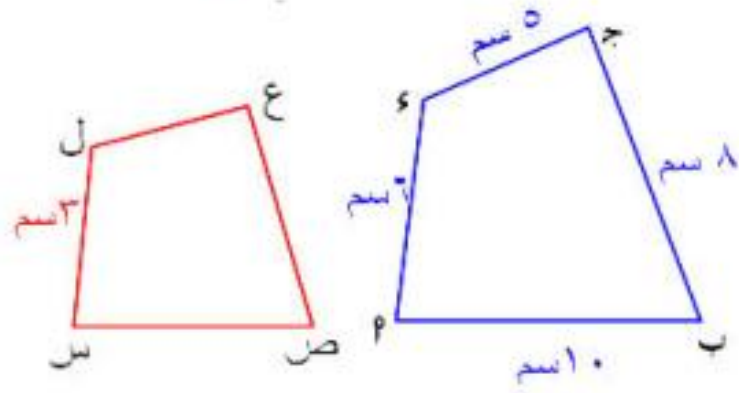


الصفحة	اسم الدرس	رقم الدرس	الصفحة	اسم الدرس	رقم الدرس
١٣٠	المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة	١	٩٤	تشابه المضلعات	١
١٣٦	نظرية تاليس	٢	١٠٠	تشابه المثلثات	٢
١٤٢	منصفا الزاوية	٣	١١٤	العلاقة بين مساحتي سطحي مضلعين متشابهين	٣
١٥٢	تطبيقات التناسب في الدائرة	٤	١٢٢	تطبيقات التشابه في الدائرة	٤

٣ م ب جاء ~ س ص ع ل



باستخدام الأطوال المبنية على الرسم أوجد
طول س ص ، ص ع ، ع ل

الدرس الأول: تشابه المضلعات

علامة التشابه ~

علامة التطابق ≡

يتشابه المضلعان إذا

١ تساوي قياسات زواياهما المتناظرة.

٢ تناسب أطوال أضلاعهم المتناظرة.

ولابد من تحقق الشرطين معاً.

لاحظ أن



١ في المثلث القائم
محتاجين: زاوية حادة

٢ في المثلث المتساوي الساقين
محتاجين:

زاوية قاعدة مع زاوية قاعدة
أو زاوية الرأس مع زاوية الرأس

٣ في المثلث المتساوي الأضلاع
محتاجين: سلامتك بس

فاكر ملاحظات
الدرس اللي فات

لأنهما متشابهان

الدرس الثاني: تشابه المثلثات

حالات تشابه المثلثات ٣ حالات

الحالة الأولى زاويتان

يتشابه المثلثان إذا تطابقت زاويتان في
إحدهما مع نظائرهما في المثلث

نتيجة (١)

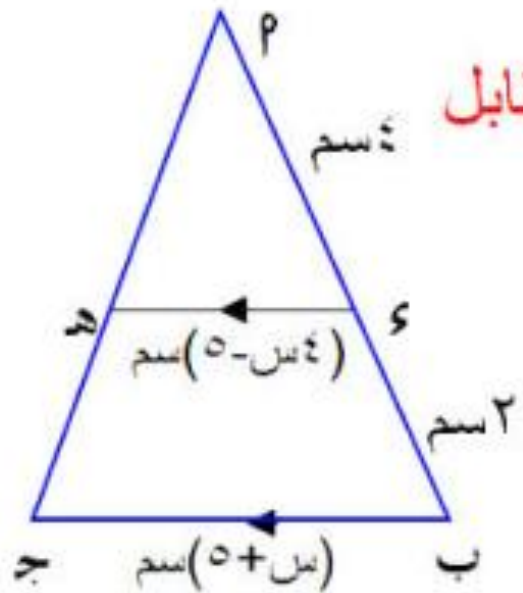
إذا رسم مستقيم يوازي أحد أضلاع مثلث ويقطع الضلعين الآخرين أو المستقيمين الحاملين لهما فإن المثلث الناتج يشابه المثلث الأصلي.

مثال (٣) في الشكل المقابل

اثبت أن

$$\Delta PAB \sim \Delta PHE$$

ثم أوجد قيمة س



$$\frac{HE}{AB} = \frac{PE}{PB} \therefore$$

$$\frac{5-s}{s+5} = \frac{2}{6} \therefore$$

$$4(s+5) = 6(5-s)$$

$$4s + 20 = 30 - 6s$$

$$4s - 30 = -6s - 20$$

$$10 = -2s$$

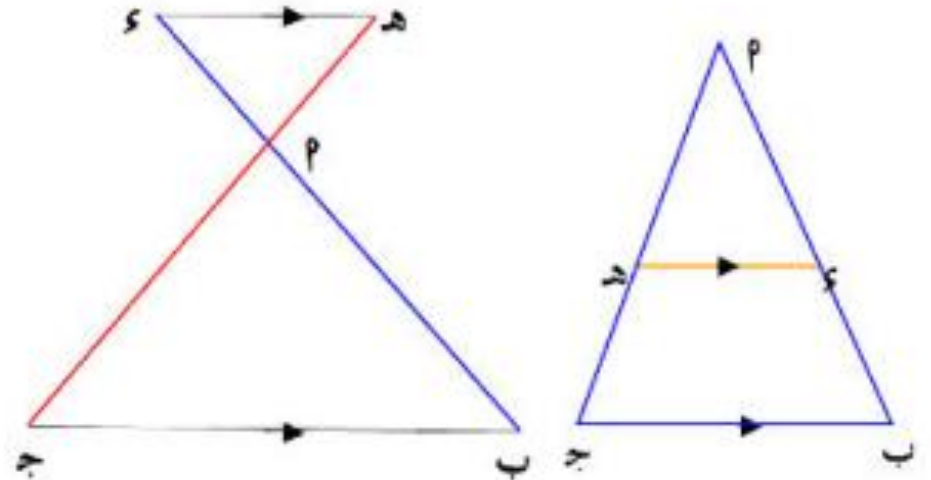
$$\therefore s = \frac{-10}{-2} = 5$$

الحل

$\Delta PAB, \Delta PHE$ فيهما

$$\left. \begin{aligned} \angle A &= \angle E \text{ بالتناظر} \\ \angle B &= \angle H \text{ بالتناظر} \\ \angle P & \text{ مشتركة} \end{aligned} \right\}$$

$\therefore \Delta PAB \sim \Delta PHE$



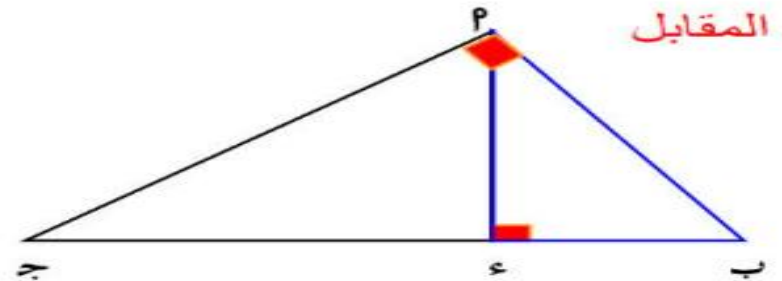
$$\Delta PAB \sim \Delta PHE$$

نتيجة (٢)

فاكر إقليدس

إذا رسم من رأس المثلث القائم عمود على الوتر انقسم المثلث إلى مثلثين متشابهين وكلاهما يشابه المثلث الأصلي.

في الشكل المقابل



$\Delta پ ب ٤ \sim \Delta ج پ ٤ \sim \Delta ج ب ٤$

ويكون

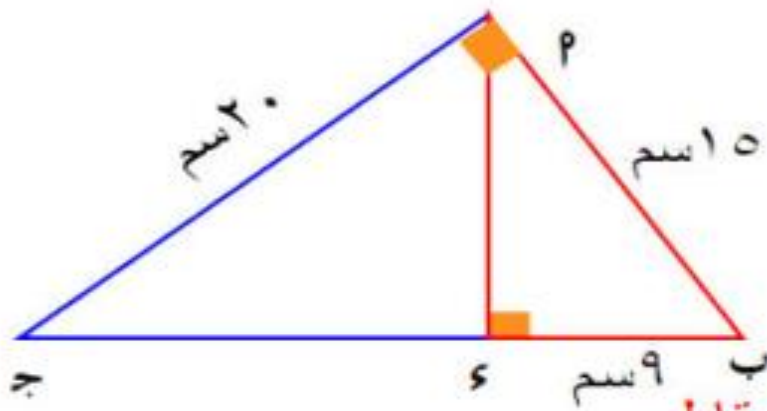
$$* (پ ب)^2 = ج ب \times ٤ ب$$

$$* (ج پ)^2 = ج ب \times ج ٤$$

$$* (٤ پ)^2 = ج ٤ \times ٤ ب$$

$$* ج پ \times ب پ = ج ب \times ٤ پ$$

مثال (٥)



في الشكل المقابل

أوجد طول ٤ پ ، ج ٤

$\therefore \Delta پ ب ج$ قائم الزاوية في ٤ وفيه

$$\overline{٤ پ} \perp \overline{ج ب}$$

$\therefore \Delta پ ب ٤ \sim \Delta ج پ ٤$

$$\therefore \frac{٤ پ}{ج ٤} = \frac{ج پ}{٤ ب} = \frac{ج ب}{٤ پ}$$

$$\frac{٤ پ}{ج ٤} = \frac{١٥}{٢٠} = \frac{٩}{٤ پ}$$

$$\therefore ٤ پ = \frac{٢٠ \times ٩}{١٥} = ١٢ \text{ سم}$$

$$ج ٤ = \frac{٢٠ \times ١٢}{١٥} = ١٦ \text{ سم}$$

تذكر أن

١ الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة تكون قائمة

٢ قياس الزاوية المحيطية = $\frac{1}{2}$ قياس المركزية

٣ قياس الزاوية المماسية = قياس المحيطية المرسومة معها على نفس القوس

٤ المماس للدائرة يكون عمودي على نصف القطر من نقطة التماس

٥ الزوايا المحيطية التي تحصر نفس القوس أو أقواس متساوية تكون متساوية في القياس.

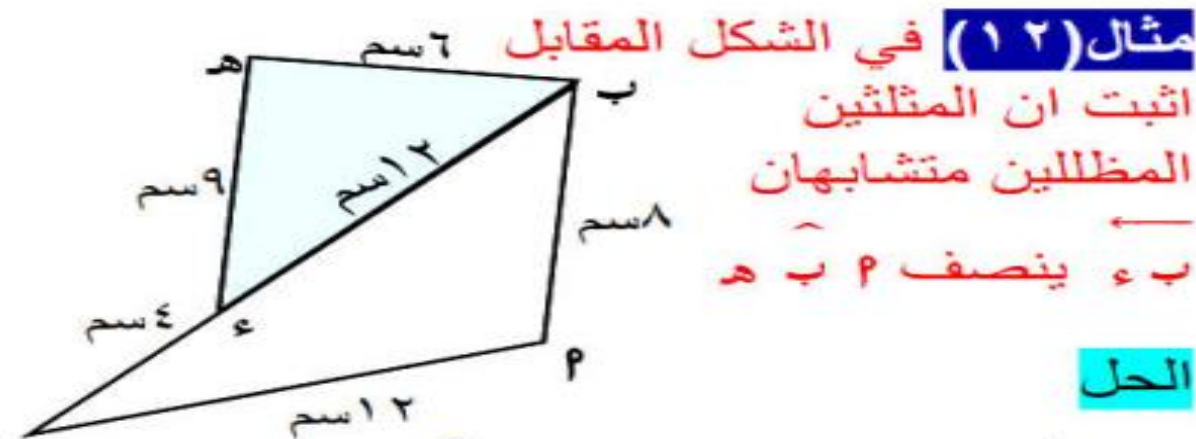
الحالة الثانية تناسب الاضلاع الثلاثة

يتشابه المثلثان إذا تناسبت أطوال الأضلاع
المتناظرة فيهما

مهم

إزاي أعرف اكتب المثلثين المتشابهين

امشي من الضلع الأصغر للأوسط للأكبر في
المثلث الأول والثاني بنفس ترتيب الرؤوس



الحل

رتب أضلاع المثلثان تصاعدياً وانت ترتاح

$$\frac{٤}{٦} = \frac{١٢}{٩} = \frac{١٢}{٨} \quad , \quad \frac{٤}{٦} = \frac{٨}{٦} = \frac{١٢}{٨}$$

$$\frac{٤}{٦} = \frac{١٦}{١٢} = \frac{١٢}{٨}$$

$$\frac{١٢}{٨} = \frac{١٦}{٨} = \frac{١٢}{٨} \therefore$$

$$\therefore \Delta ب م هـ \sim \Delta جـ ع هـ$$

وينتج من التشابه أن:

$$\frac{ب م}{ج م} = \frac{ب هـ}{ج هـ} \quad \text{و} \quad \frac{ب م}{ج م} = \frac{ب هـ}{ج هـ}$$

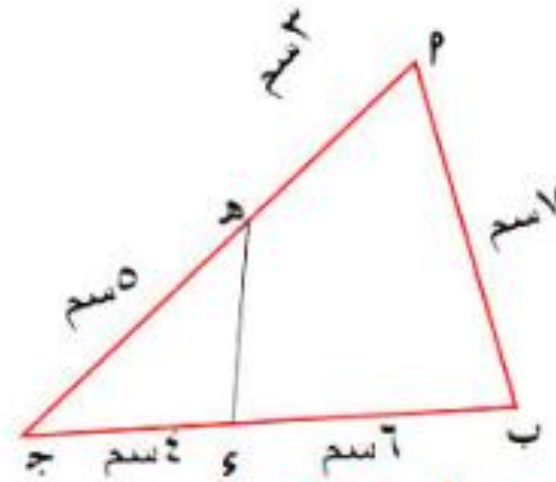
#أولاً

الحالة الثالثة زاوية والضلعين بتوعها

يتشابه المثلثان إذا طابقت زاوية نظيرتها في المثلث الآخر وتناسبت أطوال الأضلاع التي تحتويها هاتان الزاويتان.

مثال (١٤)

في الشكل المقابل



(١) اثبت أن $\triangle PBJ \sim \triangle PHJ$

(٢) أوجد طول \overline{PH}

(٣) اثبت ان الشكل P ب ه ه رباعي دائري.

$$\gamma = \frac{8}{4} = \frac{2\alpha}{\alpha\beta} \quad , \quad \gamma = \frac{10}{5} = \frac{2\alpha}{\alpha\beta} \quad \therefore$$

$$\therefore \triangle PBJ \sim \triangle PHJ$$

فيهما

$$\left. \begin{array}{l} \text{م (ج) مشتركة} \\ \gamma = \frac{2\alpha}{\alpha\beta} = \frac{2\alpha}{\alpha\beta} \end{array} \right\}$$

$$\therefore \triangle PBJ \sim \triangle PHJ$$

وينتج ان

$$\therefore \frac{PH}{10} = \frac{2}{5} = \frac{1 \times 5}{10}$$

$$\frac{PH}{10} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{PH}{10} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{PH}{10} = \frac{2}{5}$$

نظرية ٣

النسبة بين مساحتي مثلثين متشابهين تساوي مربع النسبة بين طولي أي ضلعين متناظرين فيهما.

ملاحظات

(١) النسبة بين محيطي مثلثين متشابهين = النسبة بين طولي ضلعين متناظرين فيهما.

(٢) النسبة بين مساحتي مثلثين متشابهين تساوي مربع النسبة بين طولي متوسطين متناظرين فيهما.

(٣) النسبة بين مساحتي مثلثين مشتركين في القاعدة = النسبة بين ارتفاعيهما.

(٤) النسبة بين مساحتي مثلثين مشتركين في الارتفاع تساوي النسبة بين طولي قاعدتيهما.

(٥) النسبة بين مساحتي مضلعين متشابهين = مربع النسبة بين طولي ضلعين متناظرين فيهما.

(٦) النسبة بين مساحتي مربعين = مربع النسبة بين طولي قطريهما



مثال (٢) إذا كان المضلع ٢ ب ج د ~ ٢ ب ج د

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$$

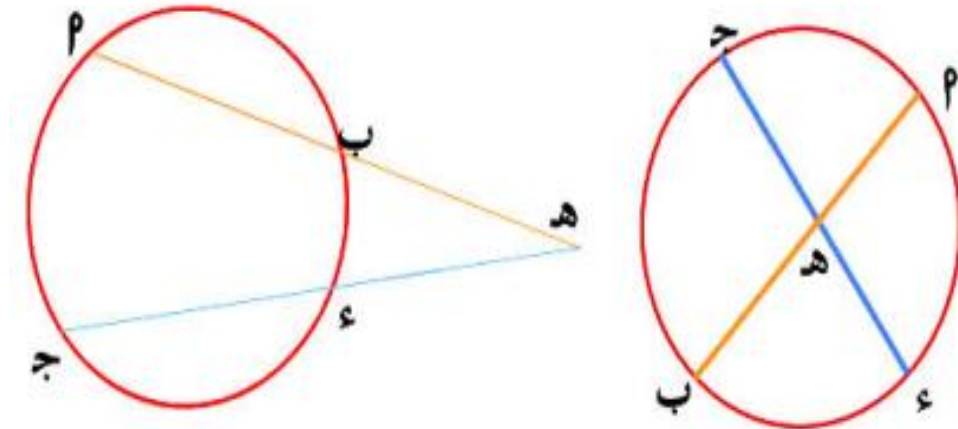
$$\frac{1}{9} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{\text{مساحة المضلع ٢ ب ج د}}{\text{مساحة المضلع ٢ ب ج د}}$$

