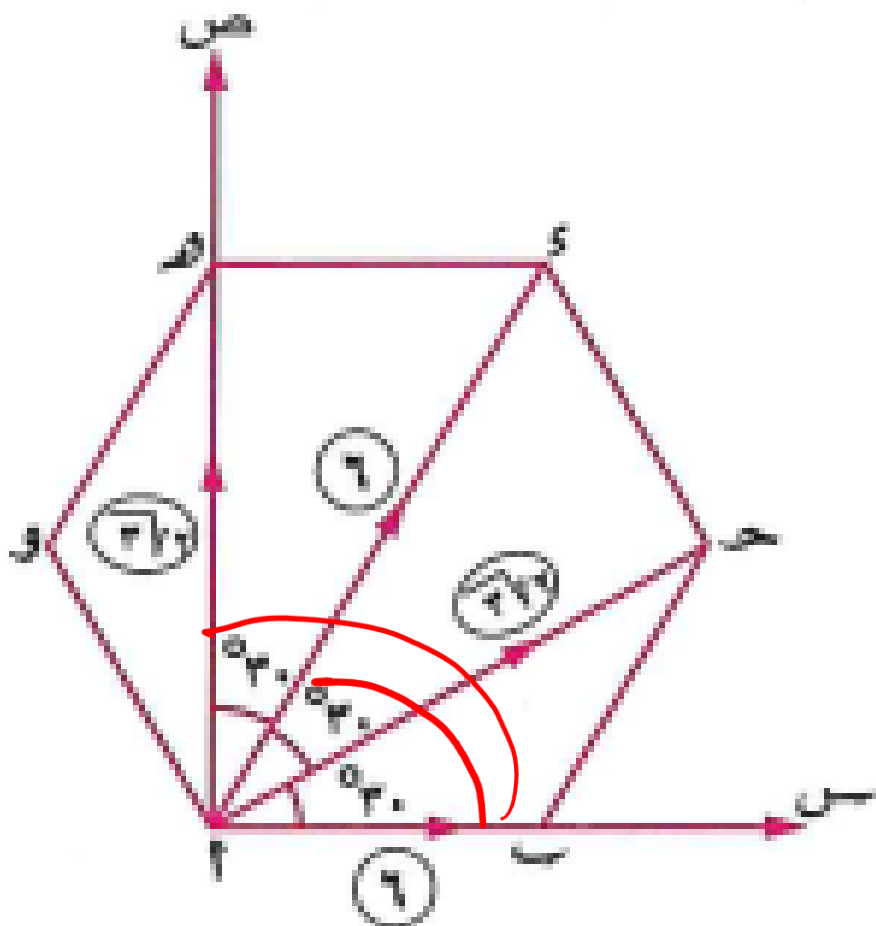
$$S = 12 \cos 0 + 9 \cos 90 + 5 \cos 135 + 7 \cos 225 + 7 \cos 315 = 7.7$$

$$R = 12 \sin 0 + 9 \sin 90 + 5 \sin 135 + 7 \sin 225 + 7 \sin 315 = 7.7$$

$$R = 7.7 = S \therefore \text{المجموعة متزنة}$$

أب ح د ه و سداسي منتظم. أثرت قوى مقاديرها 6 ، 6 ، $3\sqrt{2}$ ، $3\sqrt{2}$ نيوتن في

أب ، أ ح ، أ د ، أ ه على الترتيب. أوجد مقدار واتجاه محصلة هذه القوى.



$$(0, 6), (30^\circ, 3\sqrt{2}), (60^\circ, 6), (90^\circ, 3\sqrt{2})$$

$$\therefore \text{س} = 6 \cos 0^\circ + 3\sqrt{2} \cos 90^\circ + 6 \cos 60^\circ + 3\sqrt{2} \cos 30^\circ$$

$$= 6 + 0 + 3 + \frac{3\sqrt{2}}{2} \times 3\sqrt{2} = 12 \text{ نيوتن}$$

$$\text{ص} = 6 \sin 0^\circ + 3\sqrt{2} \sin 90^\circ + 6 \sin 60^\circ + 3\sqrt{2} \sin 30^\circ$$

$$= 0 + 3\sqrt{2} + 3\sqrt{3} + \frac{3\sqrt{2}}{2} \times 3 = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{3} + \frac{9\sqrt{2}}{2} \text{ نيوتن}$$

$$\therefore \text{ح} = \sqrt{(\text{ص})^2 + (\text{س})^2} = \sqrt{(3\sqrt{2} + 3\sqrt{3} + \frac{9\sqrt{2}}{2})^2 + (12)^2} = 7\sqrt{6} \text{ نيوتن}$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{3\sqrt{2} + 3\sqrt{3} + \frac{9\sqrt{2}}{2}}{12}$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1} \left(\frac{\text{ص}}{\text{س}} \right) = 40.5^\circ$$

$$\therefore \text{س} > 0, \text{ص} > 0$$

أي أن المحصلة مقدارها $7\sqrt{6}$ نيوتن وتقع بين أ ح ، أ د وتصنع زاوية قياسها 40.5° مع أ ح

$${}^{\circ}27. \text{ع} + {}^{\circ}220 \sqrt{7} + {}^{\circ}120 \sqrt{5} + {}^{\circ}9. \text{ع} + {}^{\circ} = \text{ص} \therefore$$

$$= \text{ص} + \text{ع} + \frac{1}{\sqrt{7}} - x \sqrt{7} + \frac{1}{\sqrt{5}} - x \sqrt{5} + \dots + \text{ع} + \text{ع} \times \text{صفر} = \therefore$$

$$\therefore \text{ع} = 12$$

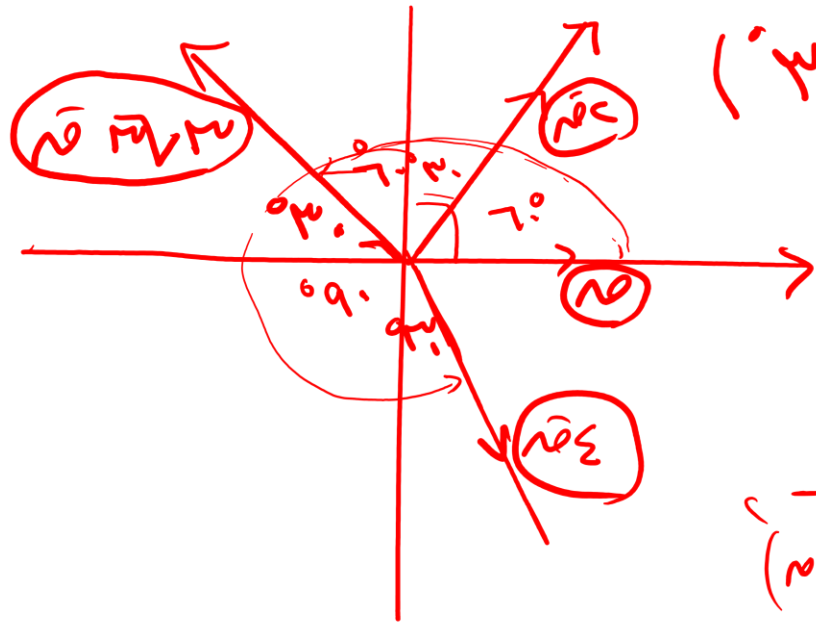
$${}^{\circ}27. \text{ع} + {}^{\circ}220 \sqrt{7} + {}^{\circ}120 \sqrt{5} + {}^{\circ}9. \text{ع} + {}^{\circ} = \text{ص} \therefore$$

$$\therefore \text{ص} = 1 - x \text{ع} + \frac{1}{\sqrt{7}} - x \sqrt{7} + \frac{1}{\sqrt{5}} x \sqrt{5} + 1 \times 9 + \dots + x 12 = \text{صفر}$$

$$\therefore \text{ع} = 7$$

أربع قوى مستوية ومتلاقية في نقطة مقاديرها ١، ٢، ٣، ٤، ٥ شكج

والزاوية بين اتجاهي الأولى والثانية ٦٠° وبين اتجاهي الثانية والثالثة ٩٠° وبين اتجاهي الثالثة والرابعة ١٥٠°
أوجد مقدار واتجاه المحصلة.



$$(\sqrt{3}, 1) \quad (1, 2) \quad (2, -3) \quad (4, -5)$$

$$\cos = \cos 60^\circ + 2 \cos 90^\circ - 3 \cos 150^\circ + 4 \cos 210^\circ$$

$$\cos = \frac{1}{2} + 0 + \frac{3\sqrt{3}}{2} - 2 = \frac{3\sqrt{3}-1}{2}$$

$$\sin = \sin 60^\circ + 2 \sin 90^\circ - 3 \sin 150^\circ + 4 \sin 210^\circ$$

$$\sqrt{\left(\frac{3\sqrt{3}-1}{2}\right)^2 + \left(\frac{3\sqrt{3}+1}{2}\right)^2} = \sqrt{1+9} = 2 \quad \sin = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos = 2$$

$$\text{Shift } \tan^{-1} \frac{3\sqrt{3}}{2} = 100^\circ = \theta \quad \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{\theta}{2} \times \frac{3\sqrt{3}}{\theta} = \frac{3\sqrt{3}}{\theta} = 1.5$$

اتزان جسم تحت تأثير قوتين / ثلاث قوى متلاقية في نقطة (قاعدة مثلث القوى - قاعدة لامي)

• امثلة على اتزان جسم تحت تأثير قوتين :

١] جسم معلق بحبل خفيف :

إذا علق جسم وزنه (و) بحبل خفيف من إحدى نقطه فإنه يتزن تحت تأثير قوتين هما : الوزن (و) ويؤثر رأسياً إلى أسفل ، الشد في الحبل مقداره (س) ويؤثر رأسياً إلى أعلى ونستنتج أن : $س = و$

٢] جسم موضوع على نضد أفقى أملس :

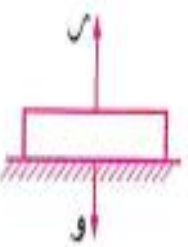
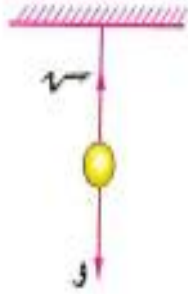
إذا وضع جسم وزنه (و) على نضد أفقى أملس فإنه يتزن تحت تأثير قوتين هما : الوزن (و) ويؤثر رأسياً إلى أسفل ، رد فعل النضد على الجسم مقداره (س) ويؤثر رأسياً إلى أعلى ونستنتج أن : $س = و$

شرط اتزان جسم تحت تأثير قوتين

١- متساويتين في المقدار.

٢- متضادتين في الاتجاه.

٣- خطي عمليهما على استقامة واحدة.

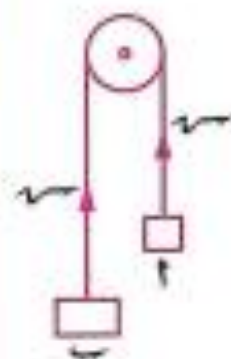


إذا كانت البكرة ملساء فإن
الشد في فرعي الخيطين يكون متساوي.

ملاحظات

١ إذا أثرت على جسم متماسك قوتان متساويتان في المقدار ومتضادتان في الاتجاه وفي نفس الخط المستقيم فلا يكون لهما أى تأثير على الجسم سواء من ناحية السكون أو الحركة.

٢ في الشكل المقابل :

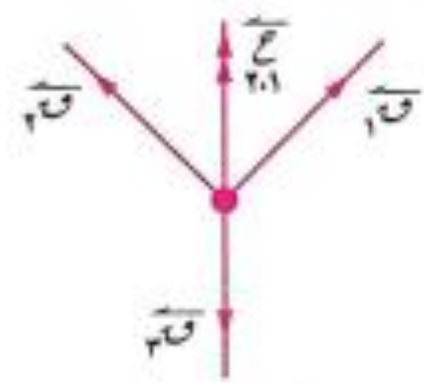


إذا مر خيط على بكرة ملساء وعلق في طرفي الخيط
٢ ، ب جسمان بحيث أصبح الخيط مشدوداً فإن الشدين
عند طرفي الخيط يكونان متساويين.

٣ في الشكل المقابل :



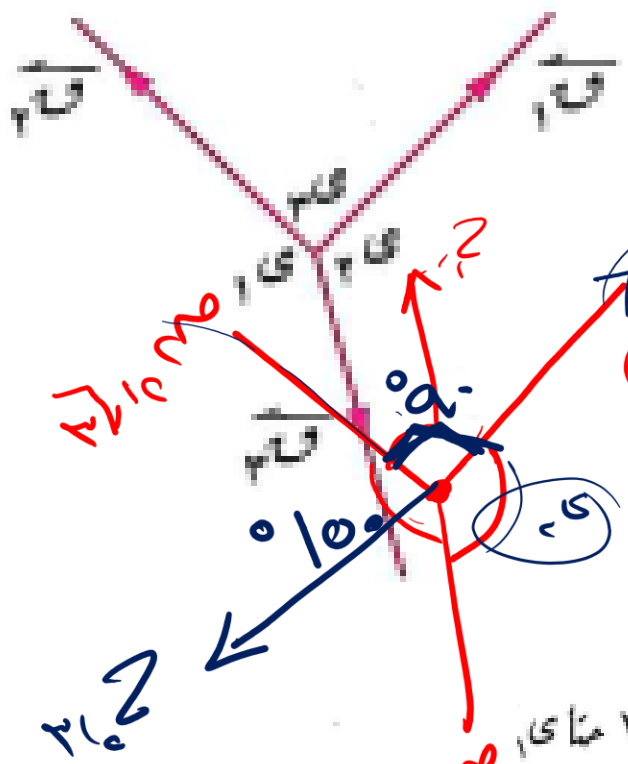
إذا مر خيط في حلقة ملساء (معلقة فيه تعليقاً حرّاً) فإن الشد في كل من
جزأى الخيط a ، b ، c يكونان متساويين في المقدار.



إذا اتزنت ثلاث قوى مستوية ومتلاقية فى نقطة مثل \vec{F}_1 ، \vec{F}_2 ، \vec{F}_3
 كما فى الشكل وكانت \vec{F}_{12} هى محصلة القوتين \vec{F}_1 ، \vec{F}_2 فإن القوتين \vec{F}_{12} ، \vec{F}_3
 تكونان متزننتين ، ومن شروط اتزان قوتين نستنتج أن \vec{F}_{12} ، \vec{F}_3 متساويتان فى
 المقدار ومتضادتان فى الاتجاه ولهما نفس خط العمل.

● وعموماً : إذا اتزنت ثلاث قوى مستوية ومتلاقية فى نقطة فإن محصلة أى قوتين منها تكون مساوية للقوة الثالثة
 فى المقدار ومضادة لها فى الاتجاه ولهما نفس خط العمل.

قوى F_1 ، F_2 ، F_3 ثلاث قوى مستوية ومتلاقية في نقطة مقاديرها 12 ، $12\sqrt{3}$ ، 24 نيوتن على الترتيب فإذا كانت هذه القوى متزنة فأوجد قياسات الزوايا بين خطوط عمل القوى الثلاث.



بفرض أن قياس الزاوية بين خطي عمل F_1 ، F_2 = 90° ، F_1 ، F_3 = 100° ، F_2 ، F_3 = 10° .

القوى الثلاث متزنة. $F_1 + F_2 + F_3 = 0$ حيث $F_1 = 12\hat{i}$ ، $F_2 = 12\sqrt{3}\hat{j}$ ، $F_3 = 24\hat{i}$

$F_1 + F_2 + F_3 = 0$ ومضادة لها في الاتجاه $12\hat{i} + 12\sqrt{3}\hat{j} + 24\hat{i} = 0$ ، $\therefore 36\hat{i} + 12\sqrt{3}\hat{j} = 0$ ، $\therefore 3\hat{i} + \sqrt{3}\hat{j} = 0$ ، $\therefore \tan^{-1}(\frac{\sqrt{3}}{3}) = 30^\circ$ ، $\therefore \alpha = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ ، $\therefore \beta = 100^\circ - 90^\circ = 10^\circ$ ، $\therefore \gamma = 180^\circ - (90^\circ + 10^\circ) = 80^\circ$

$F_1 + F_2 + F_3 = 0$ ، $12\hat{i} + 12\sqrt{3}\hat{j} + 24\hat{i} = 0$ ، $36\hat{i} + 12\sqrt{3}\hat{j} = 0$ ، $3\hat{i} + \sqrt{3}\hat{j} = 0$ ، $\tan^{-1}(\frac{\sqrt{3}}{3}) = 30^\circ$ ، $\alpha = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ ، $\beta = 100^\circ - 90^\circ = 10^\circ$ ، $\gamma = 180^\circ - (90^\circ + 10^\circ) = 80^\circ$

$\therefore \alpha = 60^\circ$ ، $\beta = 10^\circ$ ، $\gamma = 80^\circ$ ، \therefore قياس الزاوية بين خطي عمل F_1 ، F_2 = 90° ، F_1 ، F_3 = 100° ، F_2 ، F_3 = 10° ، \therefore القوى الثلاث متزنة.

\therefore قياس الزاوية بين خطي عمل F_1 ، F_2 = 90° ، F_1 ، F_3 = 100° ، F_2 ، F_3 = 10° ، \therefore القوى الثلاث متزنة.

بالمثل بفرض أن قياس الزاوية بين خطي عمل F_1 ، F_2 = 90° ، F_1 ، F_3 = 100° ، F_2 ، F_3 = 10° ، \therefore القوى الثلاث متزنة.

إذا أمكن تمثيل ثلاث قوى مستوية ومتلاقية في نقطة بأضلاع مثلث مأخوذة في اتجاه دورى واحد فإن هذه القوى تكون متزنة.

٣

قاعدة مثلث القوى

كل قوة تتناسب مع طول الضلع المناظر لها.

٤

قاعدة لامي

كل قوة تتناسب مع جيب الزاوية بين القوتين الأخرتين.

ملاحظة

- لكي تتزن ثلاث قوى متلاقية في نقطة وليست على استقامة واحدة يجب أن تكون مقاديرها تصلح لأن تكون أطوالاً لأضلاع مثلث ، بمعنى أنه لا بد أن يكون مقدار كبرى هذه القوى أصغر من مجموع مقادير القوتين الأخرين لأنه في أي مثلث يجب أن يكون أكبر الأضلاع طولاً أصغر من مجموع طولي الضلعين الآخرين.