فإن

$$\frac{1}{9} = \frac{\text{محيط المضلع ٢ ب ج د}}{\text{محيط المضلع ٢ ب ج د}}$$

الدرس الرابع: تطبيقات التشابه في الدائرة

تمرين مشهور



علشان متناساش ابدأ من نقطة التقاطع

$$H P \times H B = H Q \times H C$$

٢

$$\therefore H P \times H B = H Q \times H C$$

$$3 \times 4 = 6 \times 8$$

$$\therefore 12 = 48 \quad \therefore 4 = 36$$

مثال (١) أوجد قيمة س

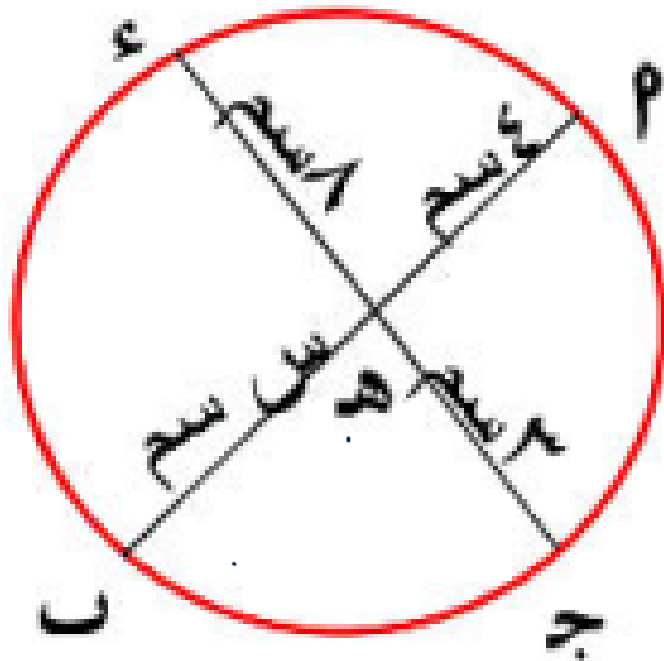
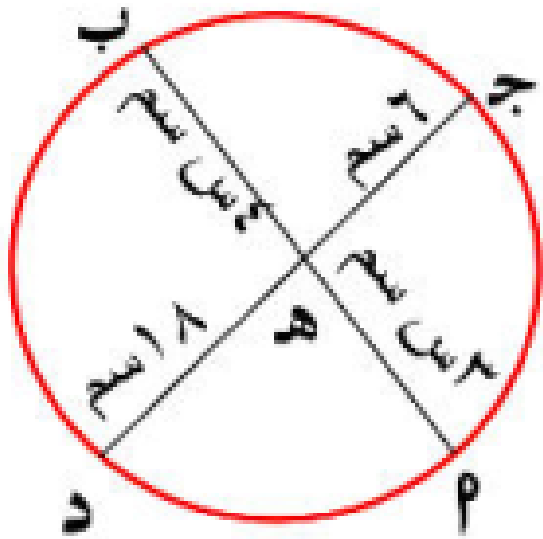
١

$$\therefore H P \times H B = H Q \times H C$$

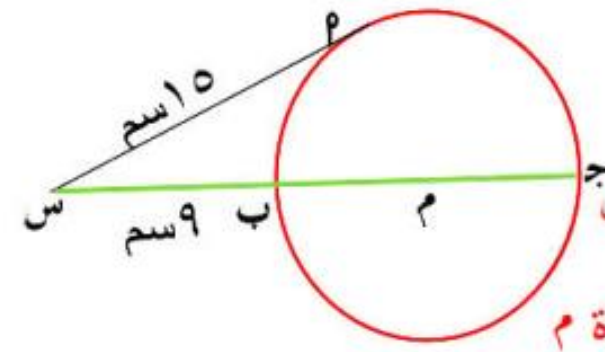
$$8 \times 3 = 4 \times S$$

$$\therefore S = \frac{24}{4} = 6$$

$$\therefore 4 = 24$$



مثال (٢)



في الشكل المقابل

س م مماسه للدائرة م

عند م ، احسب طول نصف قطر الدائرة.

$$\text{س ب} \times \text{س ج} = (\text{س م})^2$$

$$9 \times \text{س ج} = (15)^2$$

$$\text{س ج} = \frac{(15)^2}{9} = 25$$

$$\text{ب ج} = 25 - 9 = 16 \text{ سم}$$

$$\text{نوع} = \frac{16}{2} = 8 \text{ سم}$$

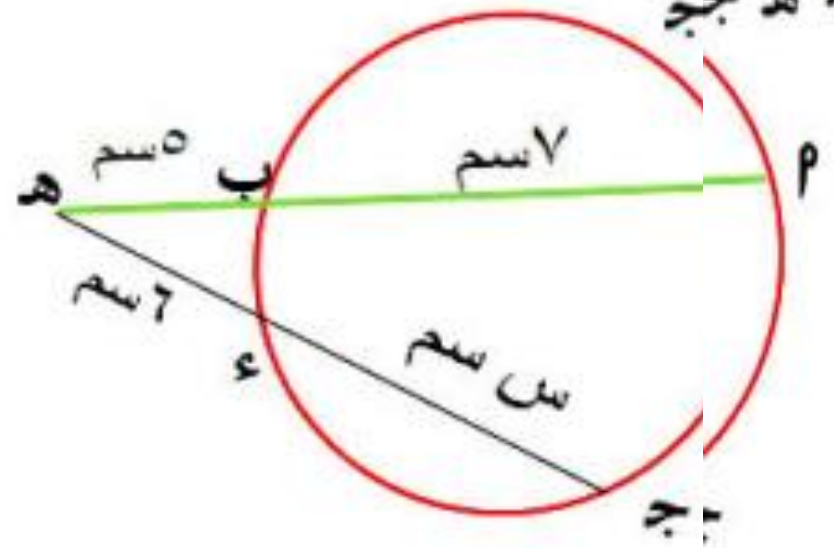
$$\text{س ب} \times \text{س ج} = \text{س م} \times \text{س م}$$

$$12 \times 5 = 6 \times \text{س ج}$$

$$\text{س ج} = \frac{12 \times 5}{6} = 10$$

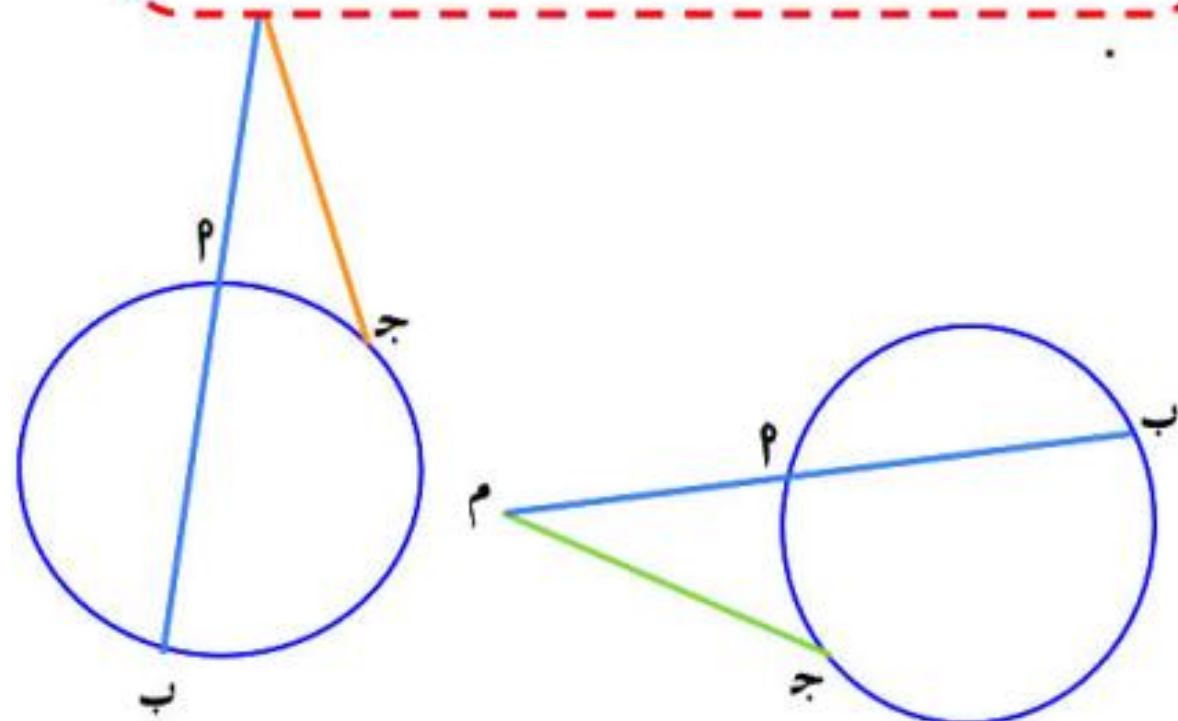
$$\text{س م} = 6 - 10 = 4 \text{ سم}$$

$$\text{س م} = 4 \text{ سم}$$



نتيجة ١

إذا رسم من نقطة خارج دائرة قاطع ومماس
فإن حاصل ضرب طول القاطع في طول
جزئه الخارجي = مربع طول المماس



عكس تمرين مشهور

إذا تقاطع المستقيمان الحاويان P ب ، ج ، في
نقطة M وكان $PM \times PM = MB \times MJ$ فإن
النقط P ، ب ، ج ، ء تقع على دائرة واحدة.

* وكذلك عكس النتيجة :

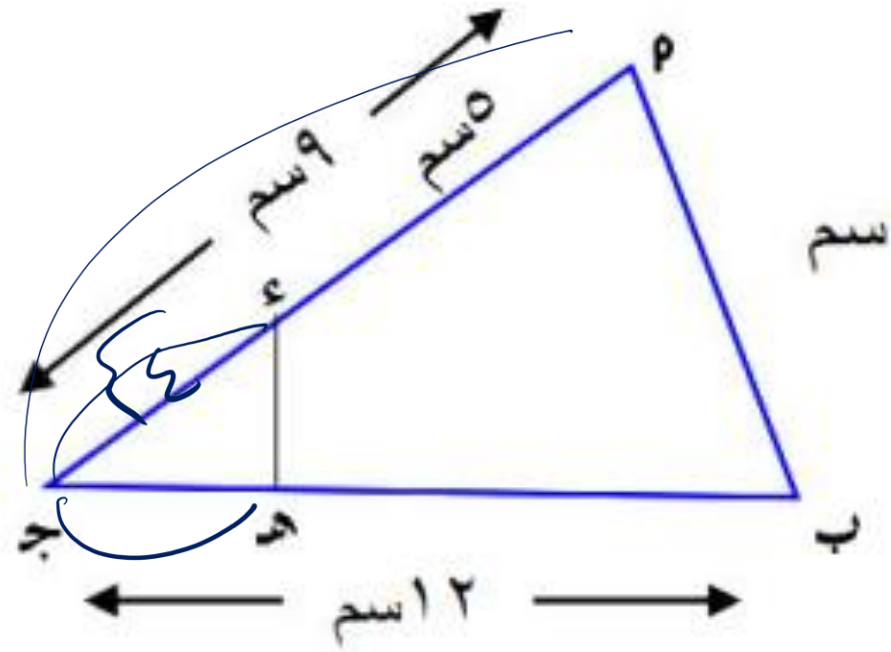
إذا كان $(MJ)^2 = PM \cdot PB$

فإن M ج مماس للدائرة المارة بالمثلث P ب ج

عند ج.

اثبت أن الشكل P ب ه ء رباعي دائري

الحل



$$\therefore \text{ب ج ه} = \text{ب ج ه}$$

$$\therefore \text{ب ه} = \text{ب ه}$$

$$\therefore \text{ج ه} = \frac{12}{5} = \text{ب ه}$$

$$\therefore \text{ج ه} \times \text{ب ج ه} = 12 \times 3 = 36$$

$$\therefore \text{ج ه} \times \text{ب ج ه} = \text{ب ج ه} \times \text{ب ج ه}$$

\therefore الشكل P ب ه ء رباعي دائري

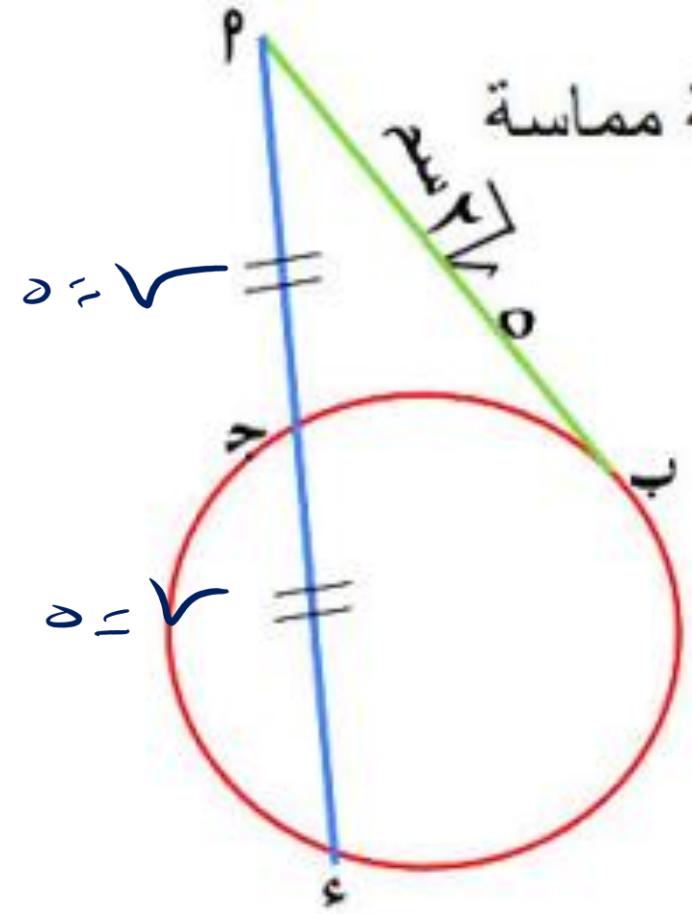
$$\therefore \text{ج ه} = 5 - 9 = 4 \text{ سم}$$

$$\therefore \text{ج ه} \times \text{ب ج ه} =$$

$$4 \times 9 = 36 \text{ سم}$$

إذا كانت M بقطعة مماسة

أوجد طول M



$$AP \times PC = PM^2$$

$$AM \times MV = PM^2$$

$$\frac{AM}{PM} = \frac{PM}{MV}$$

$$AM \times MV = PM^2$$

$$4 \times 8 = PM^2$$

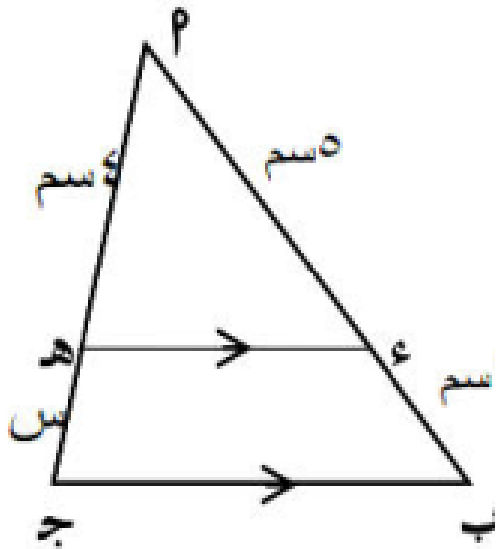
$$PM = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

نظرية ١

إذا رسم مستقيم يوازي أحد أضلاع مثلث ويقطع الضلعين الآخرين فإنه يقسمهما إلى قطع أطوالها متناسبة.

مثال (١) في كل من الأشكال التالية

ء ه // ب ج أوجد قيمة س العددية



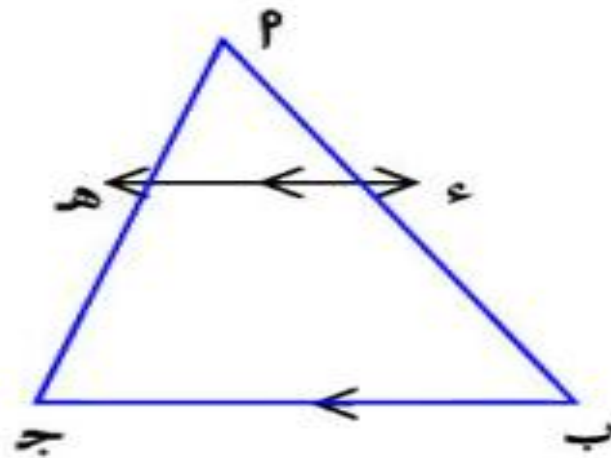
١

$$\frac{س}{٤} = \frac{٣}{٤}$$

$$\frac{س}{٤} = \frac{٣}{٤}$$

$$\frac{س}{٤} = \frac{٣}{٤}$$

$$\frac{س}{٤} = \frac{٣}{٤}$$

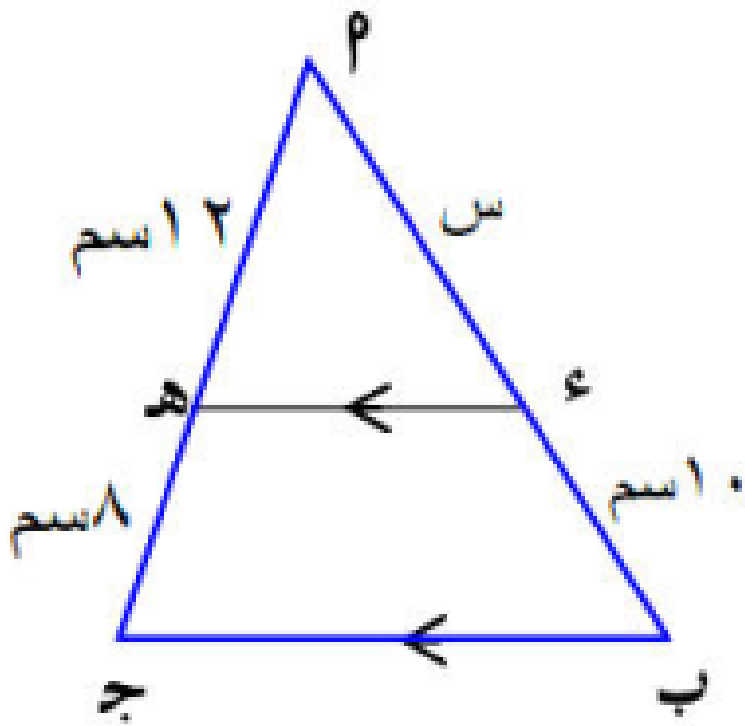


$$\frac{٣}{٤} = \frac{٣}{٤} = \frac{٤}{٣}$$

$$\frac{٣}{٤} = \frac{٤}{٣}$$

$$\frac{٣}{٤} = \frac{٤}{٣}$$

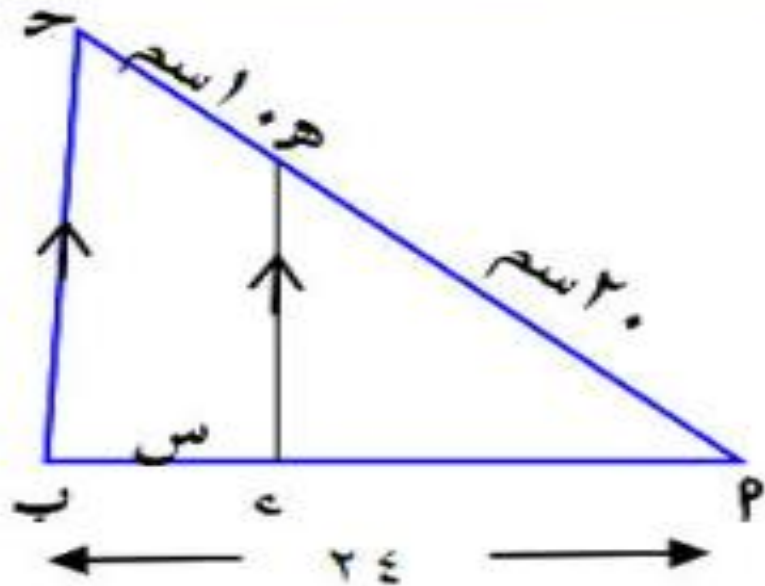
$$\frac{٣}{٤} = \frac{٤}{٣}$$



$$\frac{KQ}{KJ} = \frac{PE}{PJ} \quad \boxed{۲}$$

$$\frac{12}{8} = \frac{PE}{10}$$

$$\therefore \text{اسم } 15 = \frac{10 \times 12}{8}$$



$$\frac{KQ}{KP} = \frac{PE}{JP} \quad \boxed{۳}$$

$$\frac{10}{24} = \frac{PE}{30}$$

$$\therefore \text{اسم } 1 = \frac{30 \times 10}{24}$$

نتيجة

مثال (٢) في الشكل المقابل

جء = ١٨ سم

أوجد طول ب ج

الحل

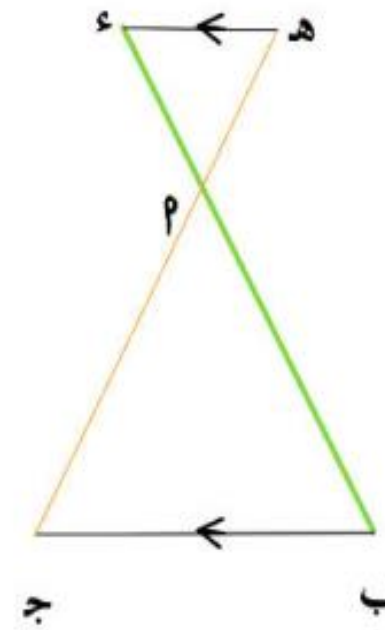
$$\because \overline{هـ} \parallel \overline{م} \text{ ج}$$

$$\frac{ب م}{م ج} = \frac{ب ج}{جء} \because$$

$$\frac{٦}{١٥} = \frac{ب ج}{١٨}$$

$$\therefore ب ج = \frac{١٨ \times ٦}{١٥} = ٧,٢ \text{ سم}$$

إذا رسم مستقيم خارج مثلث م ب ج يوازي ضلعاً من أضلاع المثلث ب ج و يقطع م ب ، م ج في ء ، هـ فإن



$$\frac{مء}{بم} = \frac{هـم}{جم}$$

ويكون

$$\frac{مء}{بم} = \frac{هـم}{جم} , \frac{مء}{بم} = \frac{هـم}{جم}$$

أوجد طول \overline{YI} و \overline{YB}

الحل

$\therefore \overline{PI} \parallel \overline{OJ}$

$$\frac{YI}{YB} = \frac{OJ}{OB}$$

$$\frac{6}{16} = \frac{YI}{10}$$

$$\therefore \frac{10 \times 6}{16} = YI$$

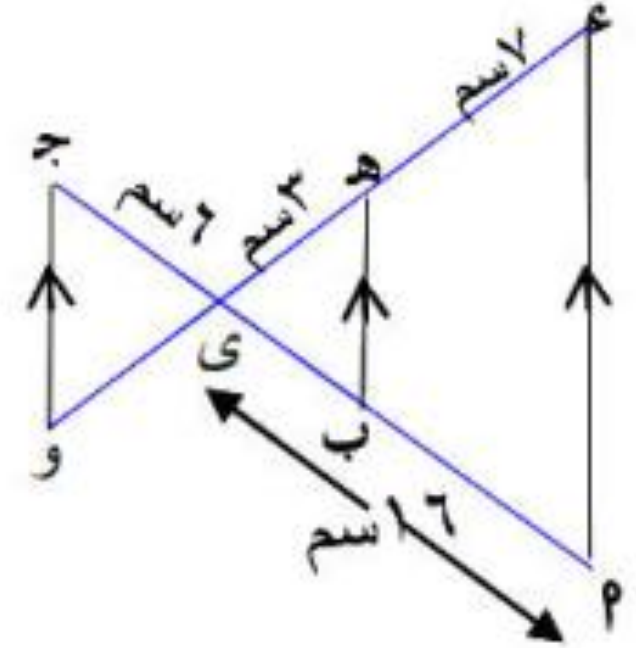
$\therefore YI = 3,75$ سم

$\therefore \overline{BI} \parallel \overline{BO}$

$$\frac{BI}{BO} = \frac{YI}{YO}$$

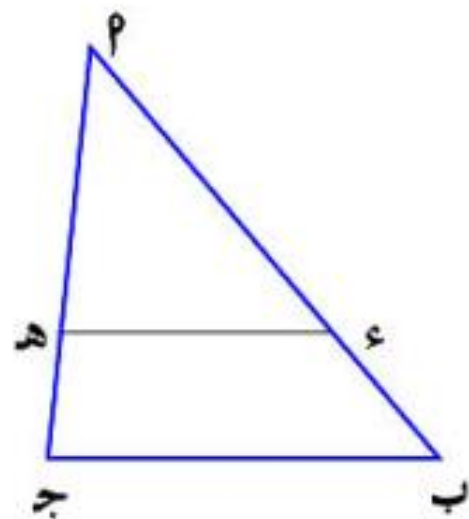
$$\frac{3}{10} = \frac{BI}{16}$$

$$\therefore BI = \frac{16 \times 3}{10} = 4,8 \text{ سم}$$



عكس النظرية

إذا قطع مستقيم ضلعين من أضلاع مثلث وقسمهما إلى قطع متناسبة فإنه يوازي الضلع الثالث.



إذا كان

$$\frac{PE}{EB} = \frac{PH}{HG}$$

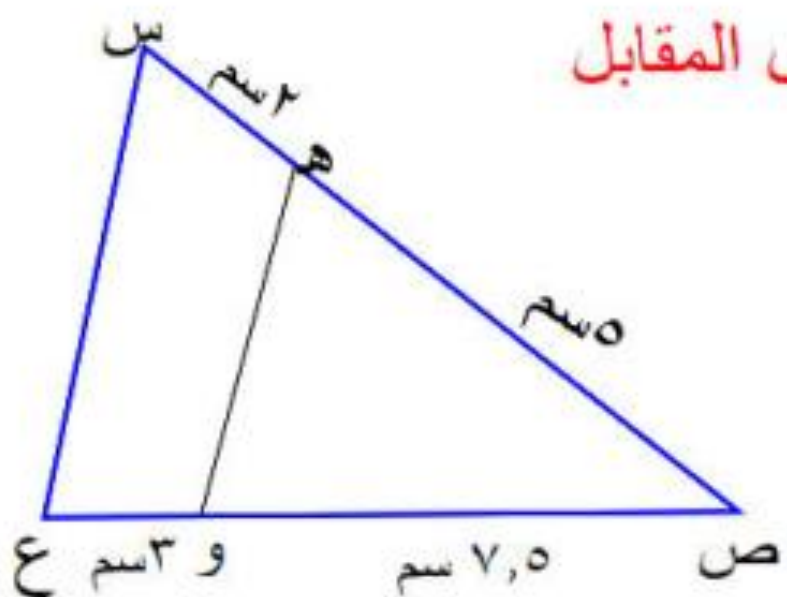
فإن $\overline{EH} \parallel \overline{GB}$

مثال (٤) في الشكل المقابل

أثبت أن:

$\overline{HD} \parallel \overline{SE}$

الحل



$$(1) \leftarrow \frac{5}{2} = \frac{SE}{HD}$$

$$(2) \leftarrow \frac{5}{2} = \frac{7.5}{3} = \frac{SE}{CE}$$

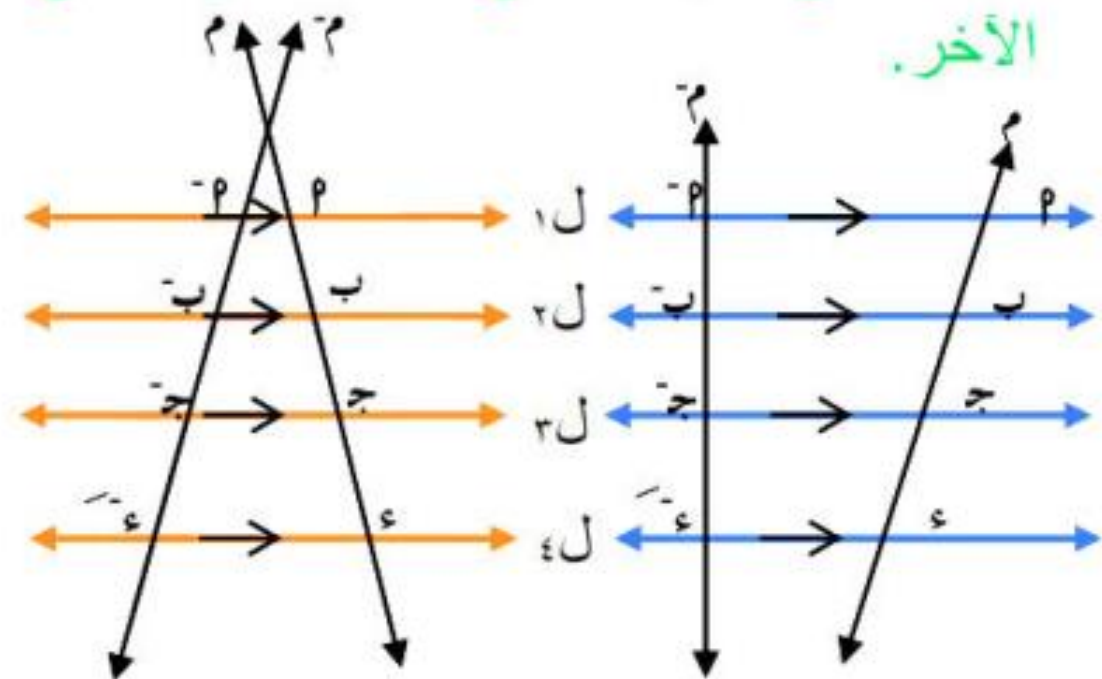
من (١)، (٢)

$$\therefore \frac{SE}{CE} = \frac{SE}{HD}$$

$\therefore \overline{HD} \parallel \overline{SE}$

نظرية تاليس العامة:

إذا قطع مستقيمان عدة مستقيمتان متوازيات فإن أطوال القطع الناتجة على أحد القاطعين تكون متناسبة مع أطوال القطع الناتجة على القاطع الآخر.



$$\frac{m}{p} = \frac{b}{j} = \frac{p}{b} = \frac{b}{m}$$

وكذلك نلاحظ أن

$$\frac{m}{p} = \frac{b}{j}$$

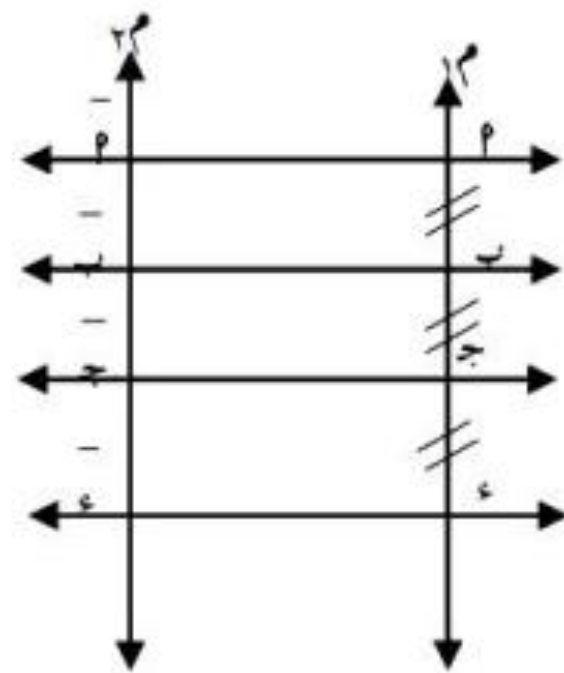
$$\frac{p}{b} = \frac{j}{m}$$

$$\frac{b}{m} = \frac{m}{p}$$

وهكذا

نظرية تاليس الخاصة:

إذا كانت أطوال القطع الناتجة على أحد القاطعين متساوية في الطول فإن أطوال القطع الناتجة على القاطع الأخر تكون متساوية أيضاً في الطول.



إذا كان

$$٢ = ١ = ١ = ١ = ١$$

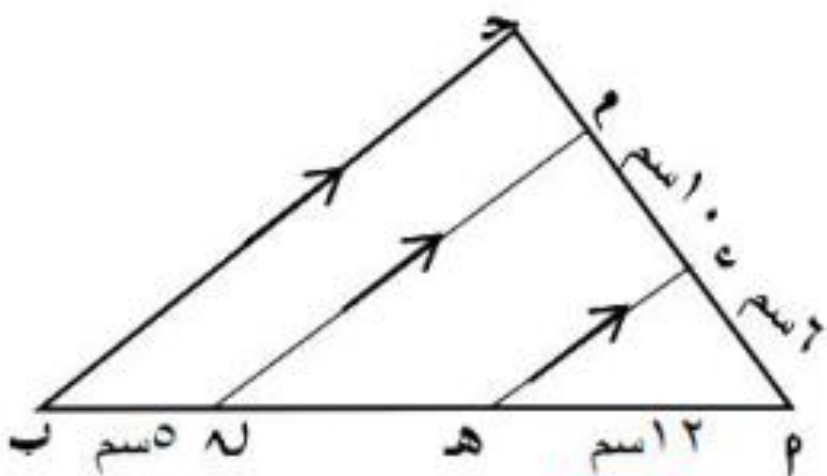
فإن

$$٢ = ١ = ١ = ١ = ١$$

مثال (١)

أوجد طول

$$\text{هـ هـ ، م ج}$$



$$\therefore \text{هـ هـ} \parallel \text{م ج} \parallel \text{ج ب}$$

$$\therefore \frac{٥}{١٢} = \frac{١٠}{٢٠} = \frac{٢٠}{٢٠}$$

$$\therefore \frac{٥}{١٢} = \frac{١٠}{٢٠} = \frac{٢}{٢٠}$$

$$\therefore \text{هـ هـ} = \frac{١٠ \times ١٢}{٢٠} = ٦ \text{ سم}$$

$$\text{م ج} = \frac{١٠ \times ٥}{١٢} = ٤,٥ \text{ سم}$$

نظرية ٣

$$\sqrt{a^2 + b^2 - c^2} = 2p \quad \sqrt{a^2 + c^2 - b^2} = 2p$$

من الخارج

من الداخل

الجزئين-الضلعين

الضلعين-الجزئين

١ المنصفان الداخلي والخارجي لنفس الزاوية من المثلث متعامدان.

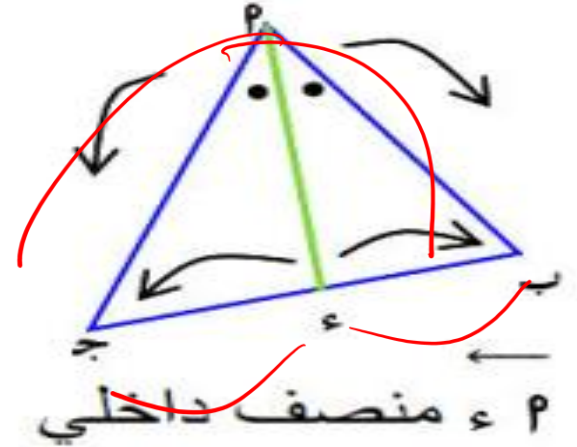
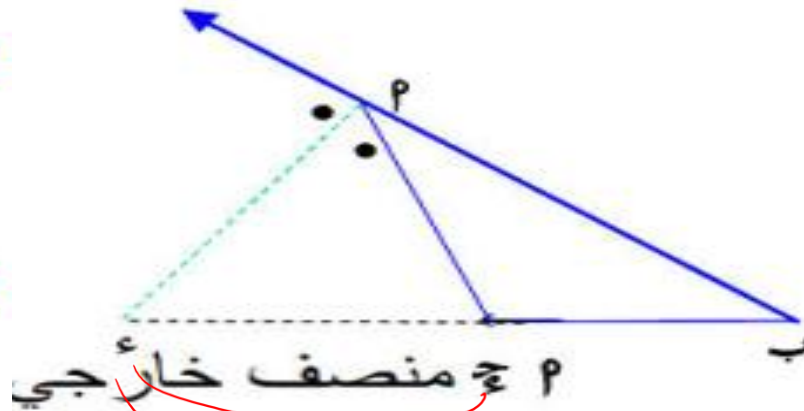
٢ قياس الزاوية بين المنصف الداخلي والخارجي = ٩٠° [قائمة]

٣ المنصف الخارجي لزاوية رأس المثلث المتساوي الساقين يوازي القاعدة.

٤ المنصف الداخلي لزاوية رأس المثلث المتساوي الساقين ينصف القاعدة وعمودي عليها (محور تماثل لها).

٥ منصفات زوايا المثلث الداخلة تتقاطع في نقطة واحدة هي مركز الدائرة الداخلة للمثلث.

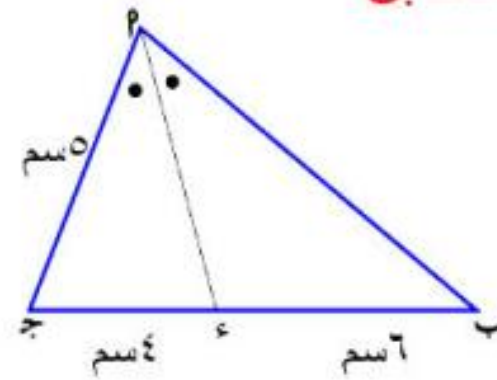
إذا نصفت زاوية رأس مثلث أو الزاوية الخارجة للمثلث عند هذا الرأس ، وقسم المنصف قاعدة المثلث من الداخل أو الخارج إلى جزأين كانت النسبة بين طوليهما تساوي النسبة بين طولي الضلعين الآخرين.