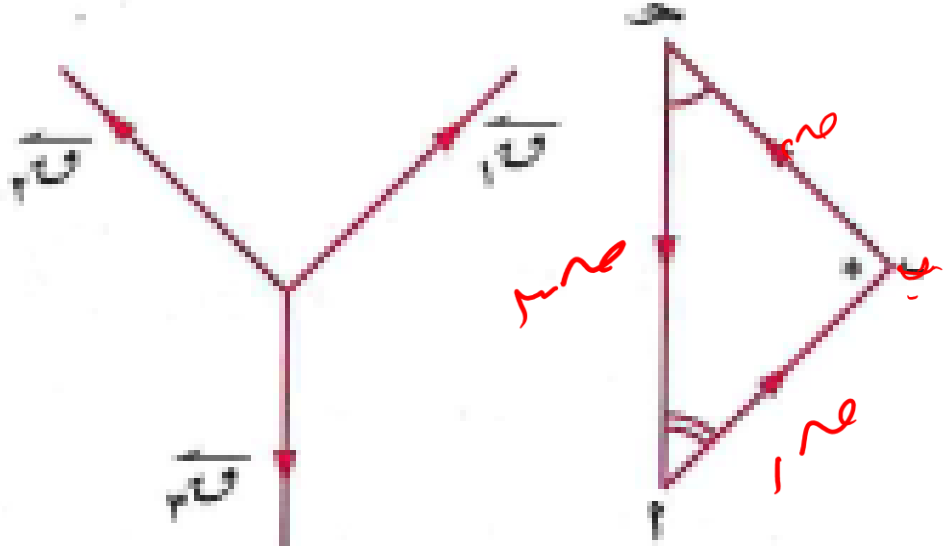
فمثلاً

القوى الثلاث التي مقاديرها ٣ ، ٤ ، ٩ وحدة قوة لا يمكن أن تتزن لأن الأعداد ٣ ، ٤ ، ٩ لا تصلح لأن تكون أطوالاً لأضلاع مثلث لأن $٣ + ٤ < ٩$ أما القوى التي مقاديرها ٤ ، ٧ ، ٨ يمكن أن تتزن ولا نقول متزنة حيث إن الاتزان يعتمد على مقادير القوى واتجاهها أيضاً.

- تتزن الثلاث قوى المتلاقية في نقطة إذا كان مقدار كبرى هذه القوى يساوي مجموع مقادير القوتين الأخرين في حالة أن تكون هذه القوى على استقامة واحدة.

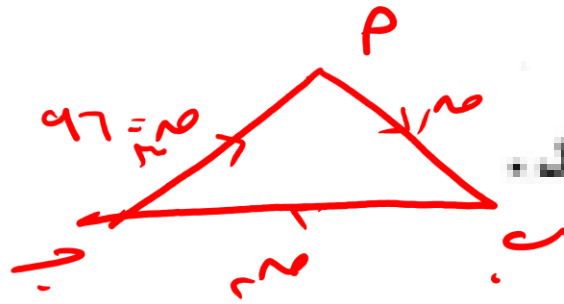
∴ القوى الثلاث \vec{F}_1 ، \vec{F}_2 ، \vec{F}_3 متزنة.

إذا اتزن جسم جاسئ تحت تأثير ثلاث قوى مستوية متلاقية في نقطة ورسم مثلث أضلاعه توازي خطوط عمل القوى وفي اتجاه دورى واحد فإن أطوال أضلاع المثلث تكون متناسبة مع مقادير القوى المناظرة.



$$\frac{F_1}{a} = \frac{F_2}{b} = \frac{F_3}{c}$$

ثلاث قوى متلاقية في نقطة مقاديرها 96 ، 10 ، 8 ث.كجم وأمكن تمثيلها بالقطع المستقيمة الموجهة \vec{AB} ، \vec{BC} ، \vec{CA} على الترتيب في ΔABC الذي فيه : $AB = 8$ سم ، $BC = 10$ سم ، $CA = 12$ سم
 أوجد قيمة كل من : \vec{m} ، \vec{n}



\therefore القوى تمثل بأضلاع مثلث مأخوذة في اتجاه دورى واحد.
 \therefore القوى متزنة وباستخدام قاعدة مثلث القوى :

$$\frac{96}{12} = \frac{10}{10} = \frac{8}{8} \therefore$$

$$\therefore \frac{96}{12} = \frac{10}{10} = \frac{8}{8}$$

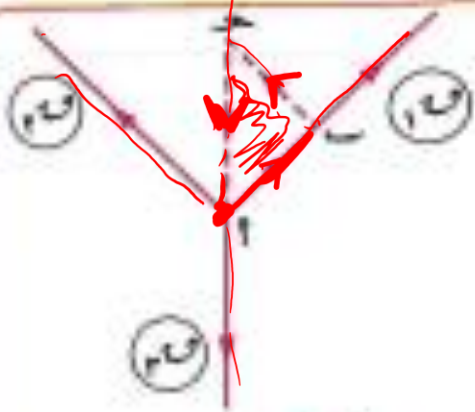
$\therefore \vec{m} = 16$ ث.كجم ، $\vec{n} = 8$ ث.كجم.

$$10 = \frac{96 \times 10}{12} = 80 \text{ ث.كجم}$$

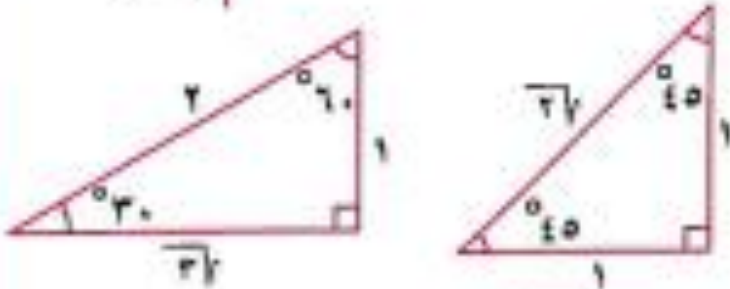
$$8 = \frac{96 \times 8}{12} = 64 \text{ ث.كجم}$$

ملاحظتان هامتان

١ من الممكن رسم مثلث القوى بحيث يكون ضلعان من أضلاعه محمولين على خطي عمل قوتين والضلع الثالث يوازي خط عمل القوة الثالثة. ففي الشكل المقابل: Δ abc يكون مثلث قوى.



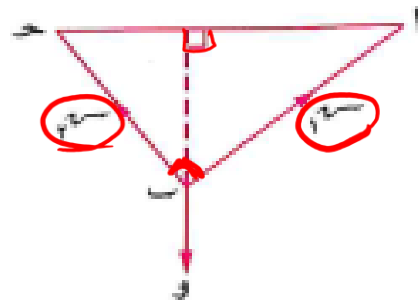
٢ إذا كان مثلث القوى لثلاث قوى متزنة هو مثلث ثلاثيني ستينى كانت النسبة بين مقادير القوى الثلاثة كالنسبة بين أطوال أضلاعه $1 : 2 : \sqrt{3}$



وإذا كان مثلث القوى قائم الزاوية ومتساوي الساقين كانت النسبة $1 : 1 : \sqrt{2}$

إذا رسم مثلث أضلاعه عمودية على اتجاهات القوى المتزنة فإن النسبة بين كل قوة وطول ضلع المثلث العمودي عليها متساوية.

في الشكل المقابل:



$$\overline{ac} \perp \overline{bc}, \overline{bc} \perp \overline{ab}, \overline{ac} \perp \overline{ab}$$

$$\therefore \frac{bc}{ab} = \frac{ac}{bc} = \frac{ac}{ab}$$

تسمى هذه القاعدة «مثلث القوى العمودي»

٥ مثلث القوى العمودي

كل قوة تتناسب مع طول الضلع العمودي عليه

المثلث القائم الزاوية 30° ، 60°

النسبة بين أضلاعه $1 : \sqrt{3} : 2$
 30° ، 60° ، الوتر 90°

المثلث القائم المتساوي الساقين

$1 : 1 : \sqrt{2}$

٨ طول الضلع المقابل للزاوية 30°

في المثلث القائم $= \frac{1}{2}$ طول الوتر

٩ طول متوسط المثلث القائم

والخارج من رأس القائمة $= \frac{1}{2}$ طول الوتر

١٠ إذا رسم مستقيم يوازي أحد أضلاع مثلث

ويقطع الضلعين الآخرين فإن المثلث

الناجم يشابه الأصلي $P \sim P$

١١ القطعة المستقيمة المرسومة بين

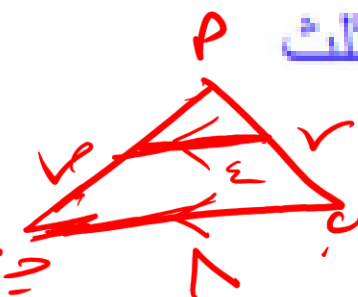
منتصفي ضلعين في مثلث

توازي الضلع الثالث وتساوي $\frac{1}{2}$ طوله

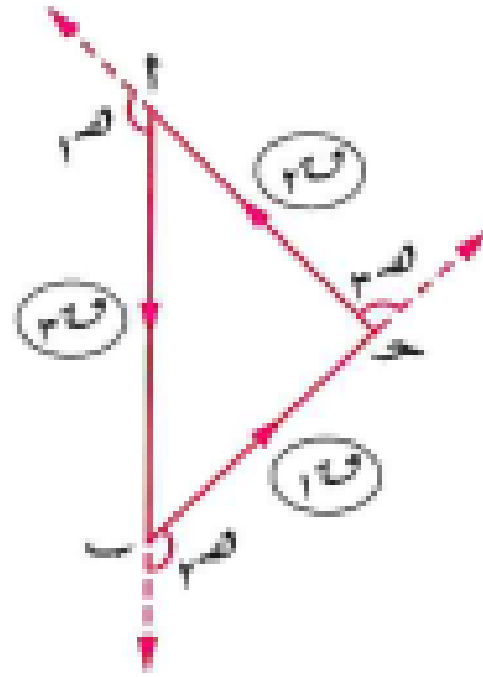
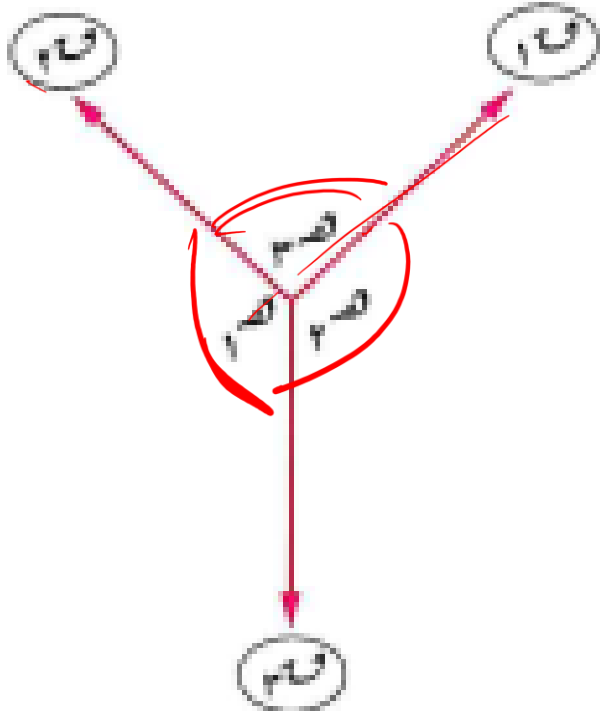
١٢ القطعة المستقيمة المرسومة من

منتصف أحد الضلعين موازية أحد

الأضلاع فإنها تتصف الضلع الثالث



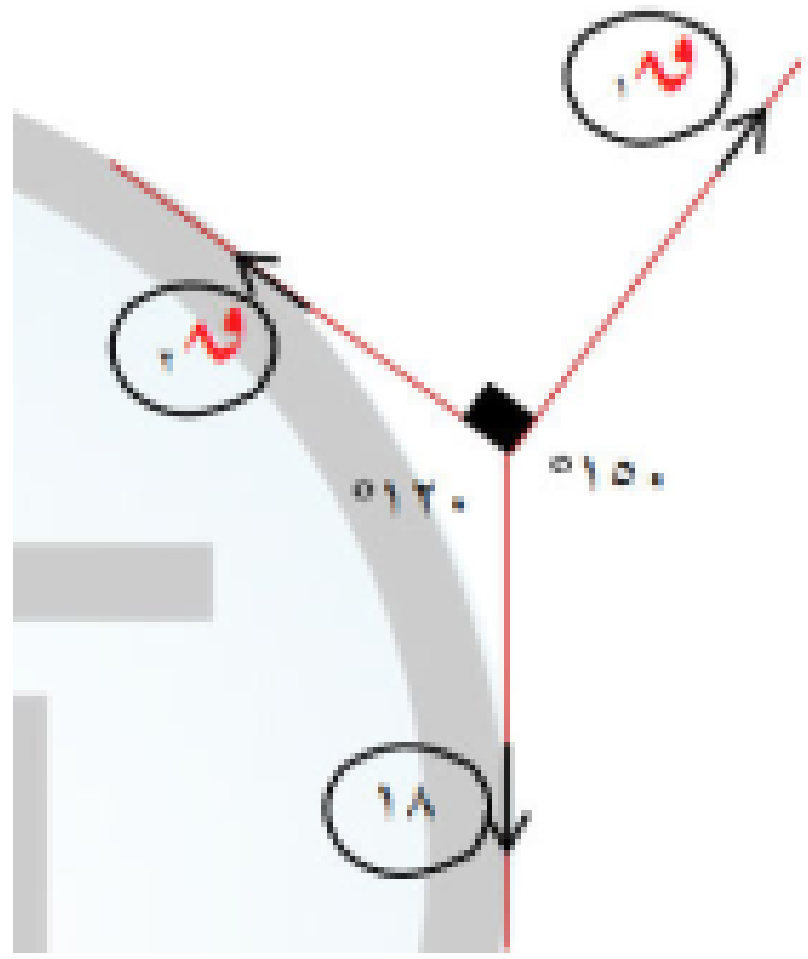
إذا اتزن جسم تحت تأثير ثلاث قوى مستوية متلاقية في نقطة فإن مقدار كل قوة يتناسب مع جيب الزاوية المحصورة بين القوتين الأخرين.



$$\frac{F_1}{\sin \alpha} = \frac{F_2}{\sin \beta} = \frac{F_3}{\sin \gamma}$$

مثال (١) ثلاث قوى مستوية مقاديرها ١ و ٢ و ٣

و ١٨ ، ٢ و ٣ نيوتن متلاقية في نقطة واحدة ومتزنة فإذا كان قياس الزاوية بين خطي عمل القوتين الأولى والثانية ٩٠° ، وبين الثانية والثالثة ١٢٠° أوجد ١ و ٢ و ٣



$$\frac{18}{\sin 90^\circ} = \frac{9}{\sin 150^\circ} = \frac{9}{\sin 120^\circ}$$

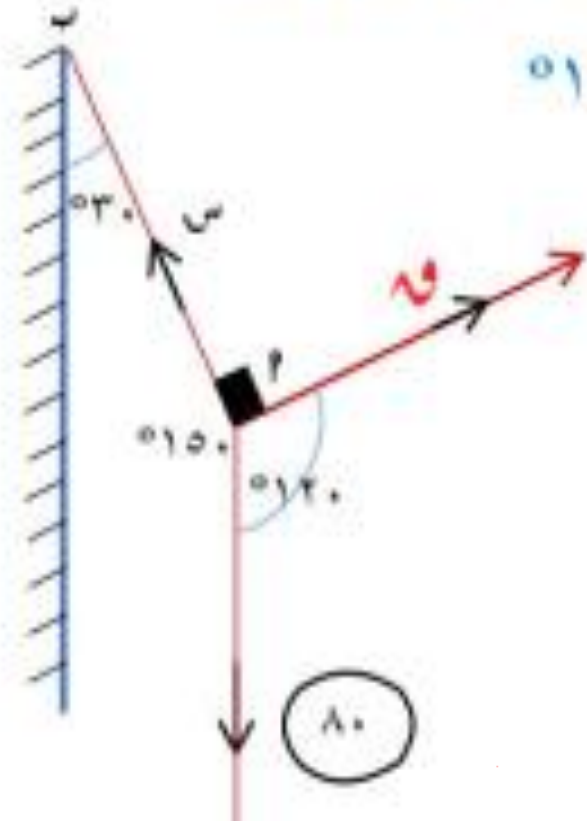
$$9 = \frac{18 \sin 150^\circ}{\sin 90^\circ} = 9 \text{ نيوتن}$$

$$9 = \frac{18 \sin 120^\circ}{\sin 90^\circ} = 15.588 \text{ نيوتن}$$

الحائط رأسي والوزن رأسي متوازيين

$$150^\circ = (30^\circ - 180^\circ)$$

بتطبيق قاعدة لامي



مثال (٢) علق ثقل مقدار ه ٨٠ نيوتن في

طرف خيط مثبت طرفه الآخر في حائط

رأسي ، أزيج الثقل بقوة عمودية على الخيط

حتى أصبح مانلاً على الحائط بزاوية ٣٠°

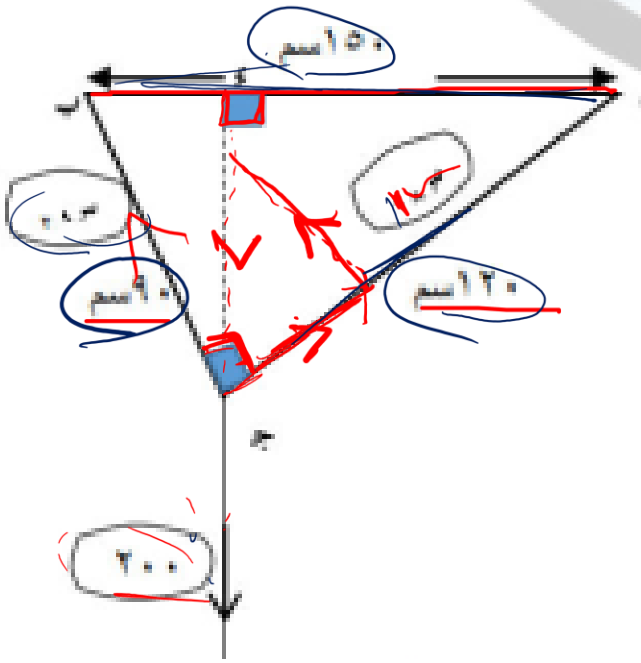
أوجد مقدار القوة والشد في الخيط

$$\frac{80}{\sin 90^\circ} = \frac{T}{\sin 120^\circ} = \frac{W}{\sin 150^\circ}$$

$$T = \frac{80 \sin 120^\circ}{\sin 90^\circ} = 69.28 \text{ نيوتن}$$

$$W = \frac{80 \sin 150^\circ}{\sin 90^\circ} = 40 \text{ نيوتن}$$

الحل



$$\frac{200}{150} = \frac{200}{120} = \frac{100}{60}$$

$$\text{مس 1} = \frac{200 \times 90}{150} = 120 \text{ سم}$$

$$\text{مس 2} = \frac{120 \times 200}{150} = 160 \text{ سم}$$

مثال (3) علق ثقل 200 ث.جم بخيطين طولاهما 90 سم ، 120 سم من نقطتين في خط أفقي واحد البعد بينهما 150 سم أوجد مقدار الشد في كل الخيطين

$$22500 = T(150) = T(P)$$

$$T(90) + T(120) = T(P) + T(P)$$

$$22500 =$$

∴ P ج مثلث قائم

مس 1 ⊥ P ج

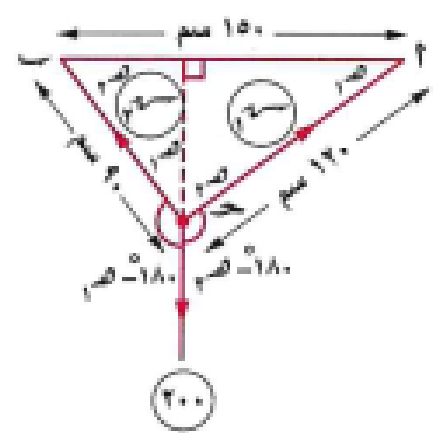
مس 2 ⊥ P ج

و P ⊥ (200)

بتطبيق قاعدة مثلث القوى العمودي

مثال ٦

علق ثقل مقداره ٢٠٠ ث.جم بخيطين طولاهما ٩٠ سم ، ١٢٠ سم من نقطتين في خط أفقى واحد البعد بينهما ١٥٠ سم أوجد مقدار الشد في كل من الخيطين في حالة الاتزان.



الحل

$$\therefore (150)^2 = (120)^2 + (90)^2$$

$\therefore \Delta$ قائم الزاوية في ح

ومن هندسة الشكل نجد أن :

$$\frac{4}{5} = \frac{120}{150} = \frac{1}{3} \text{ ما } \frac{3}{5} = \frac{90}{150} = \frac{3}{5} \text{ ما}$$

$$\text{ويستخدم قاعدة لامي : } \frac{200}{90 \text{ ما}} = \frac{120}{(150 - 180) \text{ ما}} = \frac{120}{(150 - 180) \text{ ما}}$$

$$\therefore \frac{200}{1} = \frac{120}{\frac{4}{5}} = \frac{120}{\frac{3}{5}} \therefore \frac{200}{90 \text{ ما}} = \frac{120}{150 \text{ ما}} = \frac{120}{150 \text{ ما}}$$

\therefore سم = ١٢٠ ث.جم ، سم = ١٦٠ ث.جم.

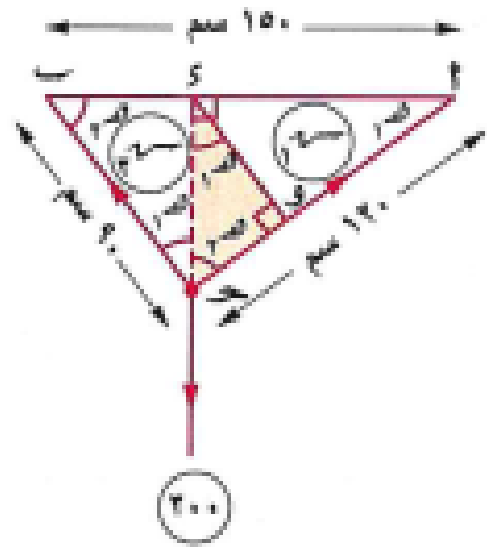
حل آخر : باستخدام قاعدة مثلث القوى :

نرسم \vec{S} و \vec{O} // \vec{AB} فيكون $\Delta S O$ و O هو مثلث القوى

$$\therefore \frac{200}{S} = \frac{120}{O} = \frac{120}{S} \therefore$$

$$\therefore S = \frac{200}{120} \times 120 = 200 \text{ عا هـ} = \frac{200}{9} \times 120 = 2666.67 \text{ جم. ث. جم}$$

$$O = \frac{120}{200} \times 200 = 120 \text{ عا هـ} = \frac{120}{9} \times 200 = 2666.67 \text{ جم. ث. جم}$$



حل ثالث : (بالتحليل) :

\therefore القوى الثلاثة متزنة.

\therefore محصلة قوتي الشد = القوة الثالثة مقدارًا وتضادها اتجاهًا

$\therefore \vec{S}_1, \vec{S}_2$ هما مركبتا \vec{S} وهما مركبتان متعامدتان

$$\therefore S_1 = S \cos \theta = 200 \times \frac{12}{16} = 150 \text{ عا هـ} = 150 \text{ جم. ث. جم}$$

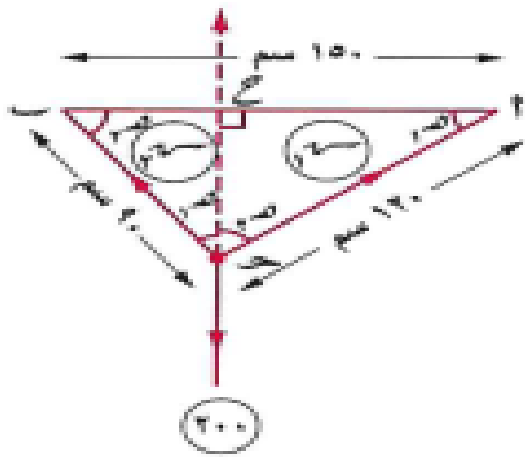
$$S_2 = S \sin \theta = 200 \times \frac{9}{16} = 112.5 \text{ عا هـ} = 112.5 \text{ جم. ث. جم}$$

حل رابع : (باستخدام قاعدة مثلث القوى العمودي) :

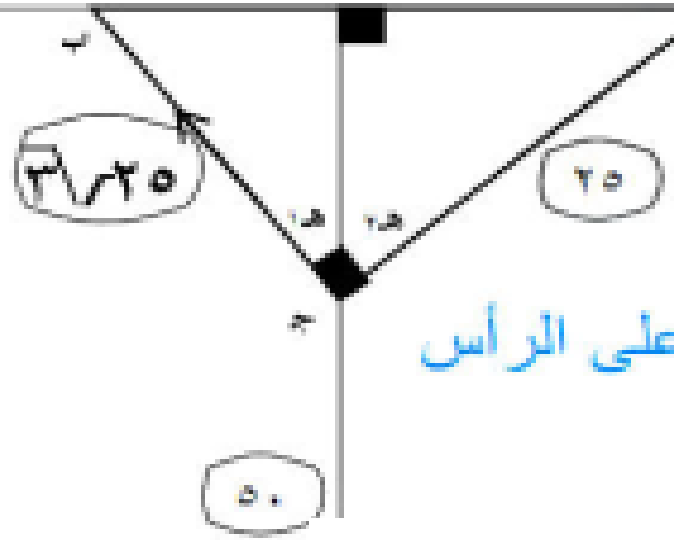
$\therefore \Delta A B C$ مثلث القوى العمودي.

$$\therefore \frac{120}{120} = \frac{200}{150} = \frac{120}{90}$$

$$\therefore S_1 = 120 \text{ جم. ث. جم} , S_2 = 160 \text{ جم. ث. جم}$$

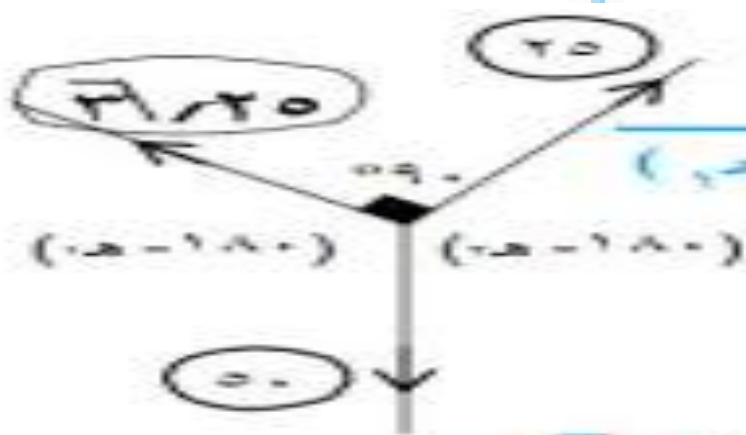


الحل



زاويتي الميل على الرأس

هي α ، β



مثال (٥) علق ثقل قدره ٥٠ ث.جم بواسطة خيطين متعامدين فإذا كان الشد في الخيطين هما $3\sqrt{25}$ ، ٢٥ ث.جم فأوجد قياس الزاوية التي يميل بها كل من الخيطين على الرأسى

$$\tan \alpha = \frac{25}{(3\sqrt{25} - 180)} = \frac{50}{90}$$

$$\tan \beta = \frac{3\sqrt{25}}{(3\sqrt{25} - 180)} =$$

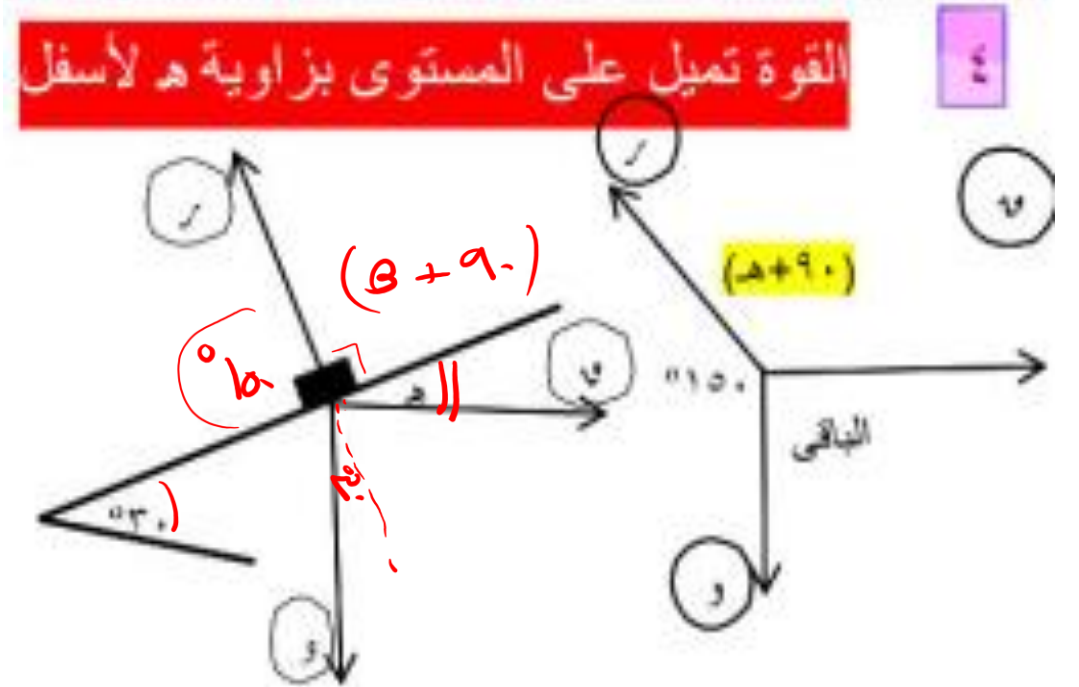
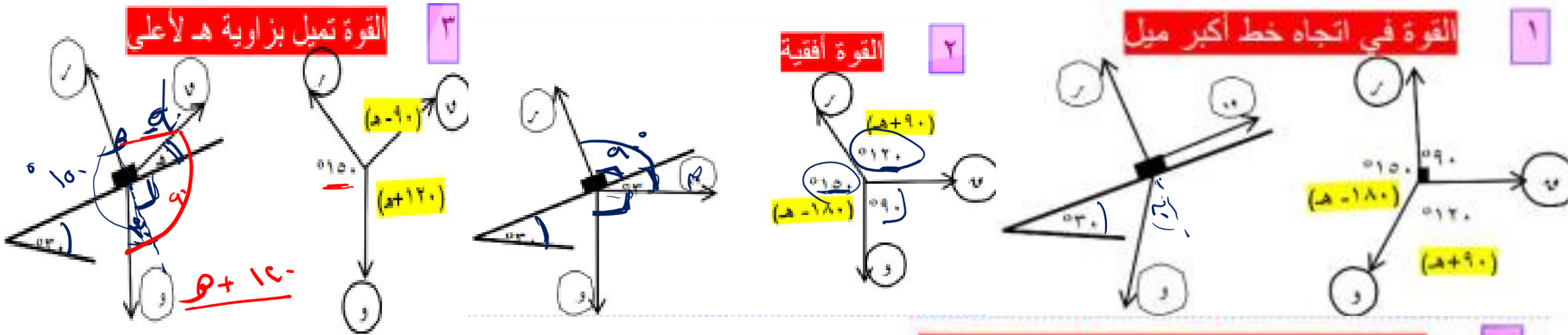
$$\frac{3\sqrt{25}}{3\sqrt{25} - 180} = \frac{25}{3\sqrt{25} - 180} = \frac{50}{90}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{90 \times 25}{50} = 45$$

$$\therefore \alpha = 45^\circ$$

$$\therefore \beta = 45^\circ$$

ملخص لحالات المستوى المائل الأملس



لاحظ أن θ دي مش ثابتة دي متغيرة
 وبناءً على ذلك هيتغير كل الأرقام لذلك أفهم
 كل نوع شكله وإزاي تجيب الزوايا بتاعته.

مثال ٤

وضع جسم وزنه ٥ ثقل كجم على مستوٍ مائل أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها 30° ومنع الجسم من الانزلاق بالتأثير عليه بقوة قدرها W تعمل في اتجاه خط أكبر ميل للمستوى إلى أعلى. أوجد مقدار W وكذا مقدار رد فعل المستوى على الجسم.

الحل

الجسم متزن بتأثير القوى التي مقاديرها W ، W ، 5 ثقل كجم

كما في الشكل وقياس الزاوية بين خطي عمل القوتين الأولى والثانية 90°

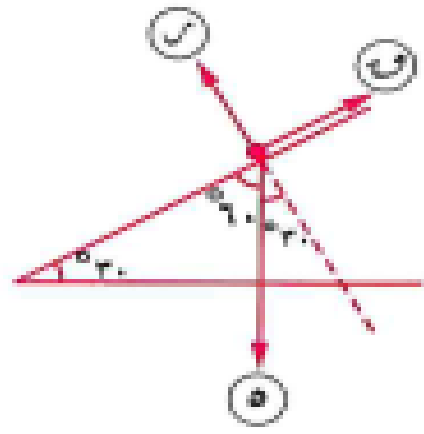
وبين الثانية والثالثة $180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$

وبين الثالثة والأولى $90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$

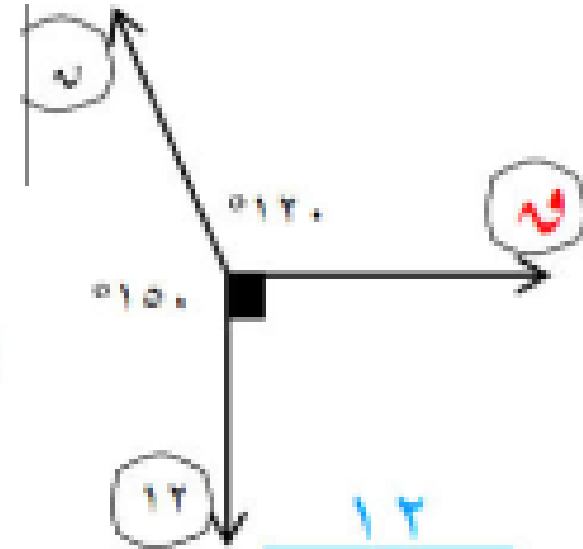
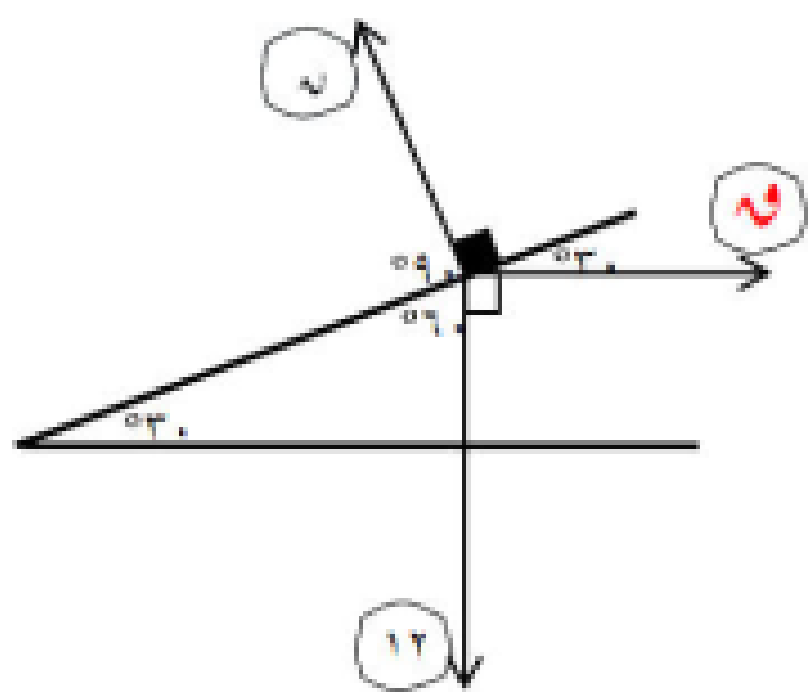
ويتطبيق قاعدة لامي يكون : $\frac{W}{\sin 90^\circ} = \frac{W}{\sin 120^\circ} = \frac{5}{\sin 150^\circ}$

أي : $\frac{W}{1} = \frac{W}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{5}{\frac{1}{2}}$

∴ $W = \frac{1}{2} \times 5 = 2.5$ ثقل كجم ، $W = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 5 = \frac{5\sqrt{3}}{2}$ ثقل كجم.