$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

مثال (١) في الشكل المقابل



أوجد طول

— —
 م ب ، م ب

الحل

∴ م ب ينصف م ب ج

$$\frac{ع ب}{ج ب} = \frac{ب م}{م ب} ∴$$

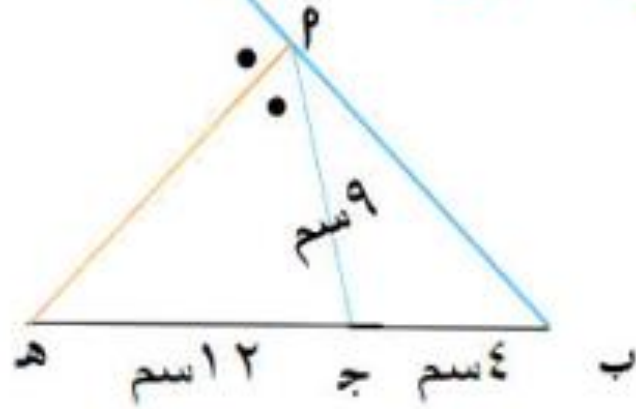
$$\frac{٦}{٤} = \frac{ب م}{٥} ∴$$

$$ب م = \frac{٦ \times ٥}{٤} = ٧,٥ \text{ سم}$$

$$م ب = \sqrt{٦ \times ٤ - ٥ \times ٧,٥} =$$

$$= \sqrt{٦ \times ٤ - ٥ \times ٧,٥} \approx ٣,٧ \text{ سم}$$

مثال (٢) في الشكل المقابل



أوجد طول

— —
 م ب ، م ب

الحل

م ب المنصف

$$\frac{ب م}{م ب} = \frac{ب م}{م ب}$$

$$\frac{٩}{١٢} = \frac{ب م}{٩}$$

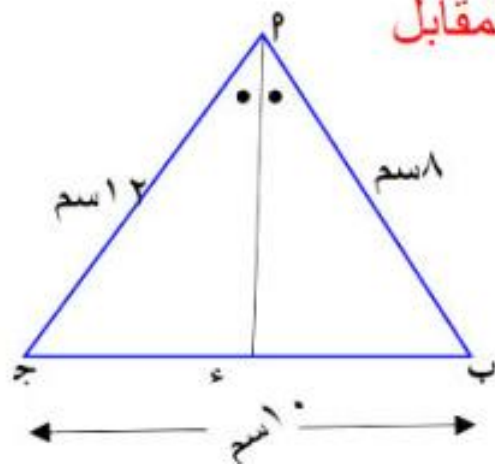
$$∴ م ب = \frac{٩ \times ٩}{١٢} = ٦,٧٥ \text{ سم}$$

طول المنصف م ب

$$م ب = \sqrt{١٢ \times ٩ - ١٦ \times ١٢}$$

$$= \sqrt{١٢ \times ٩ - ١٦ \times ١٢}$$

$$\approx ٩,١٧ \text{ سم}$$



مثال (٣) في الشكل المقابل

أوجد طول

ب-ع، ع-پ، ع

الحل

طول المنصف پ-ع

$$\sqrt{پ \times ب - ج \times ع} = پ-ع$$

$$= \sqrt{٨ \times ١٢ - ١٠ \times ٤} = ٤,٩ \text{ سم}$$

∴ پ-ع ينصف (ب-ج)

$$\frac{پ-ع}{ج-پ} = \frac{ب-ع}{ب-ج}$$

$$ع - ١٠ = ج - ب$$

$$\frac{٨}{١٢} = \frac{ب-ع}{ب-١٠}$$

$$١٢(ب-١٠) = ٨(ب-ع)$$

$$١٢ب - ١٢٠ = ٨ب - ٨ع$$

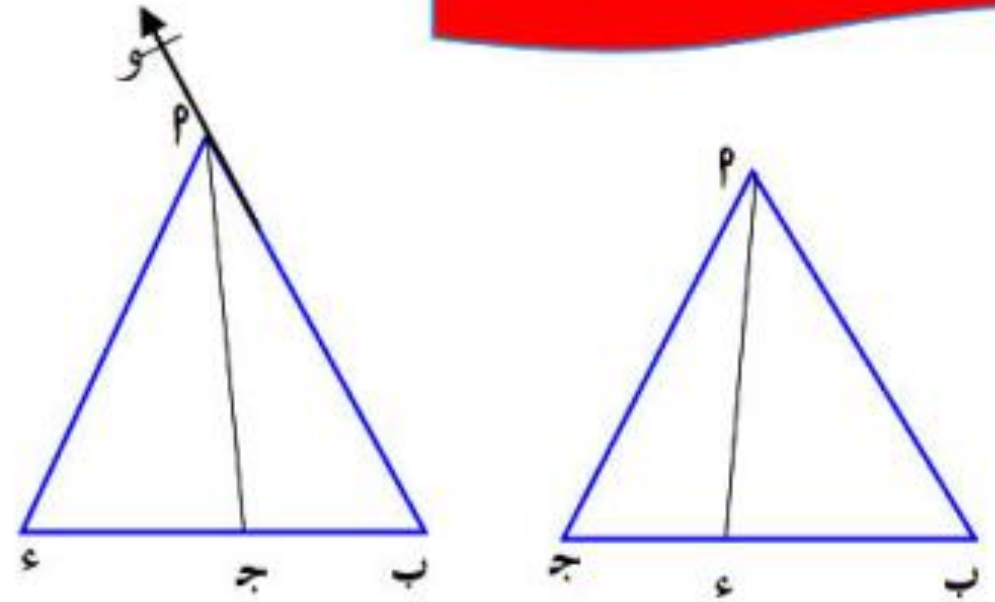
$$٨ع = ٨ب - ١٢٠ + ١٢ب$$

$$٨ع = ٢٠ب - ١٢٠$$

$$ب = \frac{٨ع}{٢٠} = ٤ \text{ سم}$$

$$\therefore ج - ب = ٤ - ١٠ = -٦ \text{ سم}$$

عكس نظرية ٣



إذا كان

$$\frac{ب م}{ج م} = \frac{ب ع}{ع ج}$$

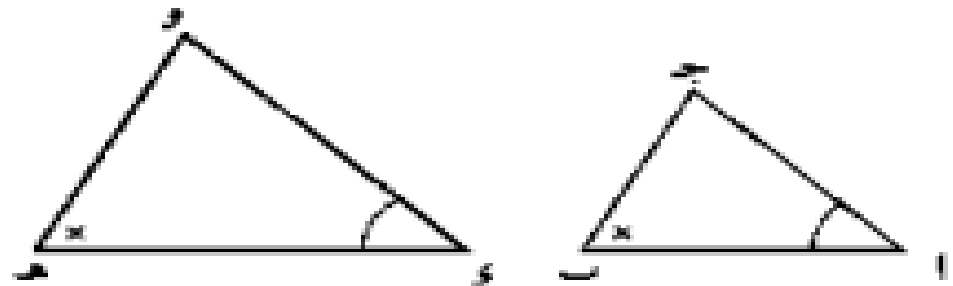
فإن $م ع$ ينصف $(ب م ج)$ الداخلة أو الخارجة ←

ملخص الهندسة المستوية :

تشابه المثلثات :

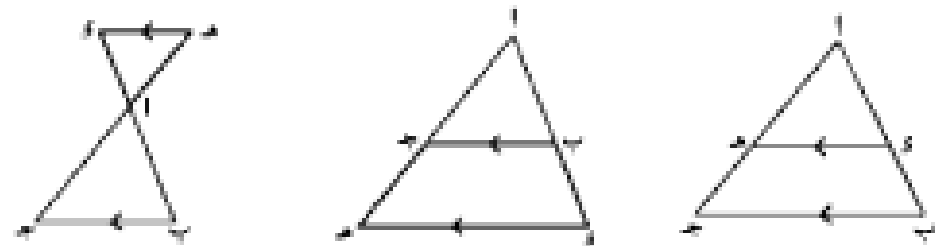
الحالة الأولى : زاويتان :

إذا كان $\angle 1 \equiv \angle 2$ ، $\angle 3 \equiv \angle 4$ ،
فإن $\Delta أ ب ج \sim \Delta د ه و$



نتيجة ١ :

إذا كان $د ه \parallel ب ج$ فإن $\Delta أ د ه \sim \Delta أ ب ج$



نتيجة ٢ :

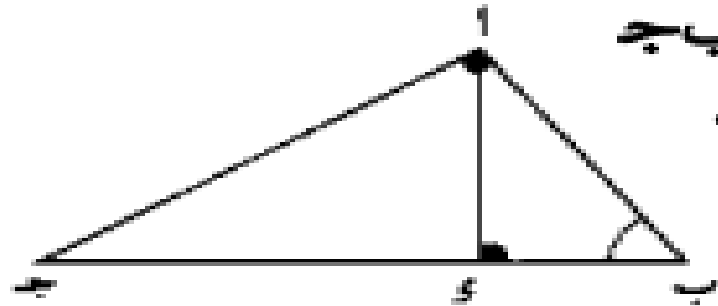
$\Delta أ ب ج \sim \Delta د أ ج \sim \Delta أ ب د$

أو : $(أ ب) = ب د \times ب ج$

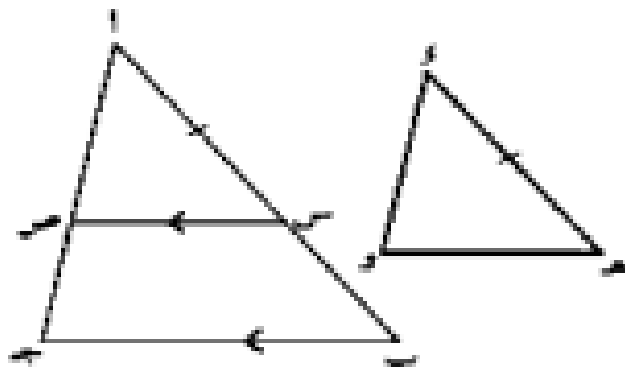
$(أ ج) = ب ج \times ب د$

$(أ د) = ب د \times ب ج$

$$\frac{أ ب \times أ ج}{ب ج} = أ د$$



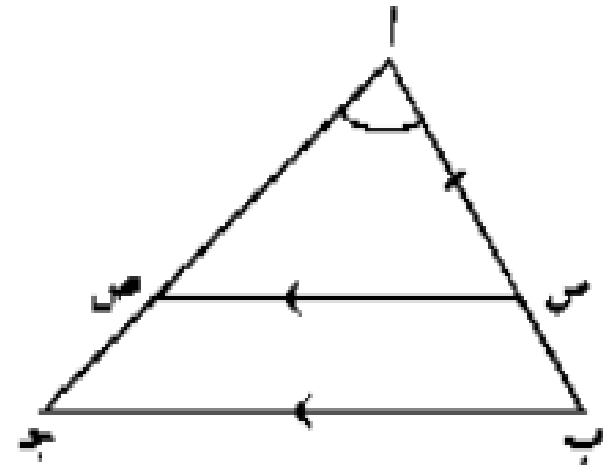
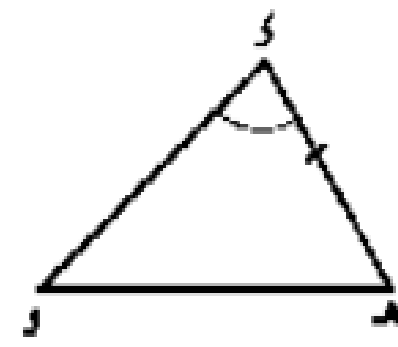
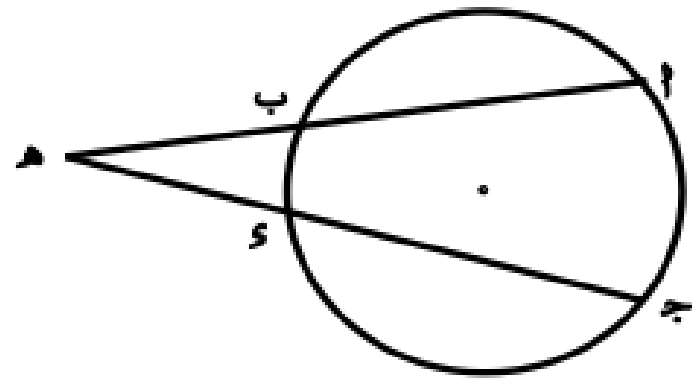
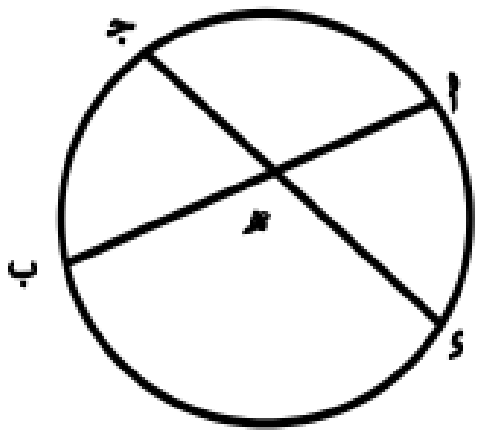
الحالة الثانية : تناسب الأضلاع الثلاثة :



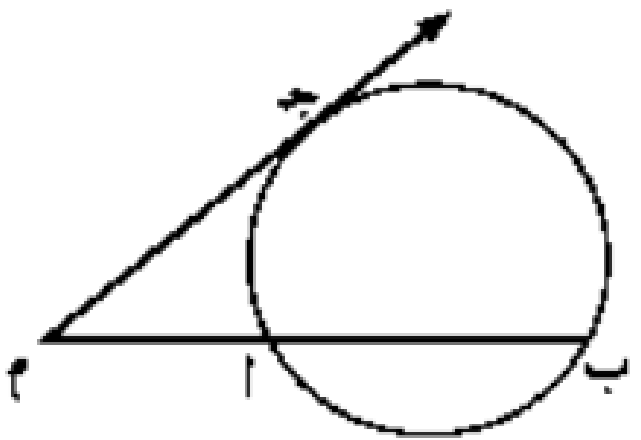
$$\frac{أ ب}{د ه} = \frac{ب ج}{ه و} = \frac{أ ج}{د ه} \therefore \Delta أ ب ج \sim \Delta د ه و$$

الحالة الثالثة : ضلعان وزاوية محصورة :

$$هـ ا \times هـ ب = هـ ج \times هـ د$$



$$\frac{ا ج}{هـ د} = \frac{ا ب}{هـ د}, \triangle س \equiv \triangle هـ$$



إذا كان م ج مماس
فإن :

$$م ج^2 = م ا \times م ب$$

$$\left(\frac{ا ج}{م ا} \right)^2 = \left(\frac{ب ج}{م ب} \right)^2 = \left(\frac{ا ب}{م ج} \right)^2 = \frac{م (ا ب ج)}{م (م ج)}$$

تاليس العامة:

$$\overline{BS} \parallel \overline{JH} \parallel \overline{SO}$$

$$\frac{AS}{AB} = \frac{SH}{BJ} = \frac{SO}{JS}$$

$$\overline{AS} \parallel \overline{HJ} \parallel \overline{OS}$$

$$\frac{OS}{SO} = \frac{BJ}{JH} = \frac{AS}{SH}$$

تاليس الخاصة:

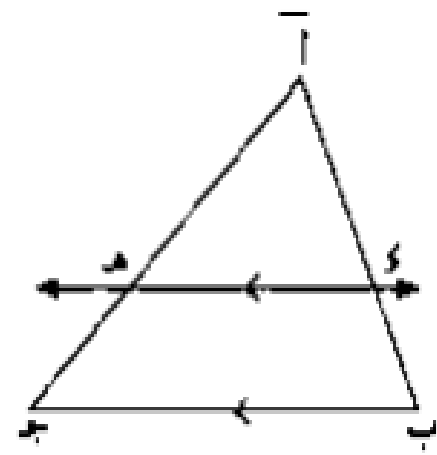
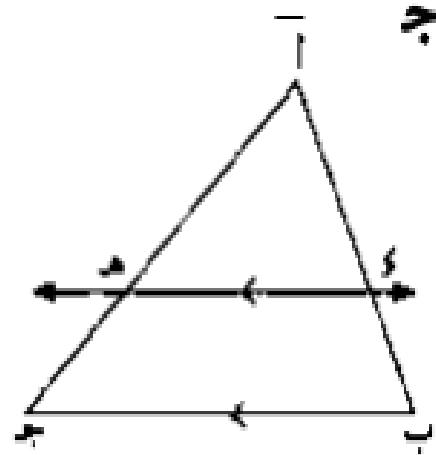
$$\overline{BS} \parallel \overline{JH} \parallel \overline{SO}$$

$$AS = SH = SO$$

$$AB = BJ = JS$$

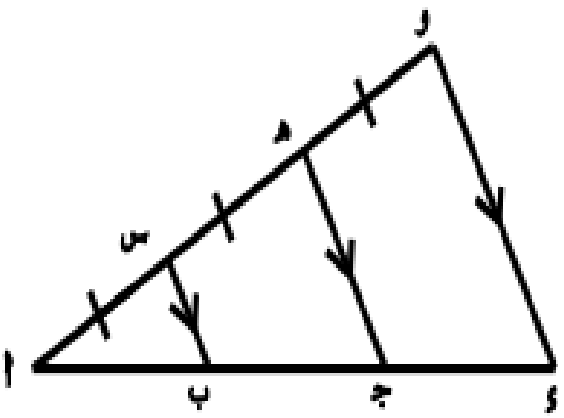
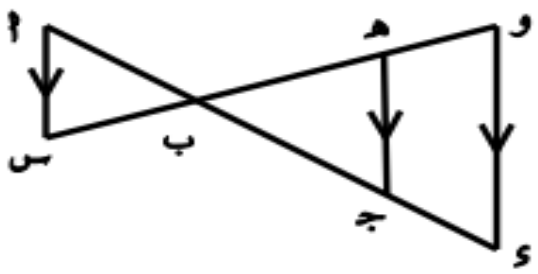
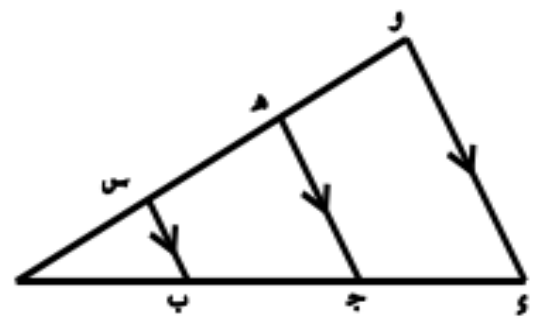
$$\therefore \overline{SH} \parallel \overline{BJ} \quad \because \frac{AS}{SH} = \frac{SO}{OB} = \frac{AJ}{JB}$$

$$\frac{SO}{OB} = \frac{AS}{SH} = \frac{AJ}{JB}$$

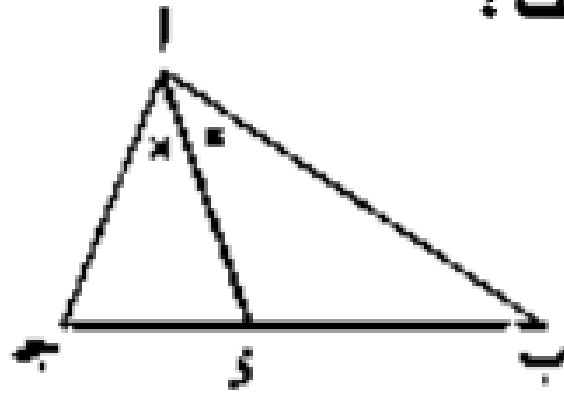


$$\frac{AS}{SH} = \frac{SO}{OB} = \frac{AJ}{JB}$$

$$\therefore \overline{SH} \parallel \overline{BJ}$$



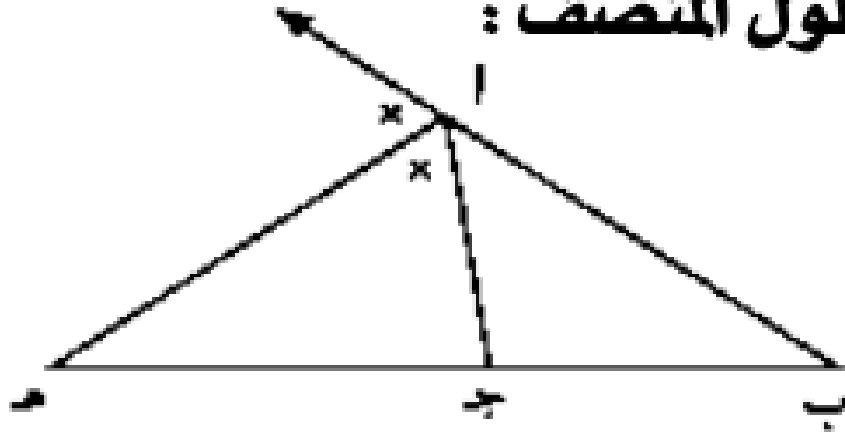
التتصيف من الداخل وطول المنتصف :



$$\frac{ا ب}{س ب} = \frac{ب س}{س ج}$$

$$\sqrt{ا ب \times ب س - ج س \times س ج} = س ا$$

التتصيف من الخارج وطول المنتصف :