مثال (٤) وضع جسم وزنه ١٢ ث.كجم على مستوى أملس يميل على الأفقي بزاوية قياسها ٥٣°. وحفظ توازن الجسم بواسطة قوة أفقية أوجد مقدار القوة ورد فعل المستوى



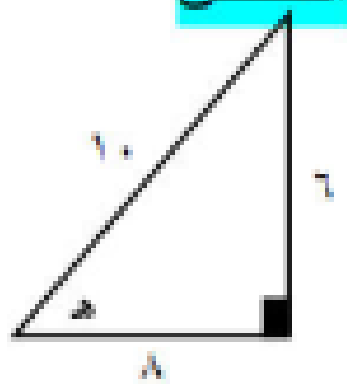
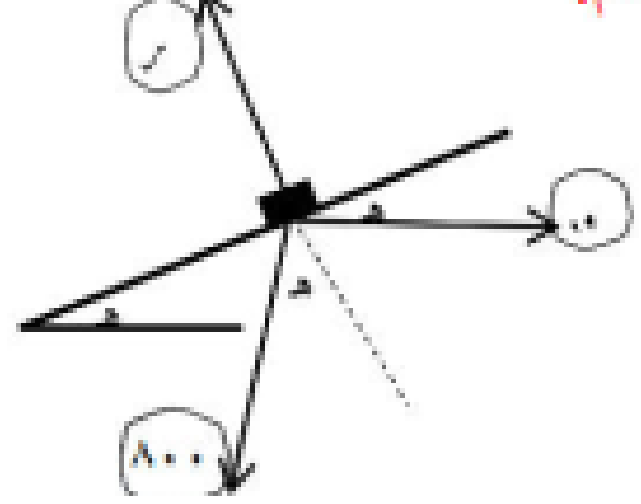
$$F_{\text{رد فعل}} = \frac{12 \text{ جا } 37^\circ}{\sin 53^\circ} = 2 \text{ ث.كجم}$$

$$F_{\text{رد فعل}} = \frac{12 \text{ جا } 53^\circ}{\cos 37^\circ} = 2 \text{ ث.كجم}$$

$$\frac{12}{\sin 53^\circ} = \frac{2}{\sin 37^\circ} = \frac{2}{\cos 53^\circ}$$

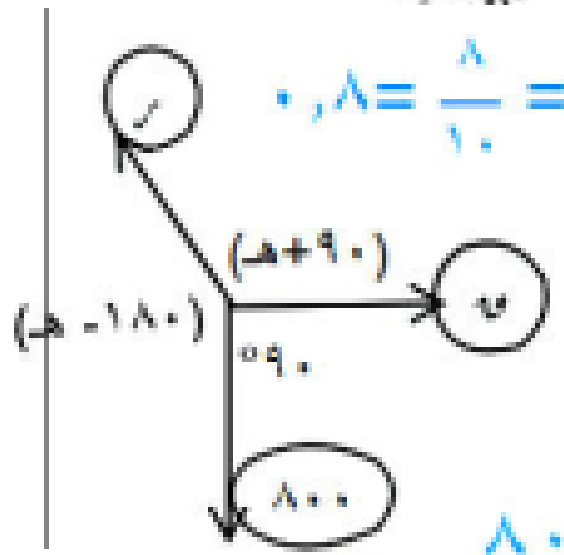
مثال (٧) وضع وزنه ٨٠٠ ث.جم على مستوى
 أملس يميل الأفقي بزاوية قياسها θ حيث جا $\theta = \frac{6}{10}$ وحفظ الجسم في حالة توازن بواسطة
 قوة أفقية أوجد مقدار هذه القوة ورد فعل
 المستوى على الجسم.

الحل



$$N = \frac{800 \times \sin \theta}{\cos \theta} = \frac{800 \times \frac{6}{10}}{\frac{8}{10}} = 600 \text{ ث.جم}$$

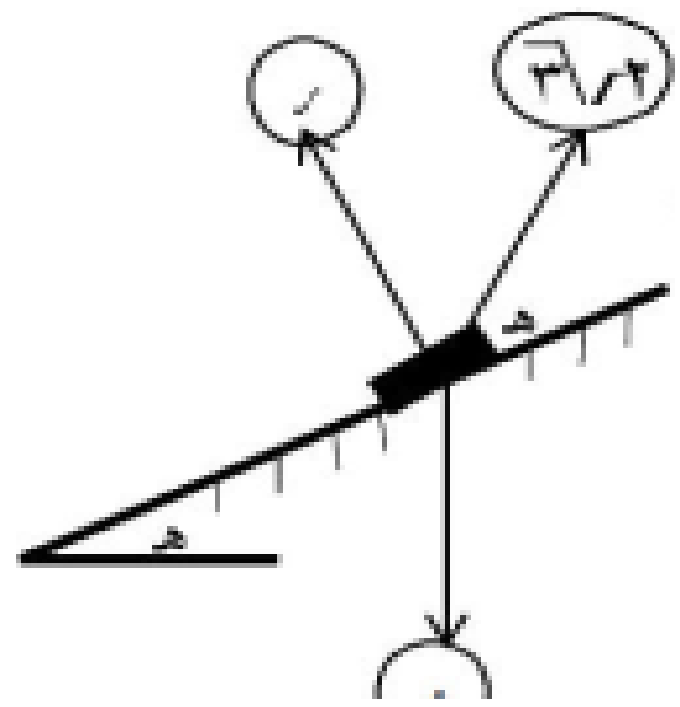
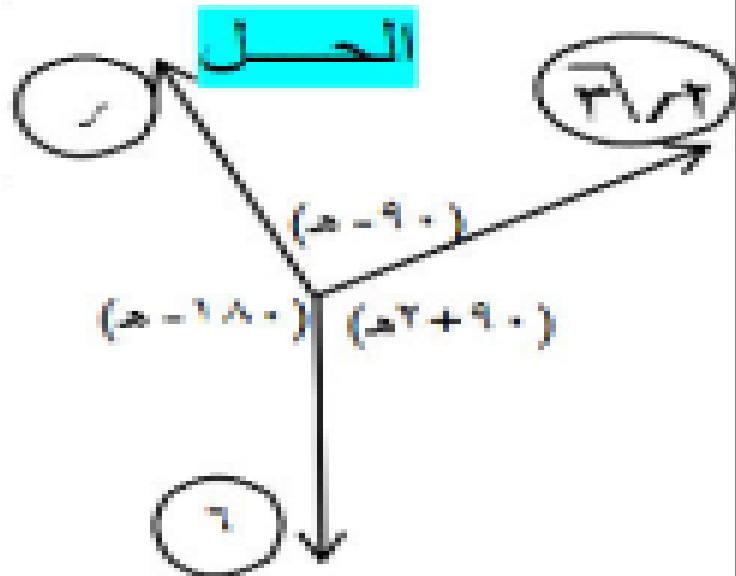
$$R = \frac{800}{\sin \theta} = \frac{800}{\frac{6}{10}} = 1333.33 \text{ ث.جم}$$



$$\frac{800}{\sin \theta} = \frac{800}{\frac{6}{10}} = 1333.33$$

$$\frac{800}{\sin \theta} = \frac{800}{\frac{6}{10}} = 1333.33$$

جا $\theta = \frac{6}{10}$ جتا $\theta = \frac{8}{10}$
 بتطبيق قاعدة لامي



مثال (٨) وضع جسم وزنه ٦ نيوتن على مستوى أملس يميل على الأفقي بزاوية θ وحفظ توازنه بواسطة قوة مقدارها $3\sqrt{2}$ نيوتن وتميل على خط أكبر ميل للمستوى بزاوية θ لأعلى أوجد قيمة θ ورد فعل المستوى

بتطبيق قاعدة لامي

$$\frac{6}{\cos \theta} = \frac{\sqrt{3}}{\cos \theta} = \frac{3\sqrt{2}}{\cos \theta}$$

$$\frac{\text{مقدم}}{\text{تالي}} = \frac{\text{تالي}}{\text{مقدم}}$$

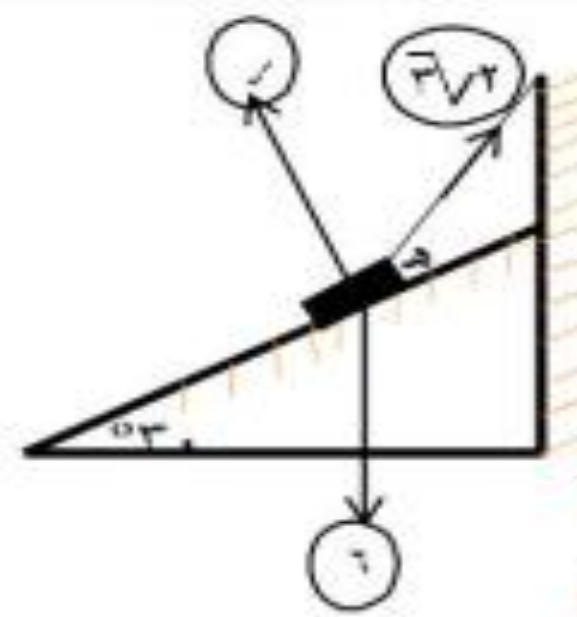
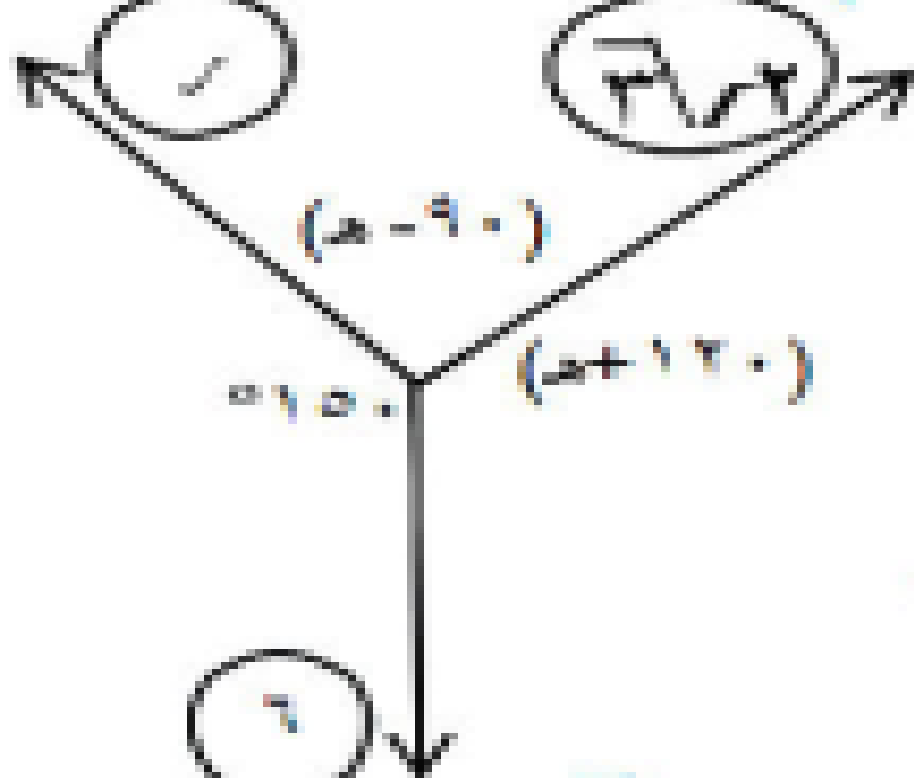
$$\frac{6}{\cos \theta} = \frac{3\sqrt{2}}{\cos \theta} \therefore$$

$$\frac{\cos \theta}{\cos \theta} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \theta = 30^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{\cos(\theta + 90^\circ)} = \frac{3\sqrt{2}}{\cos(\theta - 180^\circ)} = \frac{6}{\cos(\theta - 90^\circ)}$$

$$\therefore \sqrt{3} = \frac{6 \cos \theta}{3 \cos \theta} = 2 \therefore 3\sqrt{2} = 6 \therefore \theta = 30^\circ$$



مثال (٩)

جسم وزنه ٦ ث.كجم
موضوع على مستوى
أملس يميل على الأفقي
بزاوية ٣٠° وحفظ بقوة
شد $3\sqrt{2}$ ث.كجم

أوجد قياس الزاوية التي يصنعها الخيط مع
المستوى ومقدار رد فعل المستوى على الجسم

ب. جتا $\theta = \frac{6 \times 0.5}{3\sqrt{2}}$
ب. $\theta = 30^\circ$

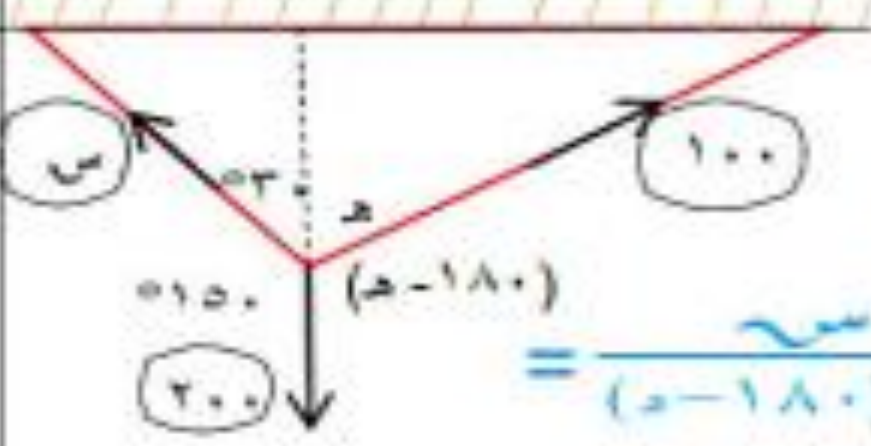
ب. جتا $\theta = \frac{3\sqrt{2}}{6}$

$= \frac{3\sqrt{2}}{6} = \frac{3\sqrt{2}}{6} = \frac{3\sqrt{2}}{6} = \frac{3\sqrt{2}}{6}$
 $= \frac{3\sqrt{2}}{6} = \frac{3\sqrt{2}}{6} = \frac{3\sqrt{2}}{6} = \frac{3\sqrt{2}}{6}$

$\frac{3\sqrt{2}}{6} = \frac{3\sqrt{2}}{6} = \frac{3\sqrt{2}}{6} = \frac{3\sqrt{2}}{6}$
 $\frac{3\sqrt{2}}{6} = \frac{3\sqrt{2}}{6} = \frac{3\sqrt{2}}{6} = \frac{3\sqrt{2}}{6}$

الحل

مثال (١٠) علق جسم وزنه ٢٠٠ ث.جم بواسطة خيطين خفيفين يميل أحدهما على الرأس زاوية ه ويميل الآخر على الرأس بزاوية ٥٣° فإذا كان مقدار الشد في الخيط الأول = ١٠٠ ث.جم فأوجد ه ومقدار الشد في الخيط الثاني



بتطبيق قاعدة لامي

$$= \frac{100 \sin \alpha}{(\alpha - 180)} = \frac{200}{(\alpha + 30)}$$

$$\frac{200}{(\alpha + 30)}$$

$$\therefore \text{جا } (\alpha + 30) = \frac{200 \text{ جا } 53}{100} = 1$$

$$\therefore \alpha = 56^\circ$$

$$\therefore (\alpha + 30) = 86^\circ$$

$$\frac{100}{150} = \frac{\sin \alpha}{\sin 86}$$

$$\text{سي} = \frac{100 \text{ جا } 86}{150} = 3\sqrt{100} \text{ ث.جم}$$

اختر مجاب عنه

١ إذا اتزن جسم تحت تأثير ثلاث قوى متلاقية في نقطة فإن مقدار كل قوة يتناسب مع... الزاوية بين القوتين الأخرتين

(أ) جيب تمام (ب) جيب

(ج) ظل (د) ظل تمام

جيب — من قاعدة لامي

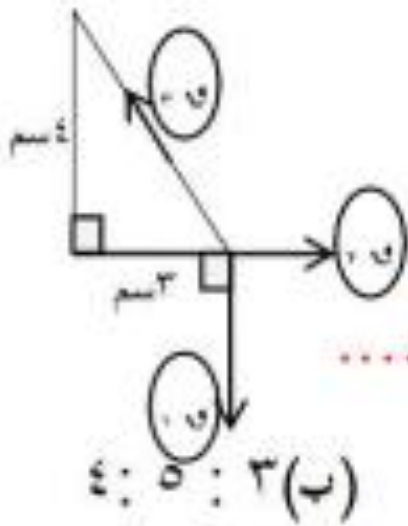
٢ ثلاث قوى متساوية في المقدار ومتلاقية في نقطة ومترنة فإن قياس الزاوية بين أي قوتين = ...

(أ) ٥٦٠ (ب) ٥٩٠

(ج) ٥١٢٠ (د) ٥١٥٠

$$٥١٢٠ = ٣ \div ٥٣٦٠$$

٣ من الشكل المقابل



$$١٥ : ٢٥ : ٣٥ = \dots$$

(أ) ٣ : ٤ : ٥ (ب) ٣ : ٥ : ٤

(ج) ٤ : ٥ : ٣ (د) ٤ : ٣ : ٥

٤ ثلاث قوى مستوية ومتلاقية في نقط

مترنة فإذا كان ٧ ، ٣ نيوتن مقدار

قوتين منهم فإن مقدار القوة الثالثة

يمكن أن يساوي ... نيوتن

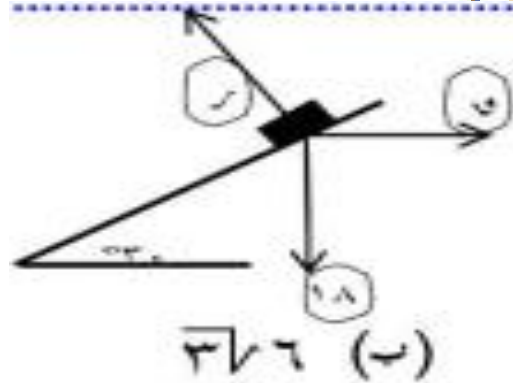
(أ) ١١ (ب) ٢

(ج) ١ (د) ٣

أقل عدد من القوى المستوية المتساوية
في المقدار يمكن أن يتزن هو...

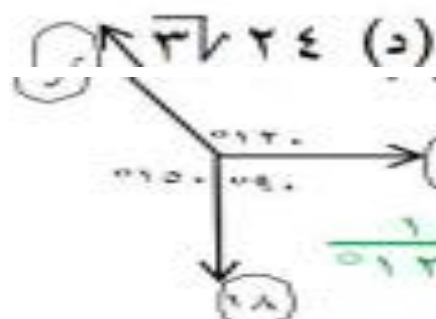
٦

- ١ (أ) ٢ (ب) ٣ (ج)
٤ (د) ٥ (هـ) ٦ (و)



في الشكل المقابل
 $u + r = \dots$

٨



- ٣√١٢ (أ) ٣√٦ (ب)
٣√١٨ (ج) ٣√٢٤ (د)

الحل

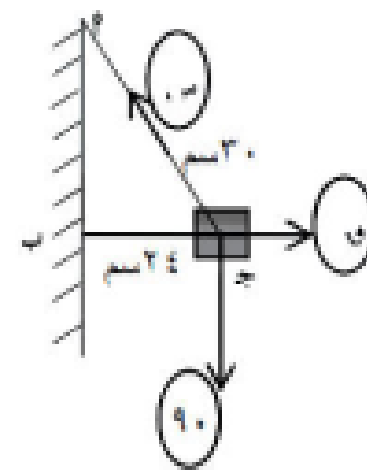
$$\frac{18}{\sin 30^\circ} = \frac{u}{\cos 30^\circ} = \frac{r}{\sin 60^\circ}$$

$$F\sqrt{6} = \frac{18 \sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} = u$$

$$F\sqrt{12} = \frac{18 \sin 30^\circ}{\sin 60^\circ} = r$$

$$F\sqrt{18} = u + r$$

٥ في الشكل المقابل



س - u = ... ث.جم

- ١٢٠ (أ) ١٥٠ (ب)
٣٠ (د) ٥٠ (ج)

من مثلث القوى

$$\frac{90}{18} = \frac{u}{24} = \frac{s}{30}$$

$$s = \frac{30 \times 90}{18} = 150 \text{ ث.جم}$$

$$u = \frac{24 \times 90}{18} = 120 \text{ ث.جم}$$

$$\therefore s - u = 150 - 120 = 30 \text{ ث.جم}$$

١) إذا اتزن جسم تحت تأثير ثلاث قوى متلاقية في نقطة فإن مقدار كل قوة يتناسب مع الزاوية المحصورة بين القوتين الأخرين.

- (أ) جيب تمام (ب) جيب (ج) ظل (د) ظل تمام

٢) إذا اتزن جسم تحت تأثير قوتين \vec{F}_1 ، \vec{F}_2 فإن :

- (أ) $\vec{F}_1 = \vec{F}_2$ (ب) $\vec{F}_1 = \vec{F}_2$
(ج) $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 \neq 0$ (د) \vec{F}_1 ، \vec{F}_2 ليسا على استقامة واحدة.

٣) إذا اتزن جسم تحت تأثير عدة قوى مستوية فإن أقل عدد من القوى تحدث الاتزان يساوى

- (أ) ٥ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

٤) أقل عدد من القوى المستوية غير المتساوية في المقدار يمكن أن يتزن هو

- (أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

٥) إذا كانت : \vec{F}_1 ، \vec{F}_2 ، \vec{F}_3 ثلاث قوى متلاقية في نقطة ومترزة فإن مقدار محصلة \vec{F}_1 ، \vec{F}_2 ، \vec{F}_3 يساوى

- (أ) \vec{F}_1 (ب) $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ (ج) \vec{F}_3 (د) صفر

٦) ثلاث قوى متساوية في المقدار ومتلاقية في نقطة ومترزة فإن قياس الزاوية بين أى قوتين =

- (أ) 60° (ب) 90° (ج) 120° (د) 150°

٧) إذا كانت \vec{F} تتزن مع قوتين متعامدتين مقدارهما ٨ نيوتن ، ١٥ نيوتن

فإن : $\vec{F} =$

- (أ) ٧ (ب) ١٧ (ج) ٢٣ (د) $7\sqrt{2}$

٨) إذا كانت القوة التى مقدارها \vec{F} تتزن مع قوتين مقدارهما ٥ ، ٣ نيوتن واللتان تحصران بينهما زاوية

قياسها 60° فإن : $\vec{F} =$

- (أ) $19\sqrt{2}$ (ب) $34\sqrt{2}$ (ج) ٧ (د) ٦

٩) أى من مجموعات القوى ذات المقادير الآتية يمكن أن تكون متزنة ؟

١) ٨ نيوتن ، ٨ نيوتن ، ٨ نيوتن. ٢) ٨ نيوتن ، ٨ نيوتن ، ٨ نيوتن ، ١٦ نيوتن.

٣) ٨ نيوتن ، ٨ نيوتن ، ٢٠ نيوتن.

١) ١ فقط. ٢) فقط. ٣) فقط. ٤) ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤

١٠) أى من مجموعات القوى ذات المقادير الآتية لا يمكن أن تكون متزنة ؟

١) ١٠ نيوتن ، ١٠ نيوتن ، ٥ نيوتن. ٢) ٤ نيوتن ، ٦ نيوتن ، ١٠ نيوتن.

٣) ١١ نيوتن ، ٧ نيوتن ، ٨ نيوتن. ٤) ٨ نيوتن ، ٤ نيوتن ، ١٤ نيوتن.

١١) ثلاث قوى ليست على استقامة واحدة مستوية ومتلاقية فى نقطة متزنة فإذا كان مقدارى قوتين منهم هما ٧ ، ٣ نيوتن فإن مقدار القوة الثالثة يمكن أن يساوى نيوتن.

١) ١٠ ٢) ٤ ٣) ٣ ٤) ٥

١٢) ثلاث قوى مستوية ومتزنة تؤثر فى نقطة مادية قياس الزاوية بين القوتين الأولى والثانية ٦٠° ، بين الثانية والثالثة ١٥٠° فإن النسبة بين مقادير القوى هى

١) ١ : ١ : ٣ ٢) ١ : ٢ : ٣ ٣) ٢ : ٣ : ٣ ٤) ٣ : ٣ : ١

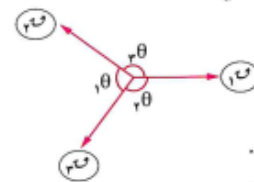
١٣) القوة التى تتزن مع القوتين المتعامدتين اللتان مقدارهما ٣ ، ٤ نيوتن قياس زاوية ميلها على إحدى القوتين =

١) ٩٠ ٢) ١٢٠ ٣) ١٣٥ ٤) ١٥٠

١٤) ثلاث قوى مستوية مقاديرها ٥ ، ٦ ، ٧ نيوتن تؤثر فى نقطة مادية فإذا كانت القوى متزنة فإن جيب تمام الزاوية بين القوتين الثانية والثالثة =

١) $\frac{5}{9}$ ٢) $\frac{5}{7}$ ٣) $\frac{15}{17}$ ٤) $\frac{1}{7}$

١٥) إذا اتزن جسم تحت تأثير ثلاث قوى بالشكل المقابل فأى الجمل الآتية صحيحة ؟



١) $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \text{صفر}$ ٢) $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \text{صفر}$

٣) $\frac{F_1}{\sin \theta} = \frac{F_2}{\sin \theta} = \frac{F_3}{\sin \theta}$

١) فقط ٢) فقط ٣) فقط ٤) ١ ، ٢ ، ٣

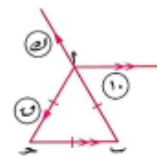
١) فقط ٢) فقط ٣) فقط ٤) ١ ، ٢ ، ٣

١٦) فى الشكل المقابل :

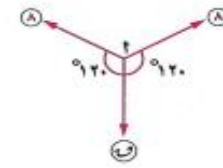
إذا كانت المجموعة متزنة فإن : $\vec{F} = \dots$ نيوتن.

١) ١٠ ٢) ١٢

٣) ٢٠ ٤) ١٣



١٧) نقطة مادية متزنة تحت تأثير القوى الثلاثة الموضحة بالشكل المقابل حيث \vec{W} تتزن مع قوتين مقدار كل منهما ٨ نيوتن وتصنع مع كل منهما زاوية قياسها 120° فإن : $\vec{W} = \dots\dots\dots$ نيوتن.



(د) ٨ ما 120°

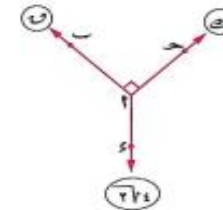
(ج) ١٦

(ب) ٨

(١) صفر

١٨) في الشكل المقابل :

ثلاث قوى متزنة مقاديرها \vec{W} ، \vec{L} ، \vec{E} $2\sqrt{2}$ نيوتن ، \vec{W} (دس ٢ ح) = 90° ، \vec{W} (دس ٢ ع) = 135° فإن : $(\vec{W} ، \vec{L} ، \vec{E}) = \dots\dots\dots$



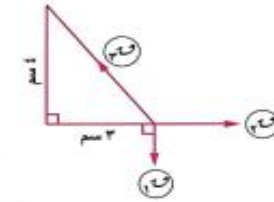
(ب) $(2\sqrt{2} ، 4)$

(١) $(4 ، 4)$

(د) $(2 ، 2)$

(ج) $(4 ، 2\sqrt{2})$

١٩) إذا كان الشكل المقابل يوضح اتزان جسم تحت تأثير ثلاث قوى متلاقية في نقطة مقاديرها \vec{W} ، \vec{P} ، \vec{Q} نيوتن وأضلاع المثلث القائم توازي خطوط عمل هذه القوى وفي ترتيب دورى واحد فإن $\vec{W} : \vec{P} : \vec{Q} = \dots\dots\dots$



(ب) $4 : 5 : 3$

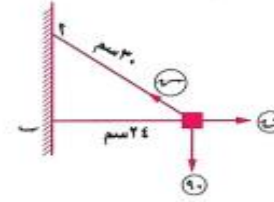
(١) $5 : 4 : 3$

(د) $5 : 3 : 4$

(ج) $3 : 5 : 4$

٢٠) في الشكل المقابل :

جسم وزنه 90 ث.جم معلق في نهاية خيط طوله 30 سم جذب الجسم بتأثير قوة أفقية حتى اتزن وهو على بعد 24 سم من الحائط فإن : $\vec{W} - \vec{S} = \dots\dots\dots$ ث.جم.



(د) ٢٠

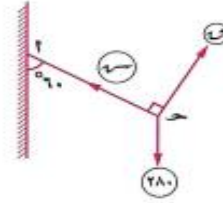
(ج) ٥٠

(ب) ١٢٠

(١) ١٥٠

٢١) في الشكل المقابل :

مصباح وزنه 280 ث.جم معلق في نهاية خيط اتزن بتأثير قوة عمودية على الخيط عندما يميل الخيط على الرأسى بزاوية قياسها 60° فإن : $\frac{\vec{W}}{\vec{S}} = \dots\dots\dots$

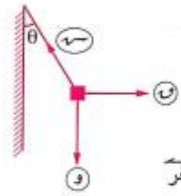


(د) $2\sqrt{2}$

(ج) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

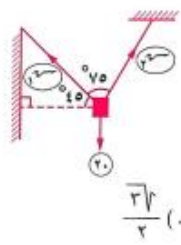
(ب) $\frac{1}{2}$

(١) ٢



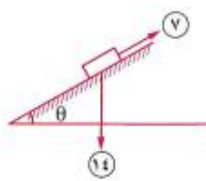
علق ثقل مقداره (و) نيوتن في طرف خيط مثبت طرفه الآخر في حائط رأسي
 وشد الثقل بقوة أفقية مقدارها (ط) نيوتن فأتزن عندما كان الخيط مائلاً على
 الحائط بزاوية قياسها θ أي الجمل الآتية غير صحيح في وضع الاتزان ؟

- (أ) $W = P + Q$
 (ب) $\vec{W} = \vec{P} + \vec{Q} + \vec{S}$ صفراً
 (ج) $S^2 = W^2 + Q^2$
 (د) $W + Q = P$



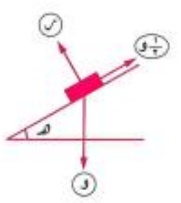
جسم وزنه ٢٠ ث. كجم متزن
 فإن : $\frac{P}{W} = \dots\dots\dots$

- (أ) $\frac{1}{3}$
 (ب) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
 (ج) $\frac{2}{3}$
 (د) $\frac{\sqrt{3}}{2}$



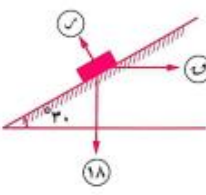
الجسم متزن على مستوى مائل أملس
 فإن : $\theta = \dots\dots\dots$

- (أ) 60°
 (ب) 45°
 (ج) 30°
 (د) 75°



إذا كان الجسم متزناً تحت تأثير القوى
 الميمنة بالشكل فإن : $\theta = \dots\dots\dots$

- (أ) 30°
 (ب) 60°
 (ج) 45°
 (د) 15°



جسم وزنه ١٨ نيوتن على مستوى مائل أملس يميل على الأفقي بزاوية
 قياسها 30° يتزن بتأثير قوة أفقية مقدارها P نيوتن.
 فإن : $P + Q = \dots\dots\dots$ نيوتن.

- (أ) $3\sqrt{6}$
 (ب) $3\sqrt{12}$
 (ج) $3\sqrt{18}$
 (د) $3\sqrt{24}$

٢ ثلاث قوى مقاديرها ٦٠ ، ٤٠ ، ٤٠ نيوتن متزنة ومتلاقية فى نقطة فإذا كان قياس الزاوية بين القوتين الأولى والثانية 120° وبين الثانية والثالثة 90° فأوجد مقدار كل من : W ، L ، R ، $20\sqrt{3}$ نيوتن.

٣ وضع جسم وزنه ١٢ ثقل. كجم على مستوى أملى على الأفقى بزاوية قياسها 30° وحفظ توازن الجسم بواسطة قوة أفقية. أوجد مقدار كل من القوة ورد فعل المستوى.

٤ وضع جسم وزنه (٩) نيوتن على مستوى أملى على الأفقى بزاوية قياسها 30° وحفظ الجسم فى حالة توازن بتأثير قوة مقدارها ٢٦ نيوتن تعمل فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى لأعلى. احسب مقدار وزن الجسم ومقدار رد فعل المستوى.

١٦  علق ثقل مقداره ١٦ نيوتن في أحد طرفي خيط خفيف مثبت طرفه الآخر في نقطة من حائط رأسي ،


أزيع الثقل بقوة في اتجاه عمودي على الخيط حتى أصبح الخيط في وضع التوازن يميل على الحائط بزاوية قياسها 30° أوجد مقدار كل من القوة والشد في الخيط.

« ٨ ، ٨ $\sqrt{3}$ نيوتن »

١٧  أزيحت كرة بندول وزنها ٦٠٠ ش.جم حتى صار الخيط يصنع زاوية قياسها 30° مع الرأسى تحت تأثير قوة على الكرة في اتجاه عمودي على الخيط.

أوجد مقدار القوة ومقدار الشد في الخيط في وضع الاتزان.

« ٣٠٠٠ ، ٣٠٠٠ $\sqrt{3}$ ش.جم »


١٨  خيط خفيف طوله ١٧٠ سم ثبت طرفه A في سقف حجرة وعلق من الطرف الآخر B مصباح وزنه ٢٤ ش.جم. أوجد مقدار الشد والقوة اللازمة لجعل المصباح متزنًا وهو على بعد ٨٠ سم أسفل سقف الحجرة في كل من الحالتين الآتيتين :

« ٧٢ ، ٧٥ $\sqrt{3}$ ش.جم »

١) إذا كانت القوة أفقية.

« ١٦ ، ٢٠ ش.جم »

٢) إذا كانت القوة عمودية على AB

١٩  وضع جسم وزنه ٦ نيوتن على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها θ وحفظ توازنه بواسطة قوة مقدارها $2\sqrt{3}$ نيوتن وتميل على خط أكبر ميل للمستوى بزاوية لها نفس القياس θ لأعلى. أوجد قيمة θ ومقدار رد فعل المستوى على الجسم.

« ٢٠ ، ٢ $\sqrt{3}$ نيوتن »

اتزان جسم علي
مستوي أفقي خشن



رد الفعل

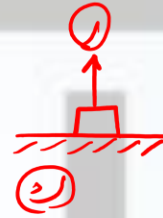
هو قوة تنشأ من تلامس سطحين فإذا وضعنا جسماً
على نضد أفقي فإن الجسم يضغط على النضد بقوة
ضغط ض تسمى بالفعل وكذلك النضد يؤثر على
الجسم بقوة رد الفعل ر



السطح الأملس والسطح الخشن

السطح الأملس

هو سطح افتراضي تنعدم فيه قوى الاحتكاك تماماً.
معامل احتكاكه = صفر

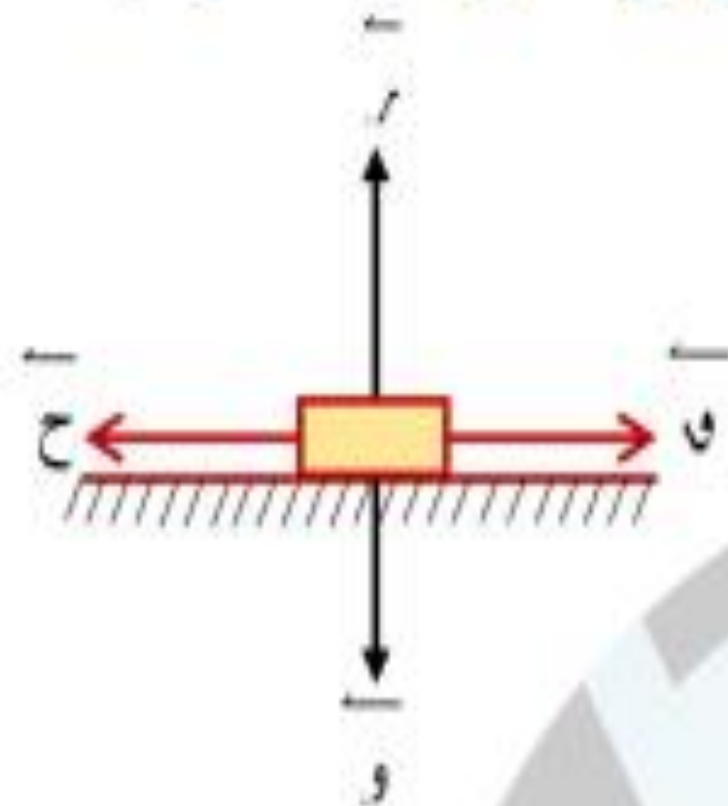


السطح الخشن

هو سطح تظهر فيه قوة الاحتكاك عند محاولة
تحريك جسم عليه.
معامل احتكاكه: عدد موجب < صفر

١ قوة الاحتكاك السكوني " ح "

هي قوة تظهر عند محاولة تحريك جسم على سطح خشن وتكون في عكس اتجاه الحركة.