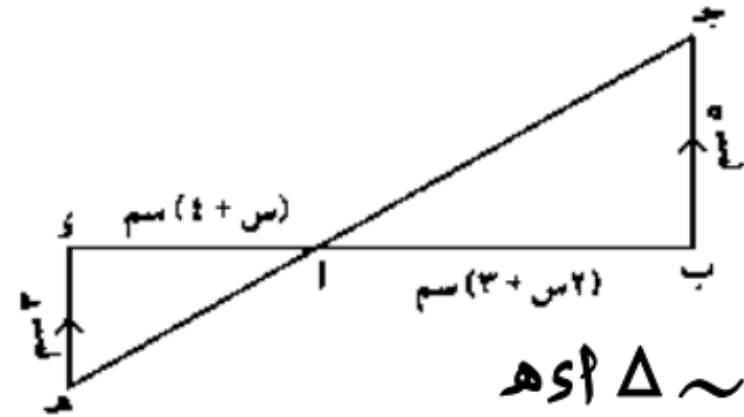


$$\frac{ا ب}{س ب} = \frac{س ج}{ب ج}$$

$$\sqrt{ا ب \times ب س - ج س \times س ج} = س ا$$

اختر الإجابة الصحيحة:

(١) في الشكل المقابل:



إذا كان $\Delta ABC \sim \Delta ADE$

فإن قيمة س =

(٤ ، ٣.٥ ، ٧ ، ١١)

$\Delta ABC \sim \Delta ADE$:

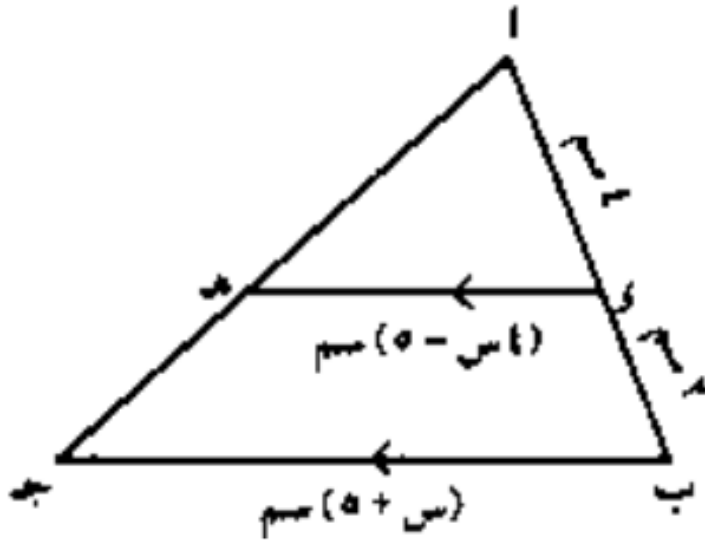
$$\frac{5}{3} = \frac{2 + س}{4 + س} \therefore \frac{ب}{س} = \frac{أ}{س}$$

$$\therefore 3(4 + س) = 5(2 + س)$$

$$\therefore 12 + 3س = 10 + 5س$$

$$\therefore 2 = 2س \therefore 1 = س$$

(٢) في الشكل المقابل:



إذا كان $\Delta ABC \sim \Delta ADE$

فإن قيمة س = (٤ ، ٢.٥ ، ٧ ، ١٤)

$\Delta ABC \sim \Delta ADE$:

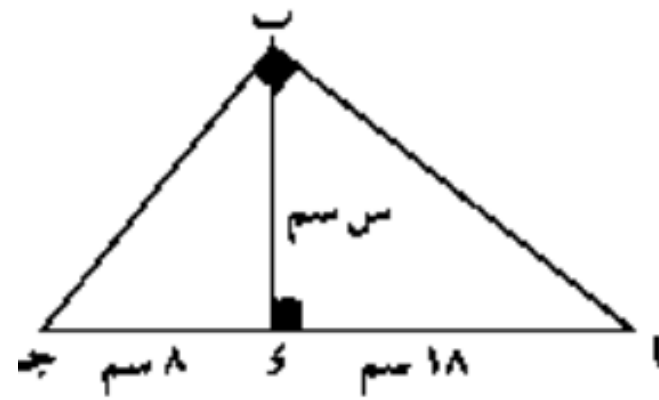
$$\frac{5 + س}{4 - س} = \frac{6}{4} \therefore \frac{ب}{س} = \frac{أ}{س}$$

$$\therefore 6(4 - س) = 4(5 + س)$$

$$\therefore 24 - 6س = 20 + 4س$$

$$\therefore 4 = 10س \therefore 0.4 = س$$

(٣) في الشكل المقابل :



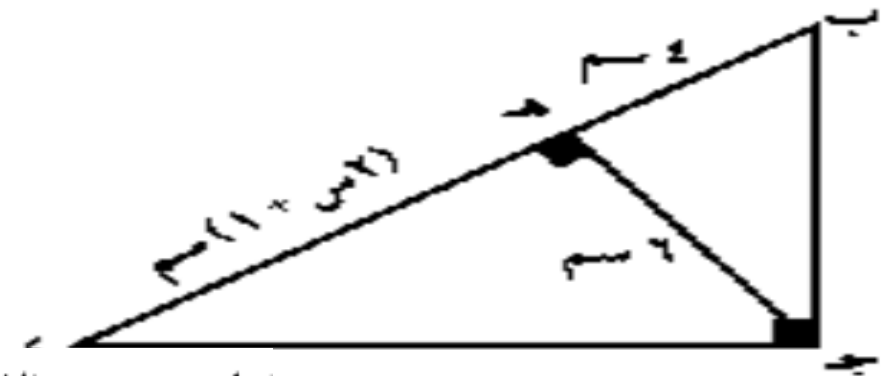
قيمة س العددية =

(١٢ ، ١٠ ، ٨ ، ١٨)

$$144 = 18 \times 8 = (ب) \therefore$$

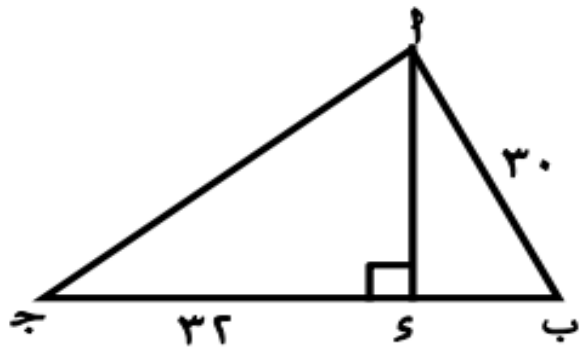
$$\therefore ب = 12 \text{ سم}$$

(٤) في الشكل المقابل :



قيمة س العددية = ٤ ، ٣٥ ، ٧ ، ١٤

(٥) في الشكل المقابل :



ا ب \perp ب ج فإن : ا ب = 5

(١٨ ، ٢٥ ، ٢٤ ، ٢٠)

نروض أن : ب = 5 = س

$$\therefore (ب) = ب \times ب = 5 \times 5$$

$$\therefore 900 = س (س + 32) \therefore 900 = س^2 + 32س$$

$$\therefore س^2 + 32س - 900 = 0 \text{ وبالتحليل}$$

$$\therefore (س + 50)(س - 18) = 0$$

$$\therefore س = 5 \text{ مرفوضه ، } س = 18$$

$$\therefore ب = 18 \text{ سم}$$

$$\therefore (ا ب) = 32 \times 18 = 576 \therefore ا ب = 24 \text{ سم}$$

$$\therefore (ج ه) = ب ه \times ه ا$$

$$\therefore 36 = (1 + س) \times 4 \therefore 36 = 4 + 4س$$

$$\therefore 32 = 8س \text{ ومنها } س = 4$$

(٦) في الشكل المقابل :

ب ، ه ، ج على استقامة واحدة

إذا كان : ج ه = ٣ سم ،

ب ه = ٩ سم

ب س = ٤,٥ سم ، س ه = ٦ سم

ب ف = ٦ سم ، ف ج = ٨ سم

فإن معامل التشابه بين المثلثين

Δ ا ب ج ، Δ س ب ه =

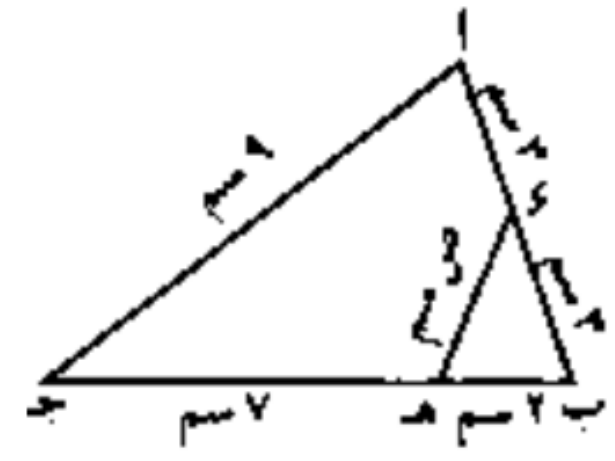
(٤ : ٣ ، ٣ : ٤ ، ٩ : ١٦ ، ١٦ : ٩ ، ١٦ : ٩ ، ٩ : ١٦ ، ٤ : ٣ ، ٣ : ٤)

Δ ا ب ج \sim Δ س ب ه

$$\therefore \frac{ا ب}{س ب} = \frac{ب ج}{ب ه} = \frac{ا ج}{س ه}$$

$$\therefore \frac{٤}{٣} = \frac{٨}{٦} = \frac{١٦}{٩} = \frac{٦}{٤,٥}$$

(٦) في الشكل المقابل :



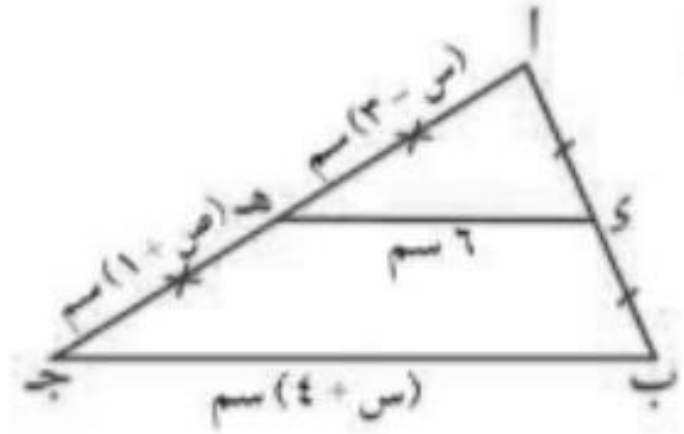
إذا كان Δ ب س ه \sim Δ ب ج ا فإن : قيمة ص =

(١ ، ٢ ، ٣ ، ٤)

Δ ب س ه \sim Δ ب ج ا

$$\therefore \frac{ب س}{ب ج} = \frac{س ه}{ج ا} \therefore \frac{٣}{٢} = \frac{ص}{٩} \therefore ص = ١٣,٥$$

(٧) في الشكل المقابل :



إذا كان $\Delta ADE \sim \Delta ABC$ فإن : (ص ، س) =

(٤ ، ٨) ، (٨ ، ٤) ، (٧ ، ٥) ، (٥ ، ٧)

∴ منتصف AB ، ه منتصف AC

$$\Delta ADE \sim \Delta ABC \therefore \frac{1}{2} = \frac{AE}{AB} = \frac{DE}{BC}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{6}{4+S} \therefore \frac{1}{2} = \frac{S}{B} \therefore$$

$$8 = S \therefore 12 = 4 + S \therefore$$

$$AE = 3 - 8 = 3 - S = 3 - 5 = 5 \text{ سم}$$

$$\therefore BE = 3 - 5 = 1 \text{ سم} \therefore 4 = 1 + 5 = 6$$

(٨) المثلث الذي قياسا زاويتين فيه ٥٠ ، ٦٠ يشابه

المثلث الذي قياسا زاويتين فيه ٦٠ ،

(أ) ٧٠ (ب) ١١٠ (ج) ٨٠ (د) ٣٠

(٩) جميع متشابهة .

(أ) المثلثات (ب) المستطيلات

(ج) المربعات (د) متوازيات الأضلاع

(١٠) المضلعان المتشابهان يكونان متطابقين إذا كان

معامل التشابه لهما يساوي

(أ) $\frac{1}{2}$ (ب) ١

(ج) أكبر من ١ (د) أصغر من ١

(١١) أي مضلعين منتظمين لهما نفس عدد الأضلاع

يكونان

(أ) متطابقان

(ب) متساويان في المساحة

(ج) متساويان في المحيط

(د) متشابهان

(١٢) ليكن k معامل تشابه Δ للمضلع Δ فإذا كان $\Delta = \Delta$ فإن :

(ك < ١ ، $١ > ك$ ، $ك = ١$ ، $ك \geq ١$)

(١٣) إذا كانت النسبة بين محيطي مثلثين متشابهين $٤ : ١$ فإن النسبة بين مساحتي سطحيهما تساوي

(ب) $٤ : ١$

(د) $٢ : ١$

(س) $١٦ : ١$

(ج) $٨ : ١$

(١٤) مضلعان متشابهان النسبة بين محيطيهما $٩ : ٤$ فإن النسبة بين مساحتيهما

(ب) $٣ : ٢$

(د) $٩ : ٤$

(س) $٤ : ٩$

(ج) $٨١ : ١٦$

(١٥) إذا كانت النسبة بين مساحتي سطحي مثلثين متشابهين $٢٥ : ١٦$ فإن النسبة بين طولي ضلعين متناظرين فيهما يساوي

(ب) $٥ : ٤$

(د) $٥ : ٢$

(س) $٤١ : ١٦$

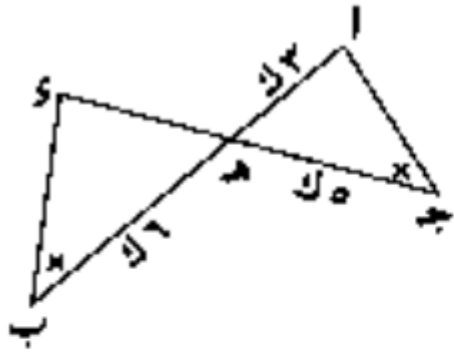
(ج) $٢٥ : ١٦$

(١٦) مضلعان متشابهان النسبة بين محيطيهما

$٣ : ٢$ ومساحة سطح أصغرهما ٢٠ سم^٢ فإن مساحة

سطح الأكبر = سم^٢

(أ) ٣٠ (ب) ٦٠ (ج) ٤٠ (د) ٤٥



(١٧) في الشكل المقابل :

أب \cap ج د = هـ ، Δ م (ج هـ) = ٩٠٠ سم^٢

م Δ (س هـ) = سم^٢

(٦٢٥ ، ٧٥٠ ، ١٠٨٠ ، ١٢٩٦)

$$\frac{36 \times 900}{20} = \frac{20}{36} \times 900 = \frac{20 \times 900}{36} = \frac{18000}{36} = 500$$

∴ ∆ ∆ ج ه ا ، ب ه ي فيهما

$$\angle (ج) = \angle (ب) ،$$

∴ ∠ (ا ه ج) = ∠ (ا ه ب) بالتقابل بالرأس .

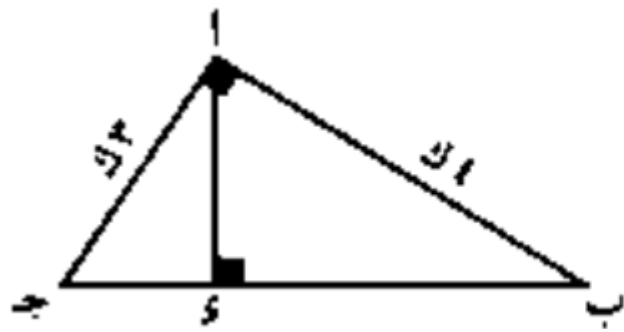
∴ ∆ ج ه ا ~ ∆ ب ه ي وينتج من التشابه أن :

$$\frac{مر (∆ ج ه ا)}{مر (∆ ب ه ي)} = \left(\frac{ج ه}{ب ه} \right) = \left(\frac{ا ه}{ا ه} \right)$$

$$\frac{٢٥}{٣٦} = \frac{٩٠٠}{مر (∆ ب ه ي)} ∴$$

∴ مساحة ∆ ا ه ب = ١٢٩٦ سم^٢

(١٨) في الشكل المقابل :



$$\angle (ب ا ج) = ٩٠^\circ ، ا ه \perp ج ب$$

$$مر ∆ (ا ه ج) = ١٨٠ سم^٢ ،$$

$$\text{فإن : } مر ∆ (ا ب ج) = \dots سم^٢ \\ (٣٦٠ ، ٥٠٠ ، ٦٠٠ ، ٧٥٠)$$

∴ ∆ ا ب ج قائم الزاوية في ا ، ا ه \perp ج ب

∴ ∆ ا ه ج ~ ∆ ا ب ج

$$\angle (ب ج) = \angle (ا ه ج) + \angle (ا ه ب) = ٢٥^\circ$$

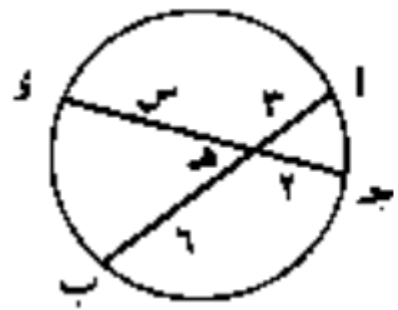
$$\therefore \left(\frac{ج ا}{ب ج} \right) = \frac{مر (∆ ا ه ج)}{مر (∆ ا ب ج)}$$

$$\frac{٩}{٢٥} = \frac{١٨٠}{مر (∆ ا ب ج)}$$

∴ مساحة ∆ ا ب ج = ٥٠٠ سم^٢

(١٨) مربعان النسبة بين طولي قطريهما ٢ : ٥ فإذا كانت مساحة أصغرهما ٤ سم^٢ فإن مساحة أكبرهما سم^٢.