٢ قوة الاحتكاك السكوني النهائي " ح س "

هي القيمة العظمى لقوة الاحتكاك وتظهر عندما يكون الجسم على وشك الحركة ويكون:

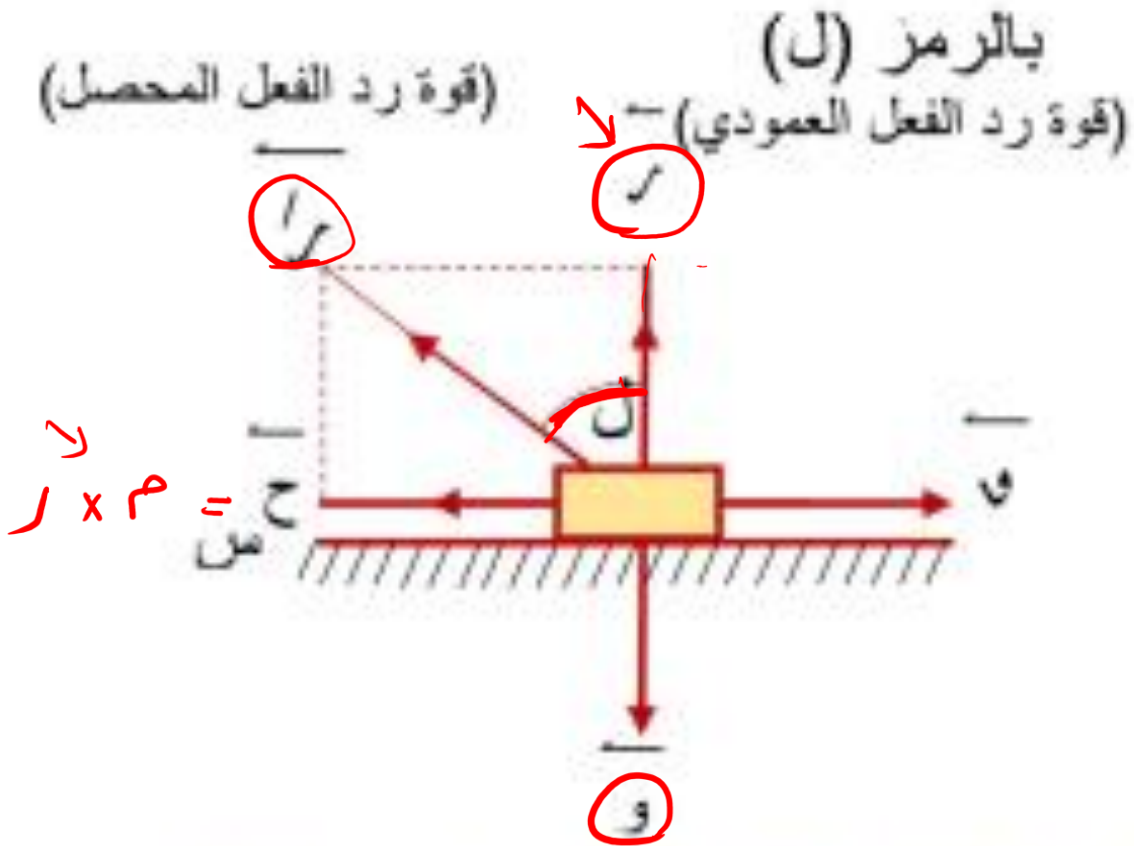
$$\text{ح س} = \mu \text{ س ر}$$

الاحتكاك النهائي السكوني

معامل الاحتكاك

رد الفعل لعمودي

زاوية الاحتكاك



هي الزاوية المحصورة بين قوة رد الفعل المحصل وقوة رد الفعل العمودي عندما يصل مقدار قوة الاحتكاك إلى قيمته العظمى $H = \mu R$ ويرمز لقياس زاوية الاحتكاك بالرمز (α)

ويكون: ظل = $\frac{H}{R}$ ولكن: $\frac{H}{R} = \mu$ (قوة رد الفعل العمودي)

∴ $\mu = \text{ظل}$ (زاوية الاحتكاك)

$R' = R + \mu R$

$R' = R \sqrt{1 + \mu^2}$

أي أن: ظل زاوية الاحتكاك يساوي معامل الاحتكاك.

∴ $R' = R \sqrt{1 + \mu^2}$

$R' = R \sqrt{1 + \mu^2}$ (مرفقا ل)

٦ معامل الاحتكاك يتوقف على طبيعة الجسمين المتلامسين

ركز في النقطتين اللي جايبين:

(أ) إذا كانت الزاوية بين رد الفعل المحصل ورد الفعل العمودي ه فإن $\mu = \tan \theta$

(ب) إذا كانت الزاوية بين رد الفعل المحصل وقوة الاحتكاك النهائي ه فإن $\mu = \tan \theta$



$$\mu = \frac{\text{قوة الاحتكاك السكوني النهائي}}{\text{رد الفعل العمودي}} = \frac{\text{ح}}{\text{ر}}$$

٨ $\mu = \tan \theta$ حيث θ زاوية الاحتكاك

٣ ك
الحركي

٩ م س
السكوني

٧ ح ك

١٠ ح س

مسائل على الاحتكاك

1 وضعت كتلة وزنها ٣٢ نيوتن على مستوي

أفقي خشن وأثرت عليه قوة أفقية و حتى

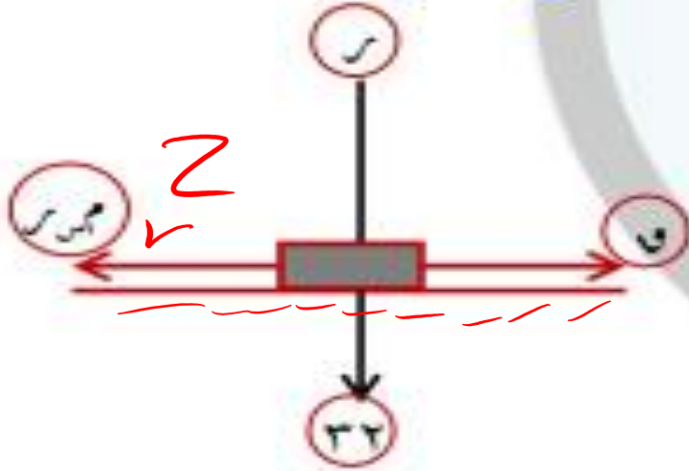
أصبحت الكتلة على وشك الحركة.

(٢) إذا كانت و = ٨ أوجد معامل الاحتكاك

السكوني.

(ب) إذا كان $\mu = ٠,٤$ أوجد و

الجسم على وشك الحركة، $ر = ٣٢$



$$ر = ٣٢$$

$$و = ٨$$

$$م = ٣٠$$

$$٨ = م \times ٣٢$$

$$\frac{٨}{٣٢} = \frac{١}{٤} = م$$

(ب) في الحالة الثانية:

و مجهولة، $م = ٠,٤$

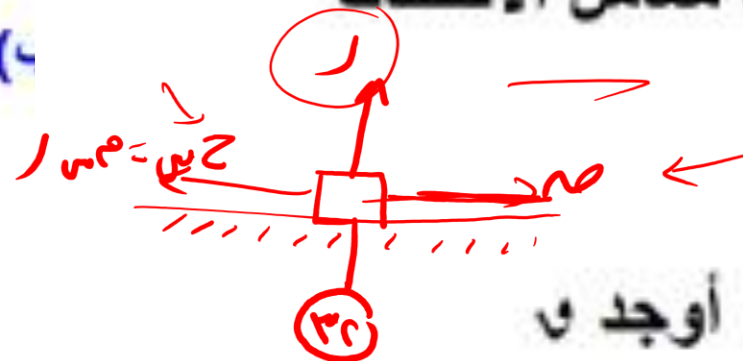
ولكن $و = م \times ر$

$$و = ٠,٤ \times ٣٢ = ١٢,٨ \text{ نيوتن}$$

$$٣٠ = م \times ٣٠$$

$$١٢,٨ = م$$

نيوتن



٢ وضع جسم وزنه ١٢ نيوتن على نضد أفقي وربط بخيط أفقي يمر على بكرة صغيرة ملساء مثبتة عند حافة النضد ويتدلى من طرفه ثقل قدره ٤ نيوتن. فإذا كان الجسم متزنًا على النضد فأوجد قوة الاحتكاك. وإذا علم أن

معامل الاحتكاك السكوني $\frac{1}{3}$. هل يكون

الجسم على وشك الحركة؟ فسر إجابتك.

∴ الجسم متزن

$$\therefore r = 12$$

$$c = s = 4$$

$$c : s = \frac{1}{3}$$

$$\therefore c : s = r = \frac{1}{3} \times 12 = 4$$

$$\therefore c = c = s = c = s = r$$

∴ الجسم على وشك الحركة



الجسم يتزن إذا منع من الانزلاق لأسفل لو محتاج أقل قوة يعني تجعله على وشك الحركة لأسفل ويكون الاحتكاك لأعلى

٣ في الشكل المقابل:

مقدار أقل قوة أفقية لازمة

لاتزان جسم كتلته ١٥ كجم

على حائط رأسي خشبي

معامل الاحتكاك السكوني

بينهما $\frac{1}{5}$ هو..... ث. كجم

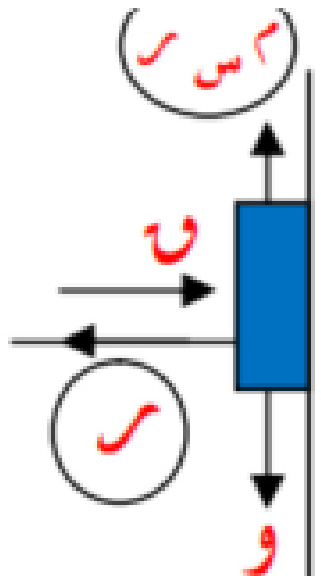
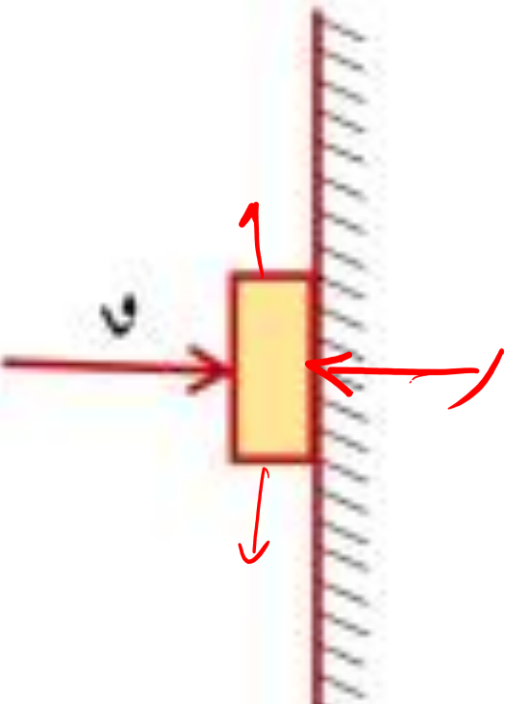
$$c = r = w$$

$$c : s = \frac{1}{5} \quad \leftarrow$$

$$\therefore c = r = 75 \text{ ث. كجم}$$

$$c = r = w$$

$$= 75 \text{ ث. كجم}$$



قانون محصلة قوتين متلاقيتين في نقطة

مقدار محصلة القوتين ح =

$$\sqrt{v_1^2 + v_2^2}$$

$$\text{ظاهر} = \frac{v_1 + v_2}{\text{جناى}}$$

حيث θ قياس زاوية ميل المحصلة ح على القوة الأولى v_1

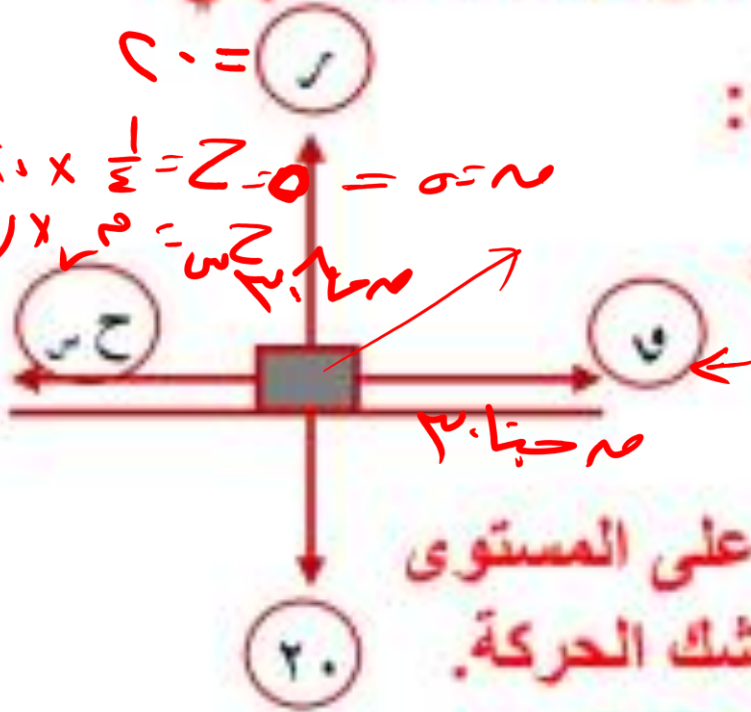
٤ وضع جسم وزنه ٢٠ نيوتن على مستوى أفقي خشن فإذا كان معامل الاحتكاك السكوني

بينهما $\frac{1}{4}$. أوجد:

(أ) القوة الأفقية التي

تجعل الجسم على وشك الحركة.

(ب) القوة التي تميل على المستوى 30° وتجعله على وشك الحركة.



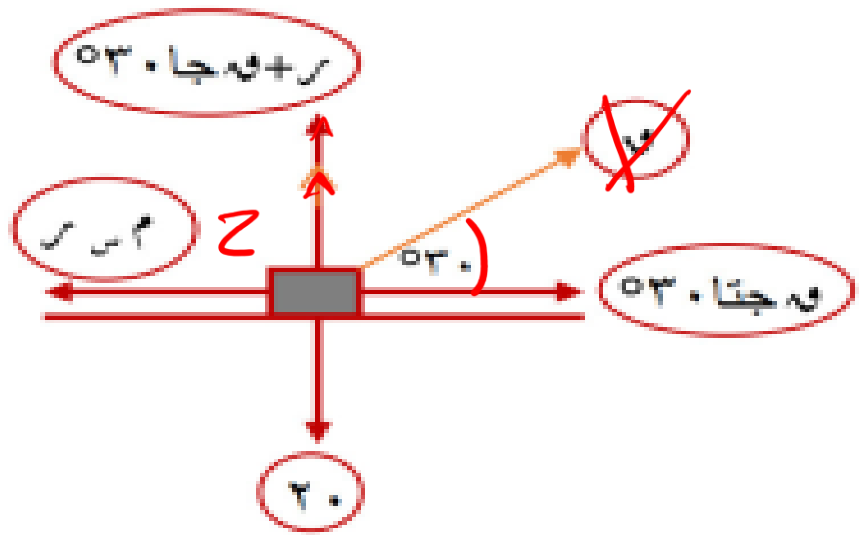
(۲)

∴ $r = 20$ نیوٹن

حس = $r = \frac{1}{4} \times 20 = 5$ نیوٹن

∴ $u = c = 5$ نیوٹن

(ب)



و جتا 20 = $m \times r$

~~$\frac{1}{4} = \frac{20}{r}$ و $\frac{3\sqrt{2}}{2} \times 20 = r$~~

$r = 20\sqrt{3}$ و

(۱) ←

∴ $r + w = 20$

(۲) ←

~~$r + \frac{1}{4} = 20$~~

من (۱) فی (۲)

$20 = \frac{1}{4} + 20\sqrt{3}$

$20 = (\frac{1}{4} + 20\sqrt{3})$

∴ $u = 5$ نیوٹن

٥ يرتكز جسم كتلته ٧٥ جم على مستوي أفقي

خشن معامل الاحتكاك السكوني بينه وبين

الجسم = $\frac{1}{3}$ أثرت على الجسم قوتان أفقيتان

متساويتان في المقدار وقياس الزاوية بينهما 120° فكان الجسم على وشك الحركة. أوجد

مقدار كل من القوتين.

∴ الجسم على وشك الحركة:

تذكر محصلة قوتين

$$C = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2 \cos \theta}$$

ومحصلة قوتين متساويتين

$$C = 2v \cos \frac{\theta}{2}$$

$$C = 2v \cos 60^\circ$$



$$C = 2v \times \cos 60^\circ$$

$$\therefore C = v$$

$$\therefore C = 75 \text{ جم}$$

$$v = \frac{1}{3} r \quad (1)$$

$$\therefore 75 = r$$

$$\therefore v = 75 \times \frac{1}{3} = 25 \text{ ث.جم}$$

∴ مقدار كل من القوتين = 25 ث.جم

٢ اتزان جسم على مستو مائل خشن

(پ) إذا وضع جسم على مستو مائل خشن وكان

على وشك الانزلاق بتأثير وزنه فقط فإن

قياس زاوية الاحتكاك "ل" =

قياس زاوية ميل المستوي (د)

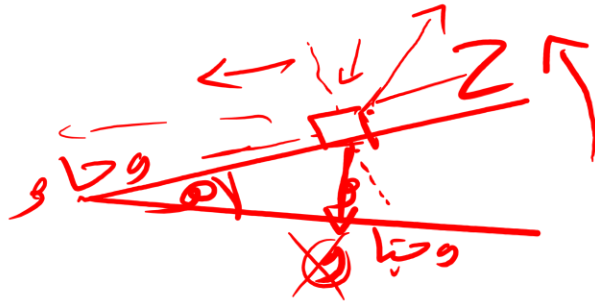
← ل = هـ م = ظال = ظا هـ

(ب) إذا كان $هـ > ل$ فإن الجسم يستقر على المستوي

[احتكاك غير نهائي]

(ج) إذا كان $هـ < ل$ فإن الجسم لا يمكن أن يتزن

تحت تأثير وزنه فقط [يحدث انزلاق]



ركز في نقطة الاختياري دي

وضع جسم على مستو خشن يميل على الأفقي
بزاوية قياسها h وكانت:

زاوية الاحتكاك l فإن الجسم يظل متزن إذا وفقط
إذا كان.....



(أ) $l < h$

(ب) $h \leq l$

(ج) $h \geq l$

(د) $h > l$

التفسير: لأن $h > l$ مستقر

$h = l$ على وشك الانزلاق لكن لم ينزلق بعد [لمسه]

مستقر] $h \geq l$

عند التأثير بقوة على جسم موضوع على مستو
خشن مائل فإن:

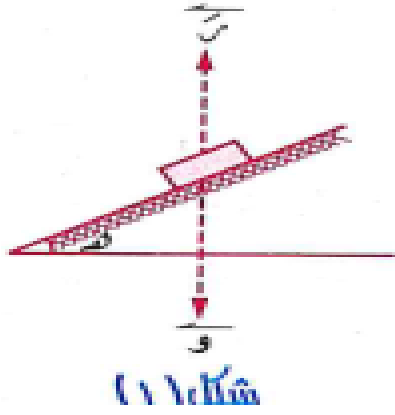
١ أقل قوة وهي التي تجعله على وشك الحركة
لأسفل.

٢ أكبر قوة وهي التي تجعله على وشك الحركة
لأعلى.

$h \in [1, 2]$



- إذا وضع جسم مقدار وزنه W على مستوٍ مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها θ وارتزن الجسم على المستوى فإنه يكون متزنًا تحت تأثير قوتين هما :



① قوة وزن الجسم \vec{W} وتعمل رأسيًا لأسفل.

② قوة رد الفعل المحصل \vec{R} وتعمل فى عكس اتجاه \vec{W}

كَمَا فى شكلا (١) ويكون $\vec{R} = \vec{W}$

- وبتحليل \vec{R} إلى مركبتين فى اتجاهين متعامدين هما :

① قوة الاحتكاك \vec{C} وتعمل فى اتجاه موازى للمستوى لأعلى

قيث : $C = R \sin \theta$

② قوة رد الفعل العمودى \vec{R} وتعمل فى اتجاه عمودى

على المستوى لأعلى

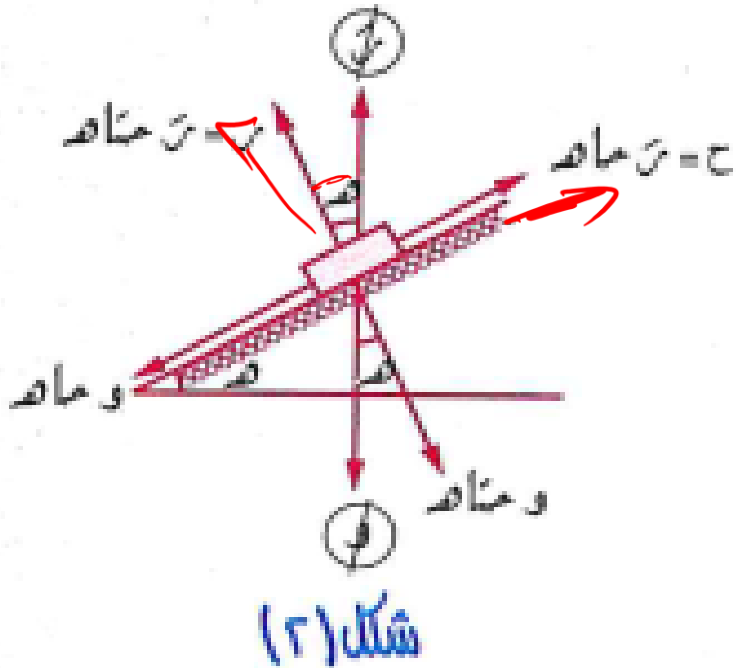
كَمَا فى شكلا (٢) قيث : $R = \frac{C}{\sin \theta}$

- وبتحليل \vec{W} إلى مركبتين فى اتجاهين متعامدين فإن مقداريهما :

① $W \sin \theta$ فى الاتجاه العمودى على المستوى لأسفل.

② $W \cos \theta$ فى اتجاه يوازى المستوى لأسفل

فإن : معادلتى اتزان الجسم هما : $R \sin \theta = W \sin \theta$ ، $R \cos \theta = W \cos \theta$



ملاحظة

إذا كان الجسم على وشك الانزلاق أى على وشك الحركة لأسفل المستوى بتأثير وزنه فقط فإن الاحتكاك يكون نهائيًا ومقداره $\mu_s = \mu_s$ وتصبح معادلتا اتزان الجسم هما :

$$\mu_s = \mu_s \quad (1) \quad , \quad \mu_s = \mu_s \quad (2)$$

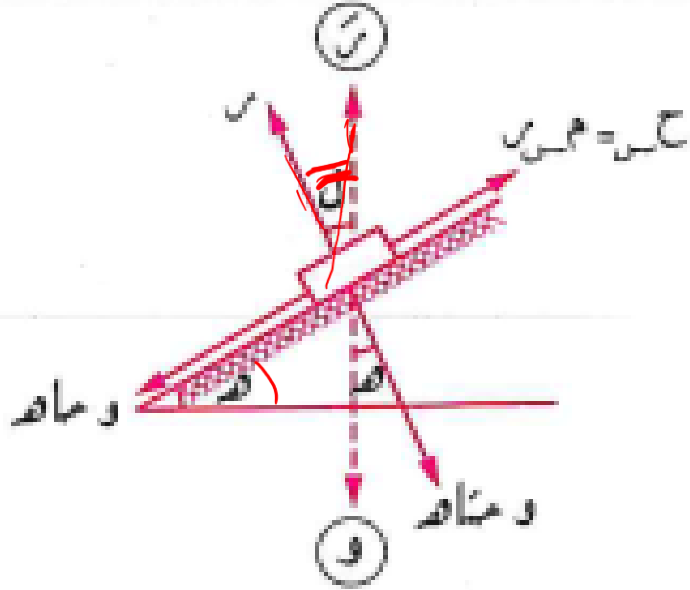
وبقسمة (2) على (1) ينتج أن :

$$\mu_s = \mu_s$$

$$\therefore \mu_s = \mu_s$$

$$\therefore \mu_s = \mu_s \text{ حيث } l \text{ هي قياس زاوية الاحتكاك} \quad \therefore \mu_s = \mu_s \quad \therefore l = l$$

أى أن: قياس زاوية الاحتكاك = قياس زاوية ميل المستوى على الأفقى.



قاعدة

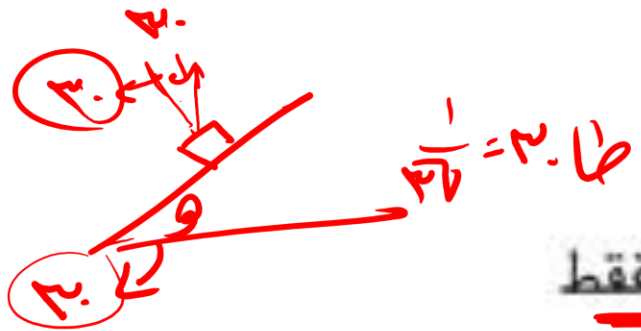
إذا وضع جسم على مستوٍ مائل خشن وكان على وشك الانزلاق بتأثير وزنه فقط فإن قياس زاوية الاحتكاك يساوي قياس زاوية ميل المستوى على الأفقى.

حاله = حاه

فمثلاً: إذا وضع جسم على مستوٍ مائل خشن وكان على وشك الانزلاق بتأثير وزنه فقط عندما كانت زاوية ميل المستوى على الأفقى قياسها 60°

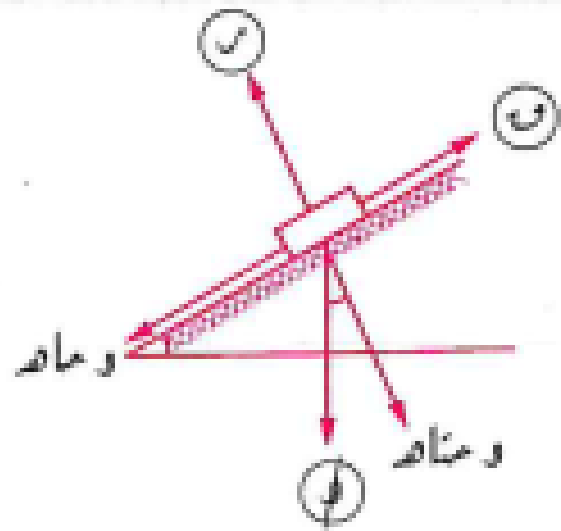
فإن: قياس زاوية الاحتكاك = 60° ويكون معامل الاحتكاك السكوني بين الجسم والمستوى

$$\mu_s = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$



ملاحظة

إذا أثرت على الجسم قوة مقدارها W في اتجاه خط أكبر ميل لأعلى المستوى وما زال الجسم متزنًا فإننا نقارن بين W ، و $W \sin \theta$ لتعيين مقدار واتجاه قوة الاحتكاك.



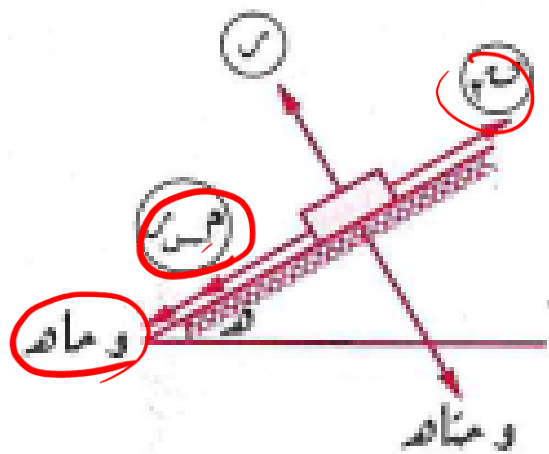
① إذا كانت : $W < W \sin \theta$ فإن الجسم يميل للحركة لأعلى المستوى
∴ اتجاه \vec{H} يكون لأسفل المستوى ، $W \sin \theta = W \cos \theta + H$

② إذا كانت : $W > W \sin \theta$ فإن الجسم يميل للحركة لأسفل المستوى
∴ اتجاه \vec{H} يكون لأعلى المستوى ، $W \sin \theta = W \cos \theta + H$

③ إذا كانت : $W = W \sin \theta$ فإن الجسم يكون متزنًا على المستوى وقوة الاحتكاك (\vec{H}) عندئذٍ تكون منعدمة.

١ إذا كان قياس زاوية ميل المستوى على الأفقى أصغر من قياس زاوية الاحتكاك فإن الجسم يستقر على المستوى (حيث لا يكون الاحتكاك نهائيًا) ويمكن جعل الاحتكاك نهائيًا بأن تؤثر على الجسم بقوة في اتجاه خط أكبر ميل للمستوى كما يلي :

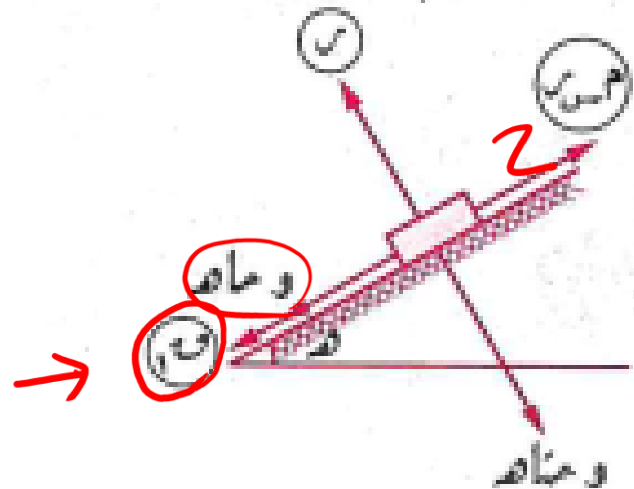
• القوة \vec{F} تجعل الجسم على وشك الحركة لأعلى.



معادلتا الاتزان :

$$F = mg \sin \alpha + mg \cos \alpha$$

• القوة \vec{F} تجعل الجسم على وشك الحركة لأسفل.



معادلتا الاتزان :

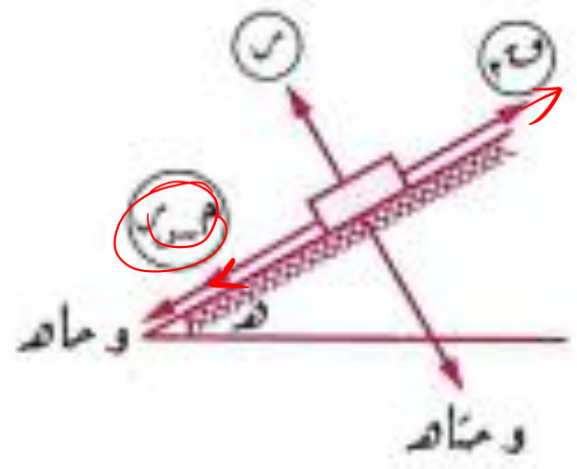
$$F + mg \sin \alpha = mg \cos \alpha$$

* إذا أثرت على الجسم قوة في اتجاه خط أكبر ميل لأسفل أقل من \vec{F} أو لأعلى أقل من \vec{F} فإن الجسم يظل ساكنًا ولا يكون على وشك الحركة.

٢

إذا كان قياس زاوية ميل المستوى على الأفقى أكبر من قياس زاوية الاحتكاك فإن الجسم لا يمكن أن يتزن تحت تأثير وزنه فقط ويمكن جعل الجسم فى حالة اتزان نهائى أى على وشك الحركة لأسفل أو لأعلى المستوى بالتأثير عليه بقوة فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى لأعلى كما يلى :

• القوة \vec{F} عندها الجسم على وشك الحركة لأعلى المستوى وهى أكبر قوة تحفظ توازن الجسم.

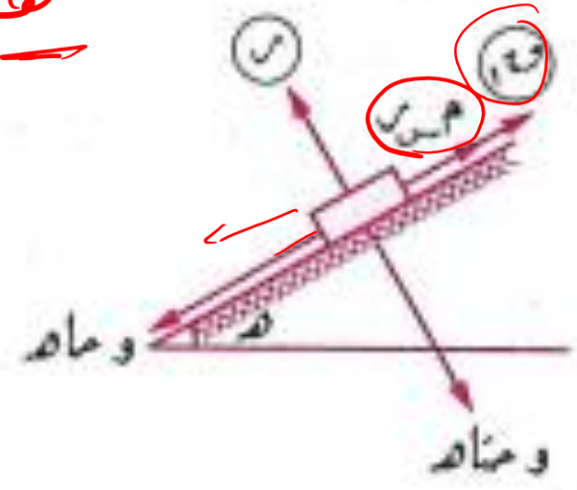


معادلتا الاتزان :

$$W = W_1 + f + N$$

• القوة \vec{F} عندها الجسم على وشك الانزلاق وهى أقل قوة تحفظ توازن الجسم.

$$W < F$$



معادلتا الاتزان :

$$W = W_1 + f + N$$

* إذا أثرت على الجسم قوة (\vec{F}) في اتجاه خط أكبر ميل لأعلى حيث $\exists \theta_1$ ، θ_2 [فإن الجسم يظل ساكناً ولا يكون على وشك الحركة.

أي أن: الجسم في حالة اتزان عندما $\exists \theta_1$ ، θ_2 [

* تنعدم قوة الاحتكاك إذا كانت القوة التي تعمل في اتجاه خط أكبر ميل لأعلى $\theta_1 = \theta_2$ و $\frac{F_1 + F_2}{2} = 0$

وضع جسم مقدار وزنه ٦ نيوتن على مستوى يميل على الأفقى بزاوية قياسها 30° ومعامل الاحتكاك السكونى

بين الجسم والمستوى يساوى $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ، أثرت على الجسم قوة تعمل فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى لأعلى ومقدارها ٤ نيوتن. فإذا كان الجسم متزنًا عيّن قوة الاحتكاك وبين ما إذا كان الجسم على وشك الحركة أم لا.

١ المركبة المماسية فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى إلى أسفل

ومقدارها و $W \sin \theta = 6 \times \frac{1}{2} = 3$ نيوتن

٢ المركبة العمودية على المستوى ومقدارها و $W \cos \theta = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$ نيوتن

وبالمقارنة بين مقدار المركبة المماسية للوزن و $W \sin \theta = 3$ نيوتن ، مقدار القوة العتية على الجسم فى اتجاه

خط أكبر ميل للمستوى لأعلى $W \cos \theta = 3\sqrt{3}$ نيوتن

نجد أن: $3 < 3\sqrt{3}$ و $W \sin \theta < W \cos \theta$

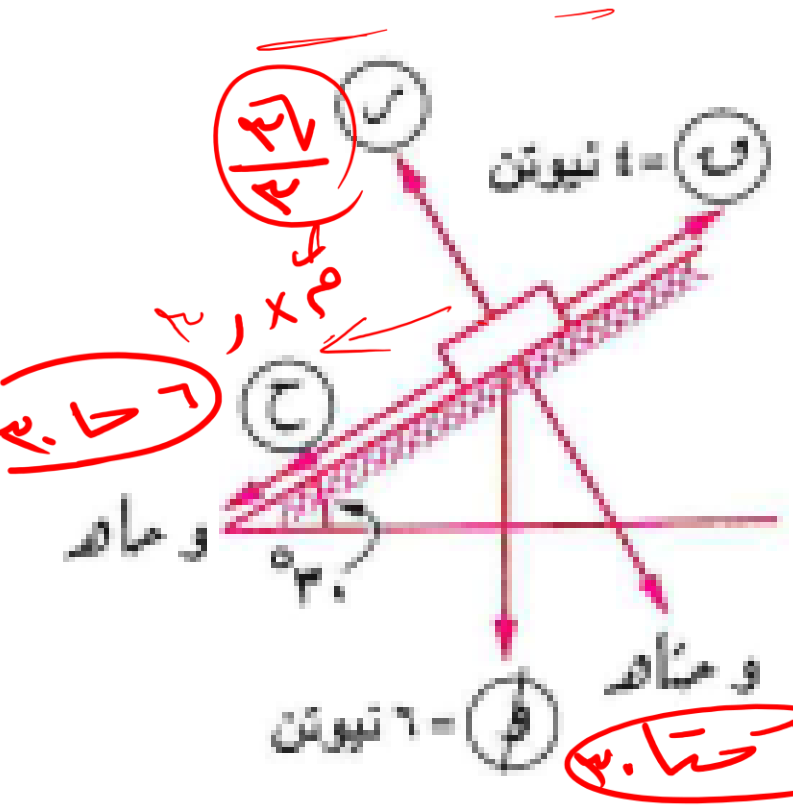
∴ الجسم يميل إلى التحرك لأعلى المستوى ولذلك يجب أن تكون قوة الاحتكاك H فى عكس الاتجاه أى فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى لأسفل ويكون معادلًا لوزن الجسم هما :

$$W \sin \theta + H = W \cos \theta \quad \therefore 3 + H = 3\sqrt{3}$$

$$\therefore H = 3\sqrt{3} - 3 = 3(\sqrt{3} - 1) \approx 3(1.732 - 1) = 2.196 \text{ نيوتن}$$

$$\therefore H = 2.196 \text{ نيوتن} < 3 \text{ نيوتن}$$

∴ مقدار الاحتكاك $H = 2.196$ نيوتن ويعمل فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى لأسفل



$$3 + 2 = 5$$

$$2 + 2 = 4$$

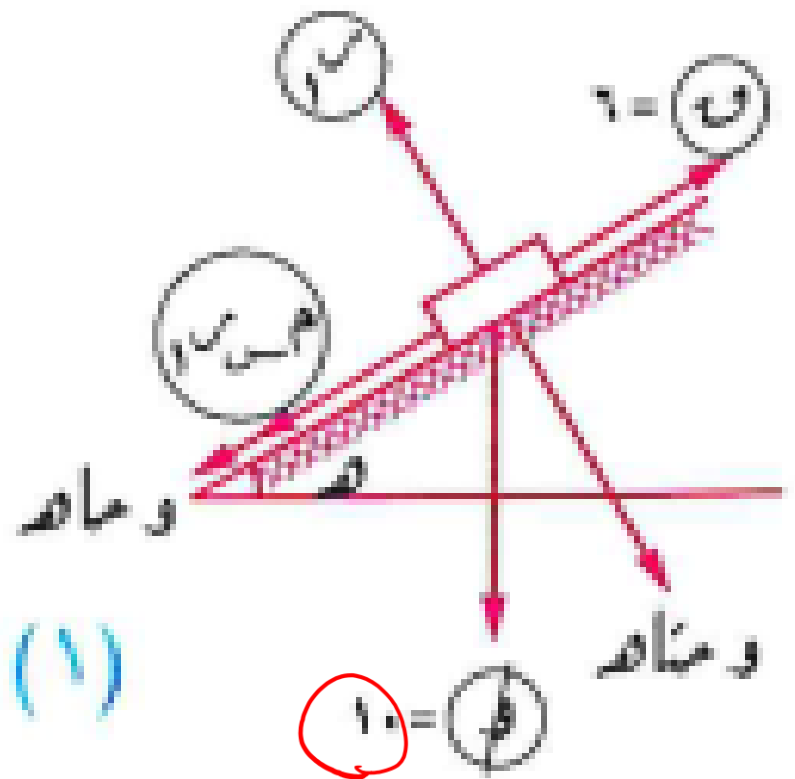
$$1 = 2$$

٦ ح. ٣

وضع جسم وزنه ١٠ ثقل كجم على مستوٍ مائل خشن تؤثر عليه قوة في اتجاه خط أكبر ميل إلى أعلى المستوي. فإذا علم أن الجسم يكون على وشك الحركة إلى أعلى المستوي عندما

و = ٦ ثقل كجم ويكون على وشك الحركة إلى أسفل المستوي عندما و = ٤ ثقل كجم **أوجد :**

- ① قياس زاوية ميل المستوي على الأفقى. ② معامل الاحتكاك السكوني بين الجسم والمستوي.