(١٩) في الشكل المقابل:

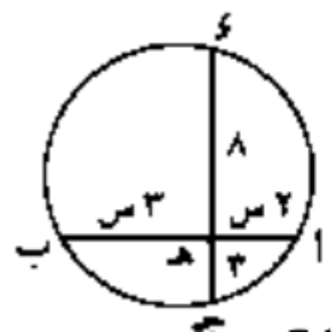


..... = س
(٥ ، ٧ ، ٨ ، ٩)

أه × هب = جه × هي

٦ × ٢ = ٣ × س ∴ ١٨ = ٢س ∴ ٩ = س

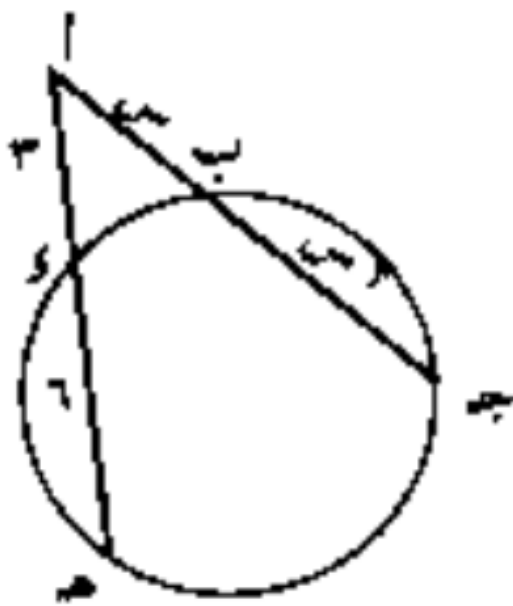
(٢٠) في الشكل المقابل:



..... = س
(٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥)

٢س × ٣س = ٨ × ٣ ∴ ٦س = ٢٤ ∴ ٤ = س ∴ ٢ = س

(٢١) في الشكل المقابل:



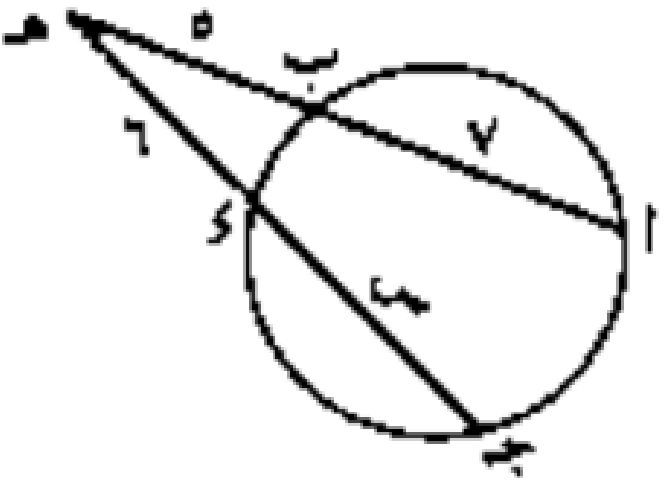
..... = س
(١ ، ٢ ، ٣ ، ٤)

أب × ب٢ = ج١ × ه١ ∴

٢ × ٤ = ٣ × س ∴

٨ = ٣س ∴ ٢٧ = ٣س ∴ ٩ = س

∴ س = ٣



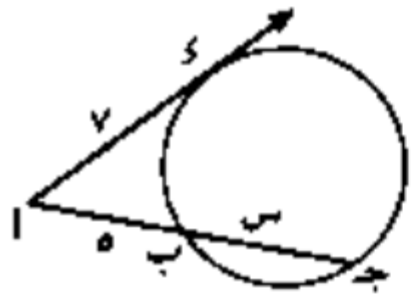
..... = س
(١ ، ٢ ، ٣ ، ٤)

أب × ب٢ = ج١ × ه١ ∴

٢ × ٤ = ٥ × (٦ + س) ∴

٦٠ = ٦ + ٦س ∴ ٣٦ + ٦س = ٦٠ ∴

٢٤ = ٦س ∴ ٤ = س



(٢٥) في الشكل المقابل:

..... = s

(٩ ، ٨ ، ٤.٨ ، ٥)

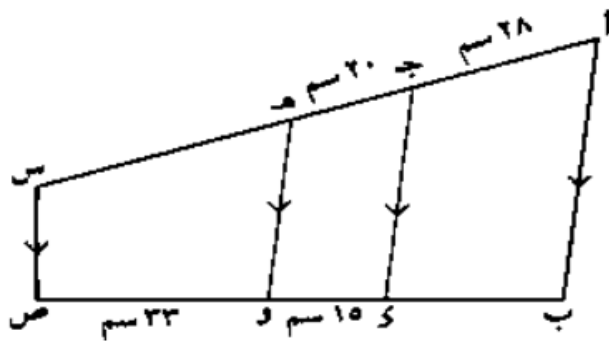
∴ s مماس ∴ (s) = أب × اج ∴
 ∴ ٥ = (٥ + s) ∴ ٤٩ = ٥ + s ∴ ٢٥ + s = ٤٩ ∴
 ∴ ٥ = s = ٢٤ مماس ∴ ٤.٨ ∴

(٢٦) في الشكل المقابل:

أب ∥ جـ د ∥ هـ و ∥ س ص ، اج = ٢٨ سم ،
 جـ هـ = ٢٠ سم ، د و = ١٥ سم ،

و ص = ٣٣ سم فإن طول بـ =

(أ) ٣٣ (ب) ٢٨ (ج) ٢١ (د) ٢٧



∴ أب ∥ جـ د ∥ هـ و ∥ س ص ∴
 ∴ $\frac{اج}{بـ} = \frac{جـ هـ}{د و} = \frac{هـ س}{و ص}$ ∴
 ∴ $\frac{٢٠}{١٥} = \frac{٢٨}{بـ}$ ∴
 ∴ بـ = ٢١ سم ∴



..... = s
 (٩ ، ٨ ، ٦ ، ٥)

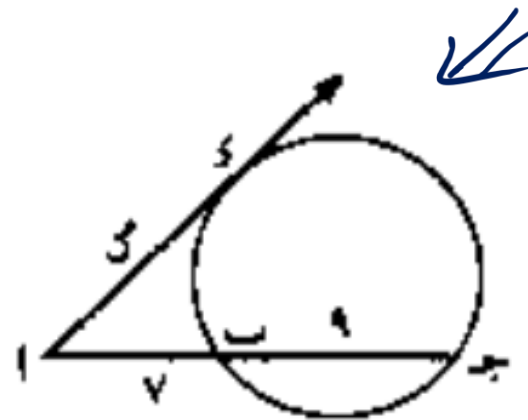
∴ بـ جـ × اج = جـ د × جـ هـ ∴
 ∴ س × ٤ = (س + ١٢) × ٨ ∴
 ∴ ٤س = ٩٦ + ٨س ∴

∴ ٤س - ٨س = ٩٦ - ٤ ∴

∴ س - ٢س = ٢٤ ∴

∴ س = (٤ + س) (٦ - س) ∴

∴ س = ٦ ، س = ٤ مرفوضه ∴

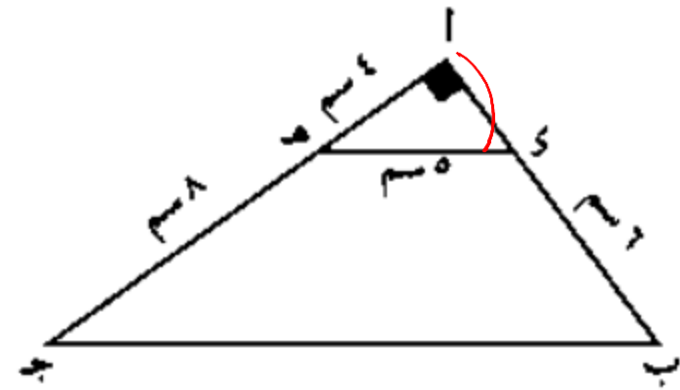


..... = s

١٤ ، ٧ ، $\sqrt{٢٨}$ ، $\sqrt{٢٨}$ ∴

∴ s مماس ∴ (s) = أب × اج = ١٦ × ٩ ∴
 ∴ $\sqrt{٢٨} = s$ ∴ ١١٢

أب ج مثلث قائم الزاوية في أ طول ب ج = =



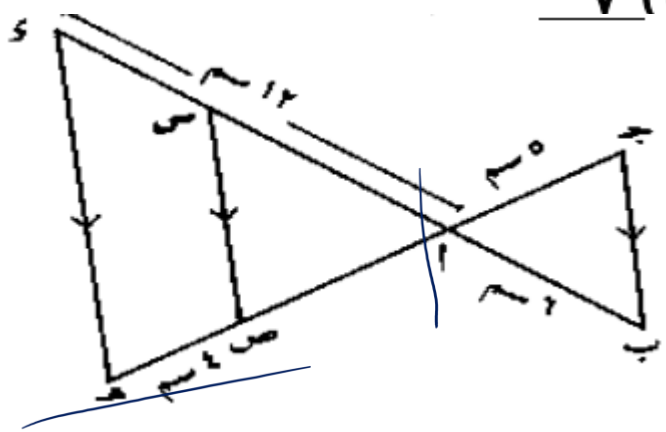
(٢٨) في الشكل المقابل:

س ص // ب ج // هـ هـ

فإذا كان: أب = ٦ سم، أ ج = ٥ سم

، أ هـ = ٢ سم، هـ ص = ٤ سم فإن طول س =

(أ) ٥ (ب) ٤.٨ (ج) ٦ (د) ٧



∴ هـ س // ب ج ، ج هـ ∩ ب س = {أ}

$$\therefore \frac{أ هـ}{أ ب} = \frac{أ هـ}{أ ج} \therefore \frac{١٢}{٦} = \frac{١٢}{٥} \therefore أ هـ = ١٠ \text{ سم}$$

في Δ أ هـ س:

$$\therefore \left(\frac{أ هـ}{هـ س} = \frac{أ هـ}{س س} \right) \therefore \text{س س} // هـ س$$

$$\therefore \frac{١٢}{٥} = \frac{١٠}{٤} \therefore \text{س س} = ٤.٨ \text{ سم}$$

(أ) ١٥ (ب) ١٠ (ج) ١٣.٥ (د) ٢٥

∴ Δ أ هـ س قائم الزاوية في أ

$$\therefore (أ هـ) = \sqrt{١٦ - ٢٥} = ٣ \text{ سم}$$

Δ أ هـ س ∼ Δ أ ب ج فيهما

$$\text{زاوية أ مشتركة ، } \frac{١}{٣} = \frac{أ هـ}{أ ب} = \frac{س هـ}{ب ج}$$

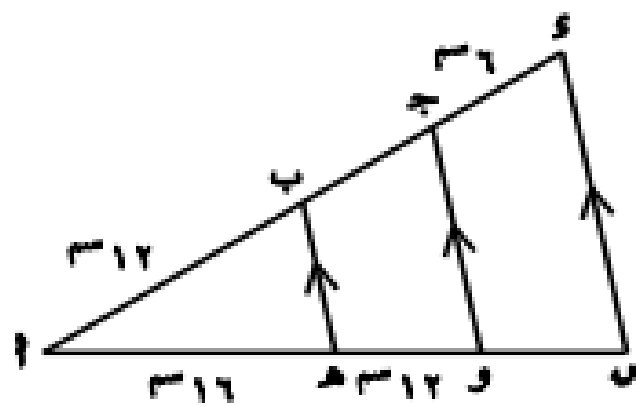
∴ Δ أ هـ س ∼ Δ أ ب ج وينتج أن:

$$\frac{١}{٣} = \frac{س هـ}{ب ج} = \frac{س هـ}{أ ب}$$

$$\therefore \frac{١}{٣} = \frac{٥}{ب ج} \therefore ب ج = ١٥ \text{ سم}$$

(٣٠) في الشكل المقابل :

إذا كانت $هـ ب // و ج // و د$ فإن $ب ج = \dots$



٨ (د) ٩ (ب) ١٠ (ج) ١١ (د)

$\therefore هـ ب // و ج // ا د$

$$\therefore \frac{ب ج}{١٢} = \frac{١٦}{١٦}$$

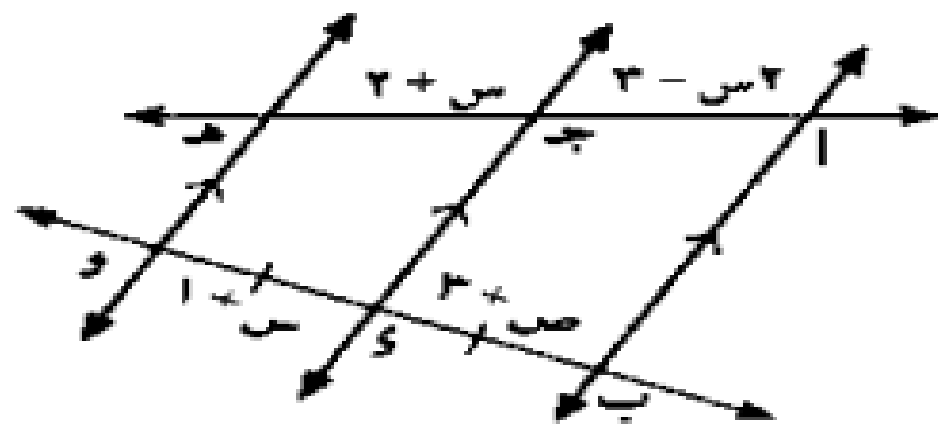
$\therefore ب ج = ٩$ سم

$$\therefore \frac{ا ب}{ا هـ} = \frac{ب ج}{هـ د}$$

$\therefore ١٦ ب ج = ١٤٤$

(٢٩) في الشكل المقابل :

$س + ص = \dots$



٨ (د) ٢ (ج) ٥ (ب) ٢ (د)

$\therefore ا ب // ج د // هـ و, ب د = د و$

$\therefore ا ج = ج هـ$

ويكون: $٢ + س = ٣ - س = ٥ \therefore س = ٥$

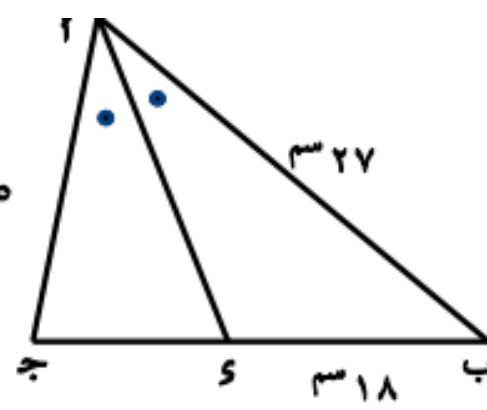
$\therefore ب د = د و, س = ٥$

$\therefore ٣ = ص \therefore ١ + ٥ = ٣ + ص$

$\therefore ٨ = ٣ + ٥ = ص + س$

(٣١) في الشكل المقابل :

س = سم



(٣٢) إذا كانت قوة النقطة أ بالنسبة للدائرة م طولاً

قطرها آ سم تساوي ٤٠ فإن :

م = سم .