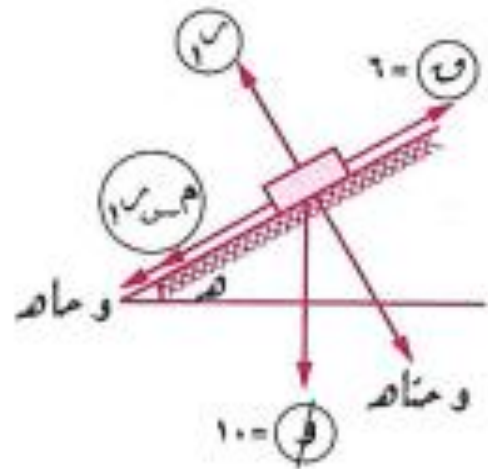


• عندما و = ٦ ثقل كجم يكون الجسم على وشك الحركة إلى أعلى المستوي ويكون الاحتكاك نهائياً ويعمل إلى أسفل المستوي

∴ معادلتا الاتزان هما :

$$\begin{aligned}
 & ١٠ = ١٠ \sin \alpha + ٦ \cos \alpha \quad \text{∴ معادلتا الاتزان هما :} \\
 & ١٠ = ١٠ \sin \alpha + ٦ \cos \alpha \quad \text{∴ معادلتا الاتزان هما :} \\
 & ١٠ = ١٠ \sin \alpha + ٦ \cos \alpha \quad \text{∴ معادلتا الاتزان هما :} \\
 & ١٠ = ١٠ \sin \alpha + ٦ \cos \alpha \quad \text{∴ معادلتا الاتزان هما :}
 \end{aligned}$$

①
②



• عندما $W = 4$ نقل كجم يكون الجسم على وشك الحركة إلى أسفل المستوى ويكون الاحتكاك نهائيًا ويعمل في اتجاه المستوى لأعلى

∴ معادلتا الاتزان هما : $M_r = W$ و $M_n = H$

(4) ∴ $M_r = 10 \sin 30^\circ$

∴ $W + M_r = M \sin 30^\circ$ ، $10 + 5 = M \sin 30^\circ$

(5) ∴ $10 = M \sin 30^\circ - 5$

(6) بالتعويض من (4) في (5) : ∴ $10 = M \sin 30^\circ - 5$

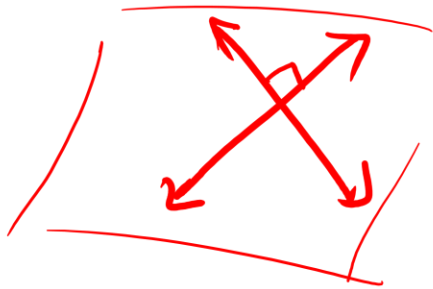
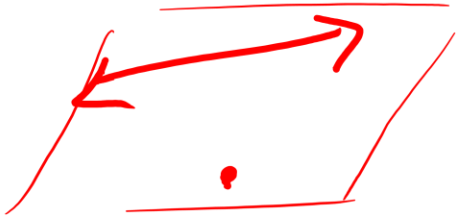
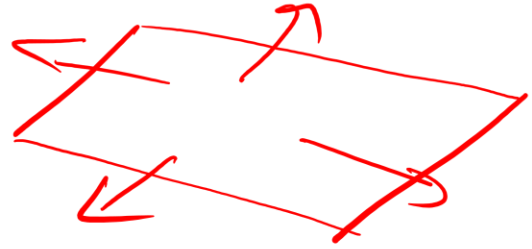
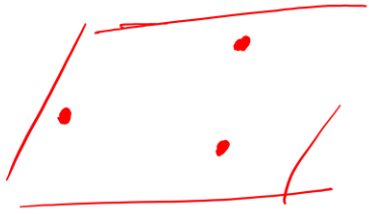
بجمع (3) ، (6) ينتج أن : $10 = 20 \sin 30^\circ$

∴ $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ ، $30^\circ = \theta$

وبالتعويض في (2) : ∴ $10 + 20 \sin 30^\circ = 6$

∴ $10 + 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6$ ، ∴ $\frac{\sqrt{3}}{10} = \frac{1}{20} = \sin 30^\circ$

الدرس الأول: المستقيمات والمستويات في الفراغ



كيفية تعيين المستوي

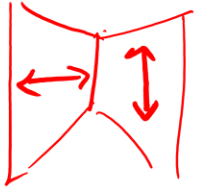
١ ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة

٢ مستقيم ونقطة لا تنتمي إليه

٣ مستقيمان متعامدان

٤ مستقيمان متوازيان غير منطبقين

ملاحظات

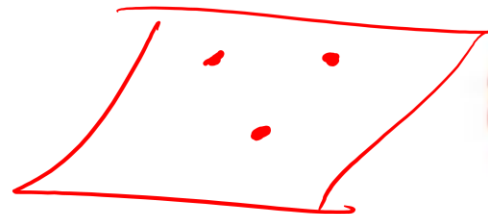


٤ المستقيمان المتخالفان:

هما مستقيمان غير متوازيين وغير متقاطعين ولا يجمعهما مستوى واحد.

٥ إذا اشترك مستقيم ومستوى في أكثر من نقطة فإن....

المستقيم يقع بتمامه داخل المستوى



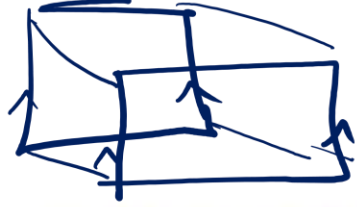
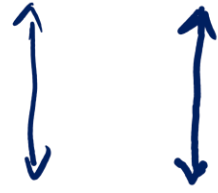
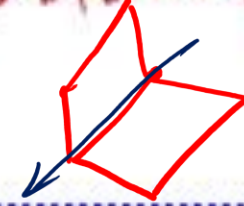
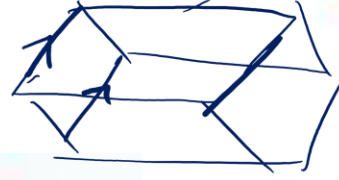
١ أي نقطة في الفراغ يمر بها عدد لانهاية من المستقيمت وعدد لانهاية من المستويات

٢ أي نقطتين في الفراغ يمر بها مستقيم واحد عدد لانهاية من المستويات

٣ أي ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط

٦ إذا اشترك مستويان مختلفان في نقطة

فإنهما يشتركان في مستقيم يمر بهذه النقطة

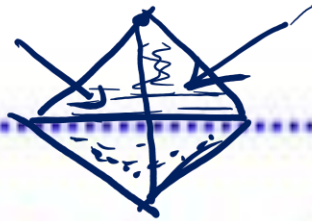


٩ في الفراغ

المستقيمت الرأسية كلها متوازية

ولكن

المستقيمت الأفقية ليست دائماً متوازية



١٠ أقل عدد من المستويات تحدد سطح

مجسم هو ٤ (الهرم الثلاثي)



٧ إذا تقاطعت ثلاث مستويات فإن

مستقيمت تقاطعهما إما أن تكون

متوازية

متقاطعة جميعاً في نقطة واحدة

— وتكون متقاطعة على التعامد

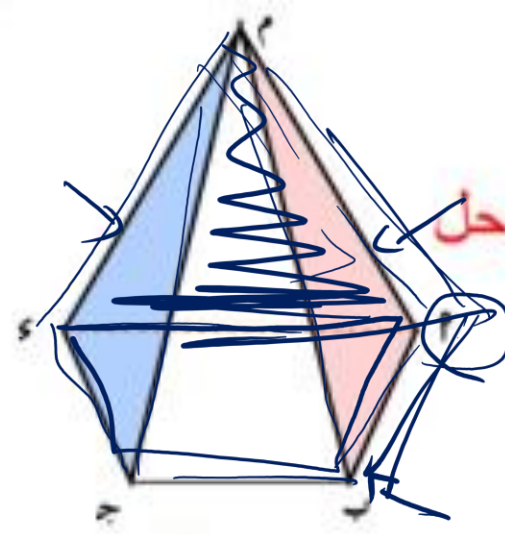
٨ المستقيمان الموازيان لثالث في الفراغ

يكونان متوازيان



مثال (١)

تأمل الشكل ده وبعدين حل



١ كم عدد المستقيمت التي تحمل أحرف الشكل؟

الإجابة ← ٨ مستقيمت

٢ اذكر المستقيمت التي تحمل الأحرف وتمر بنقطة م؟

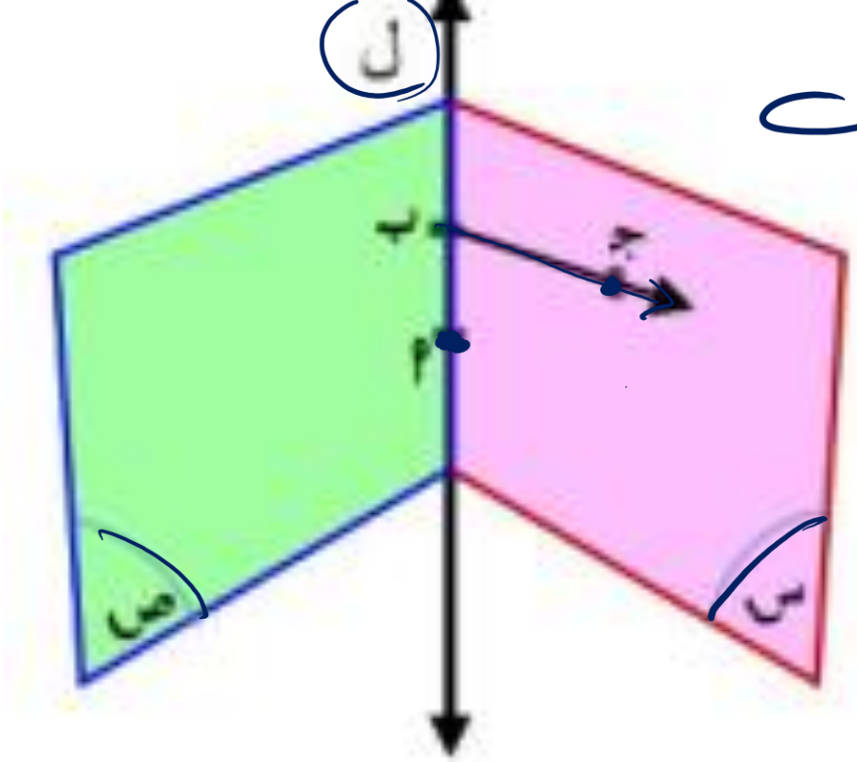
الإجابة ← م ب ، م ج ، م د

٣ كم عدد المستويات التي تحمل أوجه الشكل؟

٥ مستويات منهم ٤ جوانب + واحد قاعدة

٤ اذكر ثلاثة مستويات تمر بالنقطة م

م ب ج ، م ب د ، م ج د

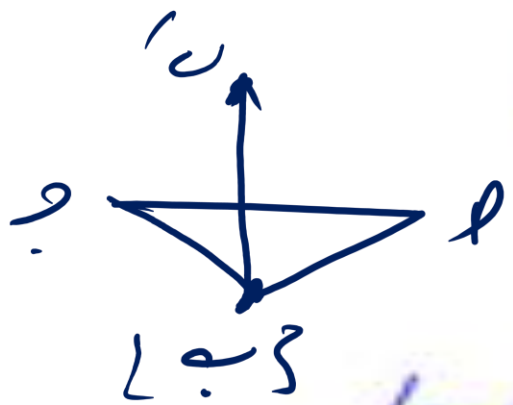
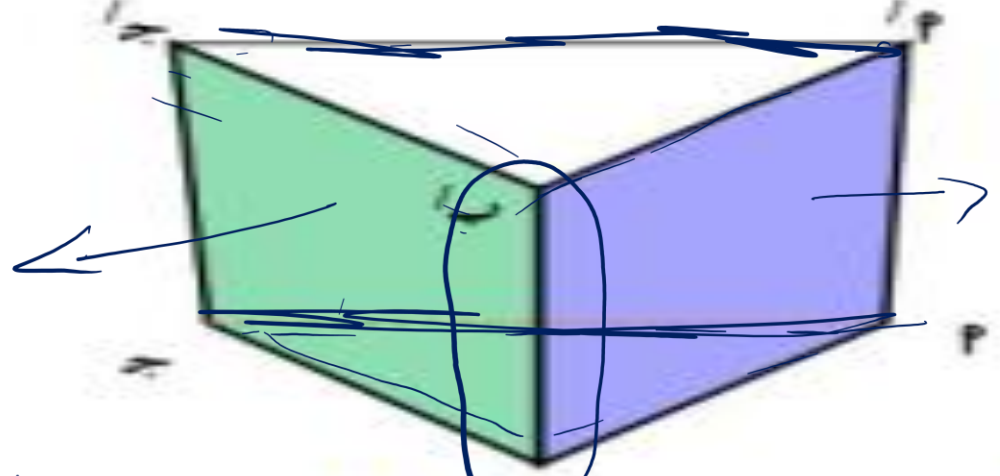


مستوی \neq عمود
 عمود \supset مستوی

| | | | |
|---|------|-----------|-------|
| 1 | عمود | \supset | مستوی |
| 2 | عمود | \supset | مستوی |
| 3 | عمود | \neq | مستوی |
| 4 | عمود | \supset | مستوی |
| 5 | عمود | \supset | مستوی |
| 6 | عمود | \neq | مستوی |

مثال (3)

أكمل



المستوى P ب ب ا \cap المستوى P ج ج ا

1

$$P \cap P = \dots$$

المستوى P ب ب ا \cap المستوى P ج ج ا

2

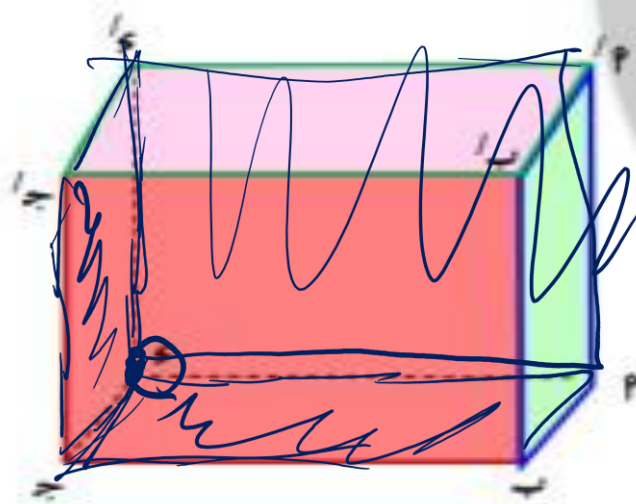
$$= \emptyset$$

$$\emptyset = P \cap P$$

3

$$P \cap P = \{B\}$$

4



١ المستوى ب ج د // المستوى ا ب ا ج ا

ا

٢ المستوى ب ج د ا ب ا // المستوى ا ب ا ج ا

ا

٣ المستوى ا ب ا ج ا ∩ المستوى ا ب ا ج ا ب ج

$$\longleftrightarrow \\ \dots = \dots$$

٤ المستوى ا ب ا ج ا ج ا // ا ∩ المستوى ا ب ا ب ج

$$\{ \dots \} \dots = \dots \dots = \dots$$

١ جميع الحالات الآتية تعين مستوى ما عدا...

(أ) مستقيم ونقطة \notin إليه

(ب) مستقيمين متوازيين

(ج) مستقيمين متقاطعين

(د) مستقيمين متخالفين

٢ عدد المستويات التي تمر بنقطة معلومة..

(أ) ١

(ب) ٢

(ج) ٣

(د) عدد لا نهائي

٣ عدد المستقيمتين التي تمر بنقطتين معلومتين....

(أ) صفر

(ب) ١

(ج) ٢

(د) عدد لا نهائي

٤ إذا كان المستقيم l // المستوى S ،

$\exists P \in S$ فإن $l \cap S = \dots$

(أ) \emptyset

(ب) l

(ج) S

(د) $\{P\}$

٥ إذا كان المستقيم $l \subset$ المستوى S ،

$\exists P \in S$ فإن $l \cap S = \dots$

(أ) \emptyset

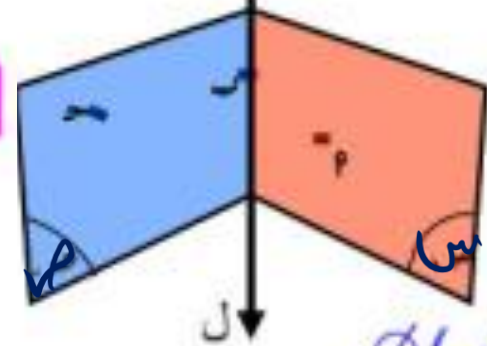
(ب) l

(ج) S

(د) $\{P\}$

المستوى n من المستوى $v = \dots$

٦



{ب} (پ)

\emptyset (ب)

(ج) المستقيم ل

{ب، پ، ج} (د)

المستقيمت الرأسية في الفراغ تكون.....

(پ) متوازية

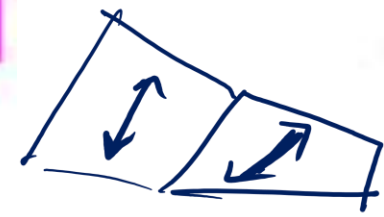
(ب) متخالفة

(ج) يجمعها مستو واحد

(د) متقاطعة

المستقيمان المتخالفان =

٧



(پ) يقعان في نفس المستوى

(ب) يتقاطعان

(ج) يقعان في مستويين مختلفين

(د) يتوازيان

أقل عدد من المستويات التي يمكن أن تحدد سطح مجسم هو.....

(پ) ١

(ب) ٢

(ج) ٣

(د) ٤



الدرس الثاني: الهرم