- (أ) ٢
- (ب) ٤
- (ج) ٦
- (د) ٧

- (أ) ١٥
- (ب) ١٠
- (ج) ٢٠
- (د) ٢٥

$$:: \text{سم } (أ) = (م) - \text{نق } أ$$

$$:: \text{سم } (أ) - (م) = ٤٠ \therefore (أ) - (م) = ٤٠$$

$$:: \text{سم } ٧ = (م)$$

∴ س ينصف ب أ ج

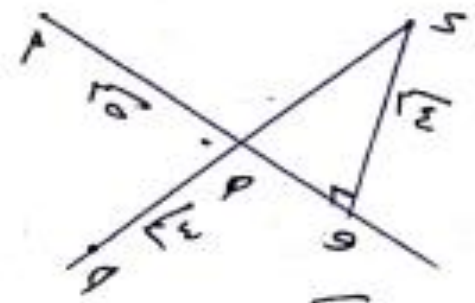
$$:: \frac{\text{ب س}}{\text{س ج}} = \frac{\text{ب أ}}{\text{أ ج}} \therefore \frac{٢٧}{١٥} = \frac{١٨}{\text{س ج}}$$

$$:: \text{س ج} = ١٠ \text{ سم}$$

$$:: \text{س} = \sqrt{\text{ب أ} \times \text{أ ج} - \text{ب س} \times \text{س ج}}$$

$$:: \text{س} = \sqrt{١٠ \times ١٨ - ٢٧ \times ١٥} = ١٥ \text{ سم}$$

١ في الشكل المقابل :



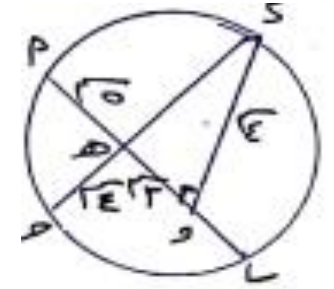
إذا كان
 $\overline{SQ} \parallel \overline{QP}$
 $\{ \text{هـ} \} =$

$\sqrt{5} = \text{هـ} \text{ق}$
 $\sqrt{3} = \text{هـ} \text{و}$
 $\sqrt{4} = \text{هـ} \text{س} , \sqrt{4} = \text{و} \text{س}$

$\overline{SQ} \perp \overline{QP}$ ، النقطة Q ، U ، P ، S تقع على محيط الدائرة فإيه طول $QS =$

$\frac{1 \text{ (ج)}}{5 \text{ (د)}} , \text{ (أ) } 0.5 , \text{ (ب) } 1.5$

تحريه مشهور
 $\text{هـ} \times \text{ق} = \text{و} \times \text{س}$



$\text{هـ} \times \text{ق} = \text{و} \times \text{س}$

$\text{هـ} \times \text{س} = \text{و} \times \text{ق}$

$\sqrt{5} = \sqrt{16+9} = \text{هـ} \text{س}$ هـ ضيقا غورت هـ س

$\sqrt{4} = \text{هـ} \text{و} \leftarrow \text{و} \times \text{س} = \text{و} \times \text{ق}$

$\text{و} = \text{هـ} - \text{ق}$

$\sqrt{1} = 2 - 4 =$

٢ في الشكل المقابل :

U ، $هـ$ ، $س$ على استقامة واحدة

إذا كان $\sqrt{3} = \text{هـ} \text{هـ} , \sqrt{9} = \text{هـ} \text{و}$

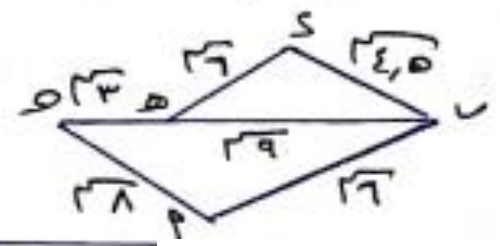
$\sqrt{6} = \text{و} \text{س} , \sqrt{6} = \text{هـ} \text{س} , \sqrt{5} = \text{س} \text{و}$

$\sqrt{8} = \text{هـ} \text{ق}$

فإيه معامل تشابه بين المثلثين

$\dots = \text{هـ} \text{و} \text{س} \Delta , \text{و} \text{ق} \Delta$

$\frac{3:4 \text{ (أ)}}{9:16 \text{ (ب)}}$
 $\frac{2:3 \text{ (ج)}}{16:9 \text{ (د)}}$



$\text{هـ} \text{و} \text{س} \Delta , \text{و} \text{ق} \Delta$

$\frac{2}{3} = \frac{7}{5} = \frac{7}{5} = \frac{UP}{US}$

$\frac{2}{3} = \frac{1}{7} = \frac{UP}{US} , \frac{2}{3} = \frac{17}{9} = \frac{UP}{US}$

معامل تشابه $\Delta \text{و} \text{ق} \Delta$ ، $\text{هـ} \text{و} \text{س} \Delta$

$3 = 4 =$

٣] في الشكل المقابل ،

إذا كانت :

ن دائرة طول

نصف قطرها ٣

تمس دائرة م طول

نصف قطرها ٤ من م ،

$$\overline{٣٢} = ٥ \text{ و } \overline{٣٥} = ٧$$

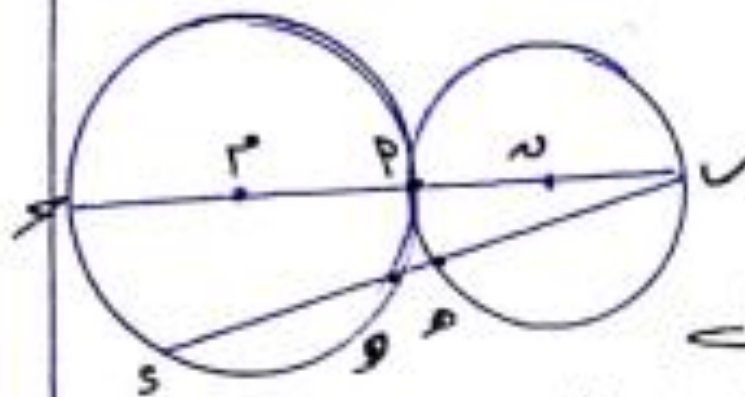
فأيه طول $\overline{٥٧}$ =

٥ (٥)

٦ (٥)

٧ (٥)

١٢ (٥)



$$\overline{٣٣} = ٦ \text{ ، } \overline{٣٨} = ٥ \text{ ، } \overline{٣٦} = ٧$$

$$\overline{٣٤} = ٥ \text{ ، } \overline{٣٤} = ٣ \text{ ، } \overline{٣٣} = ٧$$

ن نقطة خارج الدائرة المارة م

∴ قطعه تمر به مشهور خارج الدائرة

$$٧ \times ٧ = ٥ \times ٥ + ٧ \times ٧$$

$$(٥ + ٧) \times ٧ = ١٢ \times ٧$$

$$\overline{٣٥} = ٥ \leftarrow ٥ + ٧ = ١٢$$

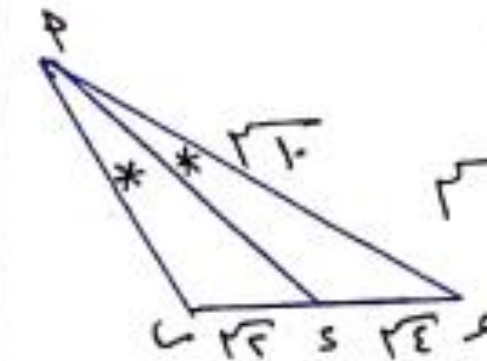
4] اذا كان \overline{AP} منصف

داخل للزاوية $\angle A$

$\sqrt{4} = \overline{AS}$, $\sqrt{10} = \overline{AP}$

$\sqrt{5} = \overline{AS}$, فإنه :

لذلك $\overline{AP} = \dots$



- 1. 4
- 2. 5
- 3. 10
- 4. 20

\overline{AP} منصف داخلى $\angle A$ و $\overline{AP} > \overline{AS}$

$$\frac{\sqrt{10}}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\overline{AP}}{\overline{AS}} \right)$$

$$\sqrt{10} = \frac{2 \times 10}{\sqrt{5}} = \overline{AP}$$

$$\sqrt{10} = \sqrt{(\overline{AS} \times \overline{SC}) + (\overline{BS} \times \overline{SC})}$$

$$= \sqrt{(1 \times 4) + (3 \times 5)}$$

$$= \sqrt{10 + 15} = \sqrt{25} = 5$$

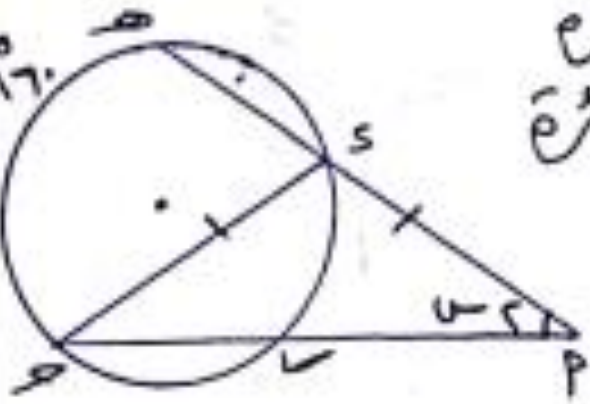
5] اذا كانت M دائرة

\overline{AP} يقطع الدائرة

من S و P

\overline{AP} يقطع

الدائرة من S و P



$\overline{AS} = \overline{AP}$ فإنه قيمة $\overline{AS} = \dots$

- 1. 5
- 2. 10
- 3. 15
- 4. 20

$$\frac{25 - 17}{2} = \overline{AS}$$

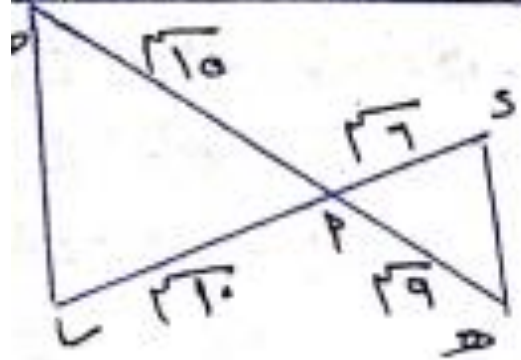
وهذا \overline{AS} خارجة عن ΔASP

المطلوبة (هـ) $\overline{AS} = 4$

$$\frac{17 \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \overline{AS} \Rightarrow 17 \times \frac{1}{2} = \overline{AS}$$

$$\overline{AS} = 8.5$$

$$\overline{AS} = 8.5 \Rightarrow \overline{AS} = 17$$



□ في الشكل المقابل :

$$\{P\} = \overline{SA} \cap \overline{HQ}$$

$$\overline{QA} = \overline{AP}$$

$$\overline{QA} = \overline{AP}$$

$$\overline{QA} = \overline{AP}, \overline{QA} = \overline{AP}$$

$$\overline{QA} = \overline{AP} = (\Delta SAH)$$

$$\overline{QA} = \overline{AP} = (\Delta SAH)$$

٦. ١. ٧. ٥. ٦. ٥. ٦. ٥.

$\Delta SAH, \Delta SAH$

$$\frac{3}{5} = \frac{1}{1} = \frac{5}{5}, \frac{3}{5} = \frac{9}{10} = \frac{AP}{SA}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{5}{5} = \frac{AP}{SA} \therefore$$

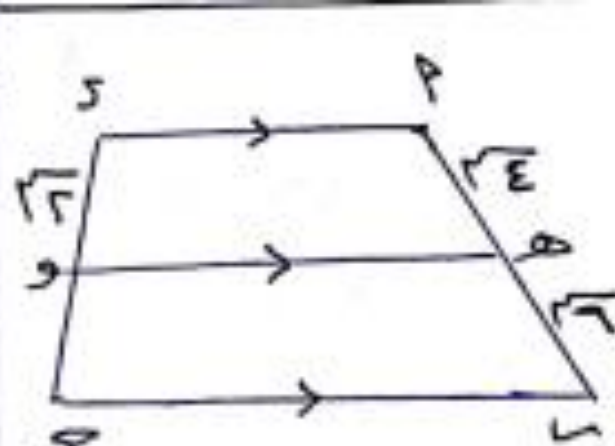
$$\Delta SAH \sim \Delta SAH$$

$$\Delta SAH \sim \Delta SAH$$

$$\frac{9}{50} = \left(\frac{AP}{SA}\right) = \frac{(\Delta SAH)}{(\Delta SAH)}$$

$$\frac{9}{50} = \frac{27}{(\Delta SAH)}$$

$$\overline{QA} = \overline{AP} = (\Delta SAH)$$



□ إذا كانه

$$\overline{SA} \parallel \overline{HQ} \parallel \overline{SA}$$

$$\overline{SA} = \overline{HQ}$$

$$\overline{SA} = \overline{HQ}$$

$$\overline{SA} = \overline{HQ}$$

فايد طول هو = ...

٦. ١. ٧. ٥. ٦. ٥. ٦. ٥.

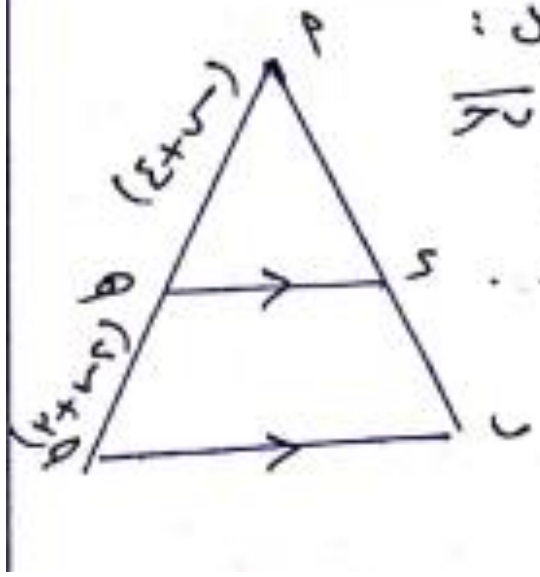
في نظرية تايسر العامة

$$\overline{SA} \parallel \overline{HQ} \parallel \overline{SA}$$

$$\frac{SA}{HQ} = \frac{AP}{SA}$$

$$\frac{2 \times 7}{2} = 7 \times 1 \quad \frac{7}{7} = \frac{2}{2}$$

طول هو = ٧



٩ في الشكل طاقان :

لذا كما \sim : $\overline{SQ} \parallel \overline{SR}$

$$5P : 2 = 4P : 5P$$

فإنه $\dots = 5$

$$\textcircled{A} 8$$

$$\textcircled{B} 7$$

$$\textcircled{C} 4$$

$$\textcircled{D} 6$$

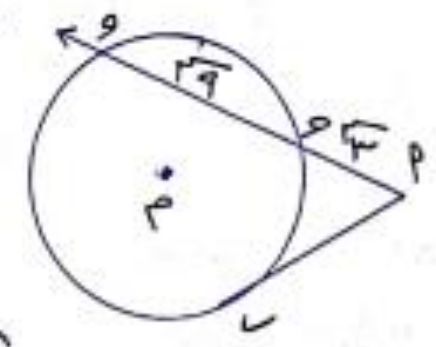
$$\frac{5P}{5P} = \frac{4P}{5} \leftarrow \overline{SQ} \parallel \overline{SR}$$

$$\frac{2+5}{3+5+2} = \frac{2}{3}$$

$$12+5+2 = 7+5+4$$

$$7-12 = 5-5-4$$

$$\boxed{7 = 5}$$



٨ في الشكل الطاقان :

\overline{MP} يمس الدائرة M عند

تقاطع S ، P ، و يقطع

الدائرة M في النقطتين

و على الترتيب

فإنه كما \sim $\sqrt{3} = 3$ ، $\sqrt{9} = 3$

فإنه $\dots = (3)$

$$\textcircled{A} 26$$

$$\textcircled{B} 27$$

$$\textcircled{C} 9$$

$$\textcircled{D} 7$$

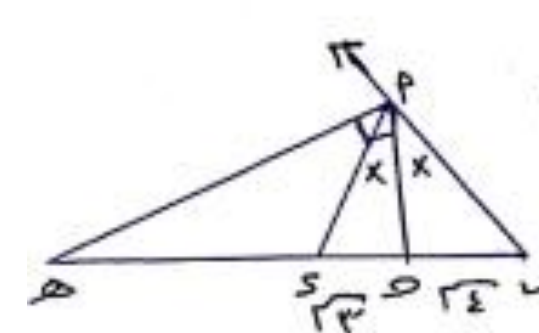
$$\overline{MP} \times \overline{SP} = (MP)^2$$

$$36 = 12 \times 3 =$$

$$5P \times 5P = (P)^2 = (MP)^2$$

$$\sqrt{36} = 12 \times 3 =$$

10 في الشكل المقابل :



AP منتصف
للزاوية الداخلة
للمثلث P و S
عند D

AP ⊥ BC ، AP = 20 ،
BC = 30 ، فإن SA = 15 ، SB = 15

4 : 7 (د)
3 : 4 (س)

4 : 7 (ع)
4 : 3 (هـ)

AP منتصف D و P و S

$$\frac{AP}{SP} = \frac{AD}{SD}$$

90° = (DAP) = (DPS)

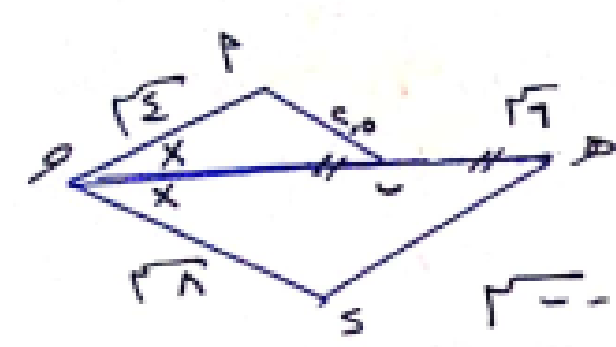
∴ AP منتصف خارجي

$$\frac{AP}{SP} = \frac{AD}{SD} = \frac{AD}{SD} ∴$$

$$\frac{SD}{SP} = \frac{4}{3} ∴$$

$3 : 4 = SD : SP$

11 في الشكل المقابل :



إذا كانت
S منتصف
AC

فإن SA = 15

$$\frac{1}{r} = \frac{7}{12} = \frac{20}{SA} , \quad \frac{1}{r} = \frac{4}{8} = \frac{SP}{SA}$$

(DAP) = (DPS)

$$\frac{1}{r} = \frac{20}{SA} \quad \frac{1}{r} = \frac{SP}{SA} ∴$$

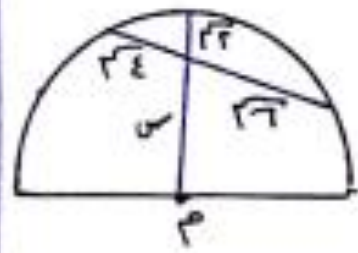
$SA = 20$

١٢ في الشكل المقابل ،

أضف دائرة مركزها م

فإنه $s = \dots$

٧	⊖	٥	⊕
١٢	⊖	٨	⊕



نصبح نحسبه مشهور
فاصل الدائرة

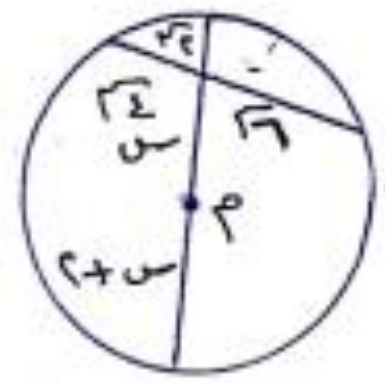
$$(2 + 5 - 2) \times 2$$

$$2 \times 6 =$$

$$12 = 2 \times 6 = 2 + 5 - 2$$

$$10 = 2 - 12 = s - 2$$

$0 = s$



ملخص حساب المثلثات :

(١) إذا كان القياس الموجب للزاوية الموجهة $\theta =$

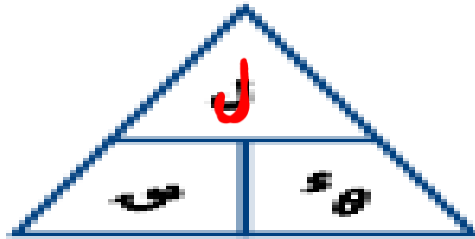
فإن القياس السالب لتضس الزاوية $= 360 - \theta$

(٢) إذا كان القياس السالب للزاوية الموجهة $\theta = -$

فإن القياس الموجب لتضس الزاوية $= 360 + \theta$

(٣) القياس الدائري والقياس الستيني :

$$\frac{l}{r} = \theta^{\circ} \quad \text{ومنها } l = r \theta^{\circ}$$



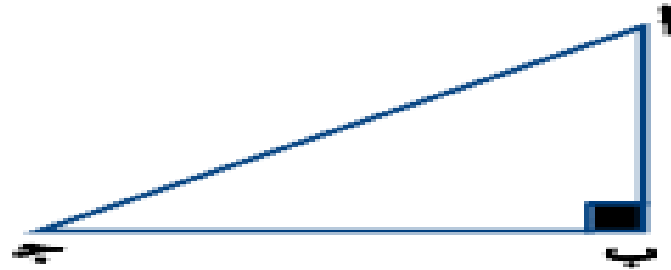
$$\frac{l}{s} = \theta^{\circ}$$

(٤) العلاقة بين القياس الستيني والقياس الدائري
لزاوية :

$$\frac{\theta^{\circ}}{\pi} = \frac{s}{180} \quad \text{ومنها } \leftarrow$$

$$\theta^{\circ} = \frac{\pi}{180} \times s \quad \text{أو} \quad s = \frac{180}{\pi} \times \theta^{\circ}$$

(5) الدوال التثلثية الأساسية :



$$\sin \theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{ب}{ا}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{ج}{ا}$$

$$\tan \theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}} = \frac{ج}{ب}$$

جناه (√) جابه (√)

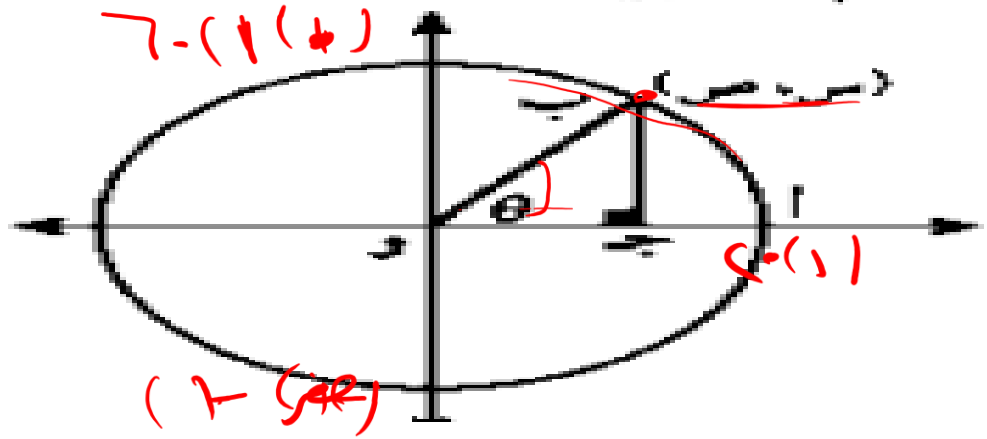
(6) مقلوبات الدوال الأساسية :

(1) قاطع الزاوية θ = قا = $\frac{1}{\sin \theta}$

(2) قاطع تمام الزاوية θ = قما = $\frac{1}{\cos \theta}$

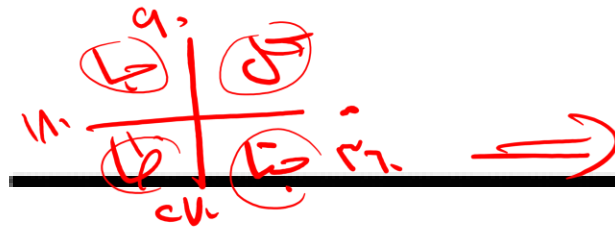
(3) ظل تمام الزاوية θ = ظما = $\frac{1}{\tan \theta}$

جناه (√) جابه (√)



(٦) دائرة الوحدة :

$\sin^2 + \cos^2 = 1$



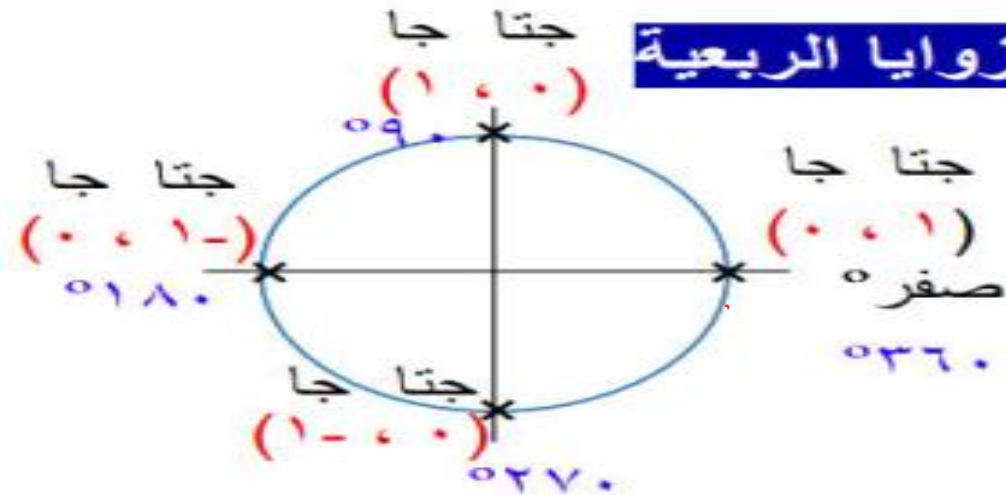
(٧) إشارات الدوال المثلثية :

إشارات الدوال المثلثية	الفترة التي يقع فيها قياس الزاوية		الربع الذي يقع فيه الضلع النهائي للزاوية
	جا ، قتا	جتا ، قفا	
+	+	+	الأول $ \frac{\pi}{2}, 0 $
-	-	+	الثاني $ \pi, \frac{\pi}{2} $
+	-	-	الثالث $ \frac{3\pi}{2}, \pi $
-	+	-	الرابع $ \pi, \frac{3\pi}{2} $

(٩) الدوال المثلثية لبعض الزوايا الربعية :

الزاوية النسبية	٠° أو ٣٦٠°	٩٠°	١٨٠°	٢٧٠°
حا	٠	١	٠	١-
حتا	١	٠	١-	٠
طا	٠	غير معرف	٠	غير معرف
	(٠، ١)	(١، ٠)	(٠، ١-)	(١-، ٠)

* ثالثاً الزوايا الربعية



لو فهمت أنا إزاي كتبت الإحداثيات بتاعت دائرة الوحدة وعرفت إن

(١٠) الزوايا المنتسبة:

أولاً: $(\theta - 180^\circ)$

جا $(\theta - 180^\circ)$ = θ جا ، قتا $(\theta - 180^\circ)$ = θ قتا +

جتا $(\theta - 180^\circ)$ = θ جتا - ، قا $(\theta - 180^\circ)$ = θ قا -

ظا $(\theta - 180^\circ)$ = θ ظا - ، ظتا $(\theta - 180^\circ)$ = θ ظتا -

ثانياً: $(\theta + 180^\circ)$

جا $(\theta + 180^\circ)$ = θ جا - ، قتا $(\theta + 180^\circ)$ = θ قتا -

جتا $(\theta + 180^\circ)$ = θ جتا - ، قا $(\theta + 180^\circ)$ = θ قا -

ظا $(\theta + 180^\circ)$ = θ ظا ، ظتا $(\theta + 180^\circ)$ = θ ظتا

ثالثاً: $(\theta - 360^\circ)$

جا $(\theta - 360^\circ)$ = θ جا - ، قتا $(\theta - 360^\circ)$ = θ قتا -

جتا $(\theta - 360^\circ)$ = θ جتا + ، قا $(\theta - 360^\circ)$ = θ قا

ظا $(\theta - 360^\circ)$ = θ ظا - ، ظتا $(\theta - 360^\circ)$ = θ ظتا -

رابعاً: $(\theta - 90^\circ)$

جا $(\theta - 90^\circ)$ = θ جتا ، قتا $(\theta - 90^\circ)$ = θ قا

جتا $(\theta - 90^\circ)$ = θ جا ، قا $(\theta - 90^\circ)$ = θ قتا

ظا $(\theta - 90^\circ)$ = θ ظتا ، ظتا $(\theta - 90^\circ)$ = θ ظا

خامساً: $(\theta + 90^\circ)$

جا $(\theta + 90^\circ)$ = θ جتا ، قتا $(\theta + 90^\circ)$ = θ قا

جتا $(\theta + 90^\circ)$ = θ جا - ، قا $(\theta + 90^\circ)$ = θ قتا -

ظا $(\theta + 90^\circ)$ = θ ظتا ، ظتا $(\theta + 90^\circ)$ = θ ظا

سادساً: $(\theta - 270^\circ)$

جا $(\theta - 270^\circ)$ = θ جتا ، قتا $(\theta - 270^\circ)$ = θ قا

جتا $(\theta - 270^\circ)$ = θ جا - ، قا $(\theta - 270^\circ)$ = θ قتا -

ظا $(\theta - 270^\circ)$ = θ ظتا ، ظتا $(\theta - 270^\circ)$ = θ ظا

سابعاً: $(\theta + 270^\circ)$

جا $(\theta + 270^\circ)$ = θ جتا ، قتا $(\theta + 270^\circ)$ = θ قا

جتا $(\theta + 270^\circ)$ = θ جا ، قا $(\theta + 270^\circ)$ = θ قتا

ظا $(\theta + 270^\circ)$ = θ ظتا ، ظتا $(\theta + 270^\circ)$ = θ ظا

(١١) الحل العام للمعادلات المثلثية :

(١) عندما $\sin \alpha = \sin \beta$ فإن :

$$\alpha = \pi - \beta + 2k\pi \quad \vee \quad \alpha = \beta + 2k\pi$$

(٢) عندما $\cos \alpha = \cos \beta$ فإن :

$$\alpha = \pi - \beta + 2k\pi \quad \vee \quad \alpha = \beta + 2k\pi$$

(٣) عندما $\tan \alpha = \tan \beta$ فإن :

$$\alpha = \beta + k\pi$$

(١٢) خواص كل من دالة الجيب ودالة جيب التمام

الخاصية	دالة الجيب $\sin(\theta) = \sin \theta$
المجال والمدى	المجال هو $[-\infty, \infty]$ ، المدى هو $[-1, 1]$
القيمة العظمى	تساوي ١ عند $\theta = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ ، $\exists \theta \sim$
القيمة الصغرى	تساوي -١ عند $\theta = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$ ، $\exists \theta \sim$

الخاصية	دالة جيب التمام $\cos(\theta) = \cos \theta$
المجال والمدى	المجال هو $[-\infty, \infty]$ ، المدى هو $[-1, 1]$
القيمة العظمى	تساوي ١ عند $\theta = 2k\pi$ ، $\exists \theta \sim$
القيمة الصغرى	تساوي -١ عند $\theta = \pi + 2k\pi$ ، $\exists \theta \sim$

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة

١ الزاوية التي قياسها $\frac{\pi^3}{6}$ تقع في

الربع.....

(ب) الثاني

(أ) الأول

(د) الرابع

(ج) الثالث

٢ الزاوية التي قياسها $\frac{\pi^9}{4}$ تقع في

الربع.....

(ب) الثاني

(أ) الأول

(د) الرابع

(ج) الثالث

٣ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي بالتقدير الدائري يساوي....

(ب) π

(أ) π^2

(د) π^3

(ج) $\frac{\pi^3}{2}$

٤ القوس الذي طوله π^5 سم في دائرة طول نصف قطرها 1^5 سم يقابل زاوية مركزية قياسها = ٦٠٠

$$\theta = \frac{\pi^5}{1^5}$$

$$\frac{\pi^5}{1^5}$$

$$\theta = \frac{\pi^5}{5^5} \times \frac{180}{\pi}$$



(ب) ٦٠٠

(أ) ٥٣٠

(د) ١٨٠

(ج) ٩٠

٥ إذا كان طول قوس دائرية يساوي $\frac{3}{8}$ محيطها فإن الزاوية المركزية بالتقدير الستيني... = س

$$\frac{180}{\pi} \times \frac{\pi^{\frac{3}{8}}}{\pi} = \theta$$

(ب) ٢١٧/٣٠

(أ) ٥٣٠

(د) ٤٣ تقريباً

(ج) ١٣٥

$$l = \frac{3}{8} \times \frac{180}{\pi}$$

$$l = \frac{3}{8} \times \frac{180}{\pi}$$

$$\theta = \frac{\pi^{\frac{3}{8}}}{1} = \frac{180}{\pi}$$

٦ في الدائرة التي طول نصف قطرها وحدة
الاطوال قياس الزاوية المركزية بالتقدير
الدائري = ... ~~(ب)~~

- (ب) $\frac{1}{4}$ طول قوسها
- (ج) طول قوسها
- (د) ضعف طول قوسها

$$\frac{180}{360} \times \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{4}$$

٧ القوس الذي طوله 2π سم في دائرة طول
نصف قطرها ٢ سم يقابل زاوية مركزية
قياسها = ... ~~(ب)~~

- (ب) 30°
- (د) 90°
- (ج) 60°

٨ الزاوية التي قياسها $180 + \theta$ ~~(ب)~~
حيث $\theta \in \mathbb{R}$ يكون قياسها الدائري = ...

- (ب) π
- (ج) $\frac{\pi}{6}$
- (د) $\frac{\pi^0}{3}$

$$\frac{\pi}{180} \times \frac{\pi}{180} \times \theta = \theta$$

٩ طول القوس الذي يقابل زاوية مركزية
 60° من دائرة نصف قطرها = ٦ سم
يساوي ... π سم ~~(ب)~~

- (ب) π
- (د) ١٠
- (ج) π^3

$$\theta \times \frac{\pi}{180}$$

۲ $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ ص حيث $v < 0$

$$1 = v^2 + s^2$$

$$1 = v^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$1 = v^2 + \frac{1}{4}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{1}{4} - 1 = v^2$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \pm = \frac{\sqrt{3}}{2} \pm = v$$

∴ $v < 0$

$$P \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right), \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \theta \text{ جا}$$

$$\frac{1}{2} = \theta \text{ جتا}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{1} = \theta \text{ ظا}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = v$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \theta \text{ قتا}$$

$$2 = \frac{2}{1} = \theta \text{ قا}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \theta \text{ ظتا}$$

۲ (-ص، -ص) ، ص < ۰

$$1 = \sqrt{2}(-ص) + \sqrt{2}(-ص)$$

$$1 = \sqrt{2}ص + \sqrt{2}ص$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}ص \leftarrow 1 = \sqrt{2}ص$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \pm = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{2} \pm = ص \therefore$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = ص \therefore \quad \bullet < ص \therefore$$

$$\therefore \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \bullet$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \theta \text{ قتا}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \theta \text{ جا} \quad \checkmark$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \theta \text{ قا}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \theta \text{ جتا} \quad \checkmark$$

$$1 = \theta \text{ ظتا} \quad \checkmark$$

$$1 = \theta \text{ ظا} \quad \checkmark$$

۴ (-س، س) حیث س < ۰

$$1 = s^2 + (-s)^2$$

$$1 = s^2 + s^2 \iff 1 = 2s^2$$

$$s^2 = \frac{1}{2} \implies s = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore s < 0 \implies s = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore p = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

$$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}} \implies \theta = \frac{\pi}{4}$$

$$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin \theta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin \theta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}} \implies \theta = \frac{\pi}{4} \implies \sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

مثال (٢) حدد إشارة كل من النسب
المتلثية

١ جا ١٢٠°

$١٢٠^\circ \leftarrow$ في الربع الثاني [جا موجبة]

٢ جتا ٩٧°

$$٢٥٠^\circ = ٣٦٠^\circ - ١١٠^\circ = (٣٦٠^\circ - ٩٧^\circ)$$

٢٥٠° في الربع الثالث جتا سالبة

٣ ظتا $\left(\frac{٢}{٥}\pi\right)$

$$٢٥٢^\circ = ٣٦٠^\circ + ١٠٨^\circ = (١٨٠^\circ \times \frac{٢}{٥})$$

في الربع الثالث ظا ظتا موجبتان

\therefore الإشارة موجبة

على فكرة

أنت ممكن تكتبهم على الآلة وتشوف
الإشارة وتريح نفسك ومتنساش (π) في

النسب = ١٨٠°

إذا كان $\cos \theta = 1$ ، جتا $\theta = 0$ فإن
..... = θ

١

إذا كان $\cos \theta = 2$ ، حيث θ حادة فإن
..... = θ

٢

إذا كان $\sin \theta = 1$ ، فإن $\theta = \dots^\circ$

٣

إذا كان $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ فإن جتا $\theta = \dots$

٤

(ج) $\frac{\pi^2}{2}$

(ب) 30°

45°



مثال (٥) أوجد مجموعة حل المعادلة جتا^٢θ = جا^٤θ حيث θ ∈ [٠, π/٢]

$$\therefore \text{جا}^٤\theta = \text{جتا}^٢\theta$$

$$\therefore (\theta^٢ \pm \theta^٤) = ٩٠ + ٣٦٠\sqrt{}$$

$$\text{إما } ٦ \div \sqrt{٩٠ + ٣٦٠} = \theta^٦$$

$$\theta = ١٥^\circ + ٦٠\sqrt{}$$

عندما $n=٠$

$$\therefore \theta = ١٥^\circ \text{ تحقق}$$

$$\theta = ١٥ + ٦٠ = ٧٥ \text{ عندما } n=١$$

$$\theta = ٧٥^\circ \text{ تحقق}$$

$$\theta = ١٥ + ٢ \times ٦٠ = ١٣٥ \text{ عندما } n=٢$$

$$\theta = ١٣٥^\circ \text{ مرفوض}$$

$$\text{أو } ٢ \div \sqrt{٩٠ + ٣٦٠} = \theta^٢$$

$$\theta = ٤٥^\circ + ١٨٠\sqrt{}$$

عندما $n=٠$

$$\therefore \theta = ٤٥^\circ \text{ تحقق}$$

$$\theta = ٤٥ + ١ \times ١٨٠ = ٢٢٥ \text{ عندما } n=١$$

$$\theta = ٢٢٥^\circ \text{ مرفوض}$$

$\therefore \text{م.ج} = \{١٥^\circ, ٤٥^\circ, ٧٥^\circ\}$

إذا كان جابا $(\theta^3 + \theta^2) = \text{جنا} (\theta^3 - \theta)$ حيث $\theta \in [0, 90]$

أو $\sqrt{36} + 9 = (\theta^3 - \theta) - \theta^2 + \theta^3$
 عندما $\theta = 0$ $9 = 0 - \theta^2 + \theta^3$
 $9 = \theta^3 - \theta^2 \therefore \theta = 3$

إما $\sqrt{36} + 9 = 3 - \theta + 2 + \theta^3$
 عندما $\theta = 1$ $9 = 1 - \theta + 2 + \theta^3$
 $10 = \theta + \theta^3$
 $10 = \theta + \theta^3$
 ولكن عندما $\theta = 1$ لا تحقق
 \therefore قيم θ هي $3, 10$

